VISIT…

Министерство образования Российской Федерации
ГОУ ВПО "Уральский государственный технический университет — УПИ"

А. А. Богатов

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И МОДЕЛИ РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛОВ

Рекомендовано УМО по металлургическим специальностям Министерства образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Обработка металлов давлением" и "Машины и технология обработки металлов давлением"

Научные редакторы — проф. В. И. Степаненко, проф. В. Р. Бараз

Екатеринбург
2002

УДК 669.017
ББК 30.37
Б73

Рецензенты:

кафедра "Пластическая деформация спецсплавов" Московского государственного института сталей и сплавов (Технологического университета);
заместитель директора Института машиноведения УрО РАН, д-р техн. наук С. В. Смирнов

Автор: А. А. Богатов
А73 Механические свойства и модели разрушения металлов: Учебное пособие для вузов. — Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2002. 329 с.
ISBN 5—321—00276—2

Изложены современные представления о механических свойствах металлов и сплавов. Приведены сведения о физической природе прочности, пластичности и разрушении металлов, а также о механике деформируемого тела. Изложена теория механических испытаний и технологических проб, применяемых как для оценки качества продукции, так и для определения технологических характеристик металла и оценки его способности к обработке давлением без разрушения. Обсуждены различные аспекты процесса разрушения металла: образование зародышевых объемных дефектов микротрещин и микропор, их развитие при большой пластической деформации, а также в процессе распространения хрупкой трещины. Разработаны феноменологические модели накопления и "залечивания" поврежденности металла как при испытании образцов, так и для процессов обработки металлов давлением.

Даны современные представления об упругих, вязких, пластических свойствах материалов, экспериментальных методах определения механических констант. Изложены закономерности влияния состава, структуры, условий и характера нагружения на механические свойства металлов и сплавов.

Учебник рекомендован для студентов, обучающихся по специальности "Обработка металлов давлением", полезен для студентов, обучающихся по специальности "Металловедение и термическая обработка металлов" и по другим специальностям направления "Металлургия".

Библиогр.: 15 назван. Табл. 36. Рис. 145.

Федеральная целевая программа "Интеграция".
Издание осуществлено при финансовой поддержке федеральной целевой программы "Государственная поддержка интеграции высшего образования и фундаментальной науки на 1997—2001 годы".

ISBN 5—321—00276—2

© ГОУ ВПО "Уральский государственный технический университет-УПИ" 2002 г.
© А. А. Богатов 2002 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ ... 5

Глава 1. СИСТЕМА ЧАСТИЦ И КОНТИНУУМ ... 7

Глава 2. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ ... 10

2.1. Кристаллическое строение вещества ... 10
2.2. Дефекты кристаллического строения ... 14
2.3. Пластическая деформация и упрочнение ... 20
2.4. Элементы теории фазовых превращений в металлах и сплавах ... 28

Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД ... 37

3.1. Напряженное состояние ... 37
3.2. Деформированное состояние ... 43
3.3. Основные уравнения ... 49
3.4. Определяющие соотношения ... 52

Глава 4. ТЕОРИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ ... 62

4.1. Осесимметричная деформация ... 63
4.1.1. Растяжение цилиндрического образца ... 63
4.1.2. Растяжение цилиндрического образца с мягкой прослойкой ... 68
4.1.3. Испытание труб давлением. Задача Ляме ... 73
4.1.4. Полый шар под действием давления ... 76
4.1.5. Течение вязко-пластической среды в трубе неограниченной длины ... 78
4.1.6. Осадка цилиндра при гидростатическом давлении ... 80
4.2. Плоское напряженное состояние ... 81
4.2.1. Упругий изгиб эллиптической оболочки ... 84
4.2.2. Пластический изгиб эллиптической оболочки ... 85
4.3. Плоское деформированное состояние ... 87
4.3.1. Осесимметричное поле напряжений ... 93
4.3.2. Растяжение полосы с вырезами ... 94
4.3.3. Изгиб полосы с вырезами ... 97
4.3.4. Растяжение полосы с отверстием ... 100
4.4. Задача на вдавливание индентора и теория испытания на твердость ... 102
4.5. Оценка напряженного состояния на свободной поверхности при испытании ... 109
4.6. Контактное взаимодействие тел ... 111
4.7. Линейное растяжение стержня из упруго-вязкого материала ... 116

Глава 5. РАЗРУШЕНИЕ ... 122

5.1. Теоретическая и реальная прочность металла ... 122
5.2. Модели зарождения объемных дефектов. Виды разрушения ... 124
5.3. Разрушение металла при большой пластической деформации ... 133
5.4. Модель накопления поврежденности металла при монотонной деформации ... 138
5.5. Модель накопления поврежденности металла при знакопеременной деформации ... 142
5.6. Модель уменьшения поврежденности металла при рекристаллизации ... 144
5.7. Экспериментальная проверка моделей накопления и залечивания поврежденности ... 147
5.8. Модель вязкого распространения трещины ... 157
5.9. Моделирование разрушения металла при обработке давлением ... 163
5.9.1. Моделирование разрушения металла при волочении полосы через клиновую матрицу ... 165
5.9.2. Влияние технологических факторов на вероятность разрушения металла при волочении ... 170
5.10. Элементы механики хрупкого разрушения металла ... 176

Глава 6. УПРУГОСТЬ, ВЯЗКОСТЬ, ПЛАСТИЧНОСТЬ. КОНСТАНТЫ МАТЕРИАЛОВ ... 181

6.1. Упругость ... 181
6.1.1. Константы (модули) упругости ... 181
6.1.2. Определение констант упругости. Факторы, влияющие на константы упругости ... 183
6.1.3. Нелинейная упругость и внутреннее трение ... 190
6.2. Вязкость ... 191
6.3. Пластичность ... 195
6.3.1. Феноменологические модели упрочнения и разупрочнения ... 197
6.3.2. Влияние легирования и структурные аспекты упрочнения ... 221
6.3.3. Диаграмма пластичности ... 222
6.3.4. Пластичность при знакопеременной деформации ... 244
6.3.5. Пластичность при горячей обработке давлением ... 249

Глава 7. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕТАЛЛОВ ПРИ СТАНДАРТНЫХ ИСПЫТАНИЯХ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБАХ ... 263

7.1. Механические свойства при статических испытаниях ... 270
7.2. Механические свойства при динамических испытаниях ... 271
7.3. Вязкость разрушения ... 275
7.4. Коррозия металлов под напряжением ... 280
7.5. Усталость металлов ... 283
7.6. Твердость металлов ... 285
7.7. Износостойкость и контактная прочность металлов ... 288
7.8. Жаропрочность, ползучесть, длительная прочность ... 294
7.9. Радиационная стойкость ... 298
7.10. Технологические пробы для оценки качества продукции ... 301

Глава 8. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ ... 307

Список рекомендованной литературы ... 321

Предметный указатель ... 322

ПРЕДИСЛОВИЕ

Одной из основных задач металлургического производства является расширение сортамента и повышение качества продукции для удовлетворения потребности многочисленных отраслей машино- и приборостроения. По прежнему в качестве конструкционных материалов наибольшее применение находят металлы и их сплавы, поскольку они обладают необходимым для современной техники комплексом механических свойств: упругость, прочность, пластичность, твердость, вязкость разрушения, сопротивление динамическим, вибрационным нагрузкам и изнашиванию, длительная прочность при повышенных температуре и радиации, а также при агрессивном воздействии окружающей среды.

Важную роль в формировании механических свойств играет технология обработки металлов давлением (ОМД), термической и термомеханической обработки. Для выбора рациональных режимов металлообработки необходимо знание технологических свойств материалов (сопротивление деформации, диаграммы пластичности), которые широко используются с целью математического моделирования, оптимизации и проектирования процессов ОМД.

Наука о механических свойствах материалов базируется на современных достижениях физического металловедения, и механики деформируемого тела. Важно знать о влиянии легирования металлических сплавов, фазовых и структурных превращений, происходящих при металлообработке, на комплекс механических свойств. Механика пластической деформации и разрушения металлов является основой для современной методологии при разработке технологических процессов. Теория механических испытаний металлов и прогнозирования долговечности материалов в различных условиях эксплуатации также основана на законах механики деформируемого тела.

В предлагаемом учебнике "Механические свойства и модели разрушения металлов", который полезен не только специалистам по обработке металлов давлением, но и материаловедам, в одинаковой степени использованы физические теории несовершенств кристаллического строения металлов, фазовых и структурных превращений, а также основы механики деформируемого тела. Значительный по объему раздел учебника, связанный с теорией механических испытаний, способствует глубокому осмысливанию известных и помогает разработке новых методов изучения механических свойств металлов.

При написании учебника автор стремится к лаконичному, но в то же время достаточному для понимания основных разделов курса. В первой главе представлена концепция двух подходов к описанию строения вещества: система частиц и сплошная среда. Во второй главе даны физические основы прочности и пластичности, а в третьей — основы механики деформируемого тела. В четвертой главе изложена теория механических испытаний, которые классифицированы по виду деформированного состояния (осесимметричная и плоская деформация), а также для плоского напряженного состояния, в частности, на свободной поверхности образцов при испытании. В пятой главе обсуждены проблемы вязкого и хрупкого разрушения металла, особенности поведения пор и трещин при пластической деформации в условиях неограниченной пластичности и вязкого разрушения. Представлена методология изучения металла, сформулированы критерии микро- и макроразрушения, которые нашли применение при анализе процессов ОМД. В шестой главе изложены вопросы математического моделирования фундаментальных свойств материалов и определены константы упругости, вязкости и пластичности для конкретных металлов и сплавов. В седьмой главе приведены методики и опытные данные о механических свойствах, полученных при стандартных испытаниях, а также дано представление о применении технологических испытаний для оценки качества металлопродукции. В восьмой главе кратко изложены основы математической статистики, теории вероятности и планирования эксперимента для корректной постановки испытаний и обработки результатов исследования.

При подготовке рукописи автор заимствовал некоторые рисунки и таблицы из учебников [1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 15] из списка рекомендованной литературы. Некоторые представлены в переработанном виде, а некоторые заимствованы целиком.

Автор выражает глубокую благодарность своему учителю чл.-корр. РАН В. Л. Колмогорову. Без его поддержки представленная редакция учебника и мой более чем тридцатилетний опыт преподавания этой дисциплины были бы невозможны. Автор признателен профессорам В. И. Степаненко и В. Р. Баразу, взявших на себя труд прочитать рукопись и высказать ряд ценных замечаний, докт. техн. наук С. В. Смирнову и коллективу кафедры "Пластическая деформация специальных сплавов" Московского государственного института сталей и сплавов (технологический университет) за рецензирование рукописи, Р. В. Сильченко, И. И. Глазыриной и О. В. Шпиневой за помощь в подготовке и издании учебника.

Глава 1
СИСТЕМА ЧАСТИЦ И КОНТИНУУМ

Существует два подхода к описанию строения физических тел. Первый из них связан с представлением о теле в виде системы большого числа частиц (атомов или молекул), взаимодействующих между собой и пограничными телами. Такой подход используется в физике и классической статистической механике. Предполагается, что любая частица системы взаимодействует с границей лишь в непосредственной близости к ней. Взаимодействие между любыми двумя частицами системы не допускает их соударения, но позволяет им удаляться друг от друга. Центральная сила F и потенциал взаимодействия U двух электрически нейтральных атомов определяются по формулам:

$$F = \frac{12k\theta}{a}\left[\left(\frac{a}{r}\right)^7 - \left(\frac{a}{r}\right)^{13}\right]; \qquad (1.1)$$

$$U = 2k\theta\left[-\left(\frac{a}{r}\right)^6 + \frac{1}{2}\left(\frac{a}{r}\right)^{12}\right] + U_0,$$

где θ — температура взаимодействия атомов по Кельвину; k = = 1,38 10^{-16} эрг K^{-1} — постоянная Больцмана; r — расстояние между атомами; a — расстояние между атомами в равновесном состоянии, в котором сила $F = 0$; U_0 — потенциальная энергия взаимодействия частиц в равновесном состоянии. При $r < a$ сила F — отталкивающая, при $r > a$ — притягивающая. При $r = 1{,}1a$ сила притяжения частиц достигает максимального значения, а при $r = 2a$ практически уменьшается до нуля (рис. 1.1).

Моделью твердого тела является система почти плотно упакованных частиц, совершающих небольшие тепловые колебания около состояния равновесия, а моделью газа — система частиц, удаленных на расстоянии $r > 2a$. Частицы при хаотическом движении в момент сближения на расстоянии $r < 2a$ начинают взаимодействовать с силой F (1.1). При охлаждении системы частиц кинетическая энергия их хаотического движения уменьшается, а при нагревании — увеличивается. При охлаждении газа в результате взаимодействия ("соударения") двух частиц с некоторой малой энергией происходят "захваты" и образуется жидкость, а при дальнейшем охлаждении она переходит в твердое тело.

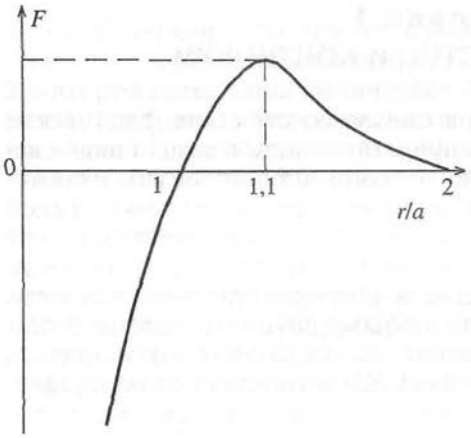


Рис. 1.1. Сила взаимодействия между двумя частицами системы

Количественное описание системы, число частиц в которой в 1 $см^3$ достигает порядка 10^{20}, затруднено, а информация об их индивидуальных движениях не дает знания о макроскопических свойствах системы. Методы статистической механики, определяя средние статистические значения тех или иных функций, дают соответствующие понятия плотности вещества, скорости частиц, внутренних напряжений, энергии, температуры, энтропии и количества тепла, которые характеризуют макроскопические свойства системы и используются в механике сплошной среды.

В механике сплошной среды тело представляется в виде континуума, непрерывно заполняющего объем геометрического пространства. Бесконечно малый объем тела также называется частицей. Геометрия движения частиц и силовое их взаимодействие друг с другом и с поверхностью тела, а также температура определяются непрерывными дифференцируемыми функциями координат и времени. Используя фундаментальные понятия напряжений, деформаций и скоростей деформаций, постулируется существование связи между ними и температурой с помощью феноменологических моделей, количественная оценка которых осуществляется в опытах при испытании образцов. Такие свойства тела, как упругость, вязкость, пластичность и разрушение, учитываются при конструировании феноменологической модели сплошной среды.

Тело называется упругим, если под воздействием сил форма его изменяется, а после снятия нагрузки она восстанавливается без остаточных деформаций и напряжений. Благодаря свойству упругости материалы обеспечивают различным машинам и сооружениям длительную работоспособность.

Неупругие тела, обладающие вязкостью и пластичностью, под действием внешних сил необратимо изменяют форму. Пластическое изменение формы сплошной среды происходит под воздействием напряжений, характеризующихся определенной

для данного материала критической интенсивностью напряжений, которая в процессе деформации за счет упрочнения материала может увеличиваться. Свойство пластического изменения формы ограничивается разрушением деформируемого тела. Отличительной особенностью разрушения пластического тела является устойчивость нарушений сплошности (микротрещин, микропор и микрополостей), залечивание которых требует дополнительных энергозатрат.

Вязкие свойства обычно характерны для жидкостей, которые могут во времени изменять форму без приложения внешних нагрузок. Для "замороженных" жидкостей (твердых тел) вязкое изменение формы требует приложения внешних нагрузок, но значительно меньших, чем это необходимо для пластического течения. Особенностью вязкого изменения формы является развитие деформации во времени, а напряженное состояние в теле определяется не деформацией, характеризующей формоизменение, а скоростью деформации. Для вязких материалов характерно свойство неограниченной пластичности, т. е. достижение большой степени деформации без макроразрушения.

Глава 2
ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ

Для изучения физических явлений, ответственных за процессы пластической деформации и разрушения металлов, важное значение имеют представления о кристаллическом строении вещества и теории дефектов кристаллической решетки. Знание общих закономерностей фазовых превращений и структурных изменений в металлах и сплавах позволяет сравнительно быстро находить технологические приемы повышения уровня механических и технологических свойств, а также эксплуатационных характеристик металлопродукции.

2.1. КРИСТАЛЛИЧЕСКОЕ СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА

Вещество может находиться в четырех агрегатных состояниях: твердое, жидкое, плазменное и газообразное. Вещества в твердом состоянии могут быть аморфные и кристаллические. Особенностью кристаллического строения является наличие пространственной периодичности расположения частиц. В зависимости от типа химической связи атомов частицами являются *либо атомы, либо ионы, либо молекулы. Для аморфных тел*, также как и для жидких и газообразных веществ, дальний порядок в расположении атомов отсутствует. Частицы в кристаллах совершают периодическое движение относительно их равновесного состояния, а для тел, находящихся в жидком и особенно в газообразном состояниях, наблюдается хаотичное движение частиц.

Аморфные тела (металл в аморфном состоянии, стекло, смола, эбонит) иногда называют "замороженными" жидкостями, так как для них характерным является вязкое течение вещества при нагружении, т. е. изменение формы во времени.

Свойства упругости, пластичности и деформационного упрочнения характерны для кристаллических тел, в меньшей степени — для аморфных твердых тел, и практически отсутствуют для жидкостей и газов. При этом не отрицается свойство жидкостей и газов упруго изменять объем.

Механические и физические свойства кристаллических веществ зависят от типа химической связи атомов и типа кристаллической структуры. Различают **ионные кристаллы**, для которых характерна ионная связь, обусловленная переходом электронов от одного атома к другому с образованием положитель-

ных и отрицательных ионов. Такая связь характерна для солей и оксидов. Ионные кристаллы имеют малую теплопроводность, которая возрастает при нагреве. Для **ковалентных кристаллов** характерна связь, возникающая в случае, когда электроны, находящиеся на внешней оболочке, принадлежат двум соседним атомам. Сила притяжения атомов по сравнению с ионными кристаллами уменьшается, но она достаточная для прочного фиксирования взаимного расположения атомов. Такая связь характерна для алмаза, кремния, германия и др. Ковалентные кристаллы имеют электронную проводимость, однако электропроводность низкая. Они обладают высокой твердостью и температурой плавления, но малой пластичностью. Даже малые деформации приводят к нарушению межатомных связей и разрушению (например, сурьма, висмут и др.)

В узлах кристаллической решетки **молекулярных кристаллов** находятся молекулы с прочной атомной связью. Связь между молекулами осуществляется за счет смещения центров электрических зарядов в молекулах, но кулоново притяжение частиц значительно слабее, чем в ковалентных и, особенно ионных кристаллах. Молекулярные кристаллы образуются у водорода и инертных газов при затвердевании при низких температурах. Молекулярные кристаллы имеют низкую температуру плавления и легко переходят из твердого состояния в газообразное, то есть *сублимируются*.

Решетка **металлического кристалла** представляет плотноупакованный каркас из положительных ионов, расположенных в пространстве с определенной закономерностью, и электронный "газ", образованный свободными электронами, потерявшими связь с ядрами атомов. Электроны могут свободно перемещаться в решетке, обеспечивая хорошую тепло- и электропроводность, которая понижается с повышением температуры. Металлические кристаллы обладают сравнительно высокими упругими и пластическими свойствами, которые объясняют высокий уровень потребительских свойств металлопродукции.

Минимально возможное число атомов, характеризующее пространственную закономерность металлического кристалла, называют *элементарной ячейкой*. Обычно элементарную ячейку представляют в виде параллелепипеда, вершины которого называют узлами. Геометрическую форму элементарного параллелепипеда можно задать, используя значения трех углов между ребрами и длин ребер, которые называют параметрами решетки. Длина ребер для большинства кристаллических веществ составляет доли нанометров. Различают *простые и сложные* элементарные ячейки. В случае, если атомы располагаются только

в узлах параллелепипеда, то ячейку называют простой, а на ячейку приходится всего один атом. Для сложной ячейки возможно расположение атомов как на гранях элементарного параллелепипеда, так и в объеме ячейки, таким образом, на ячейку приходится более, чем один атом.

Локализованное нарушение пространственной закономерности расположения атомных слоев называют **дефектом упаковки**. Геометрически дефект упаковки характеризуется шириной слоя с нарушенной закономерностью кристаллографической решетки. Вследствие смещения атомов дефект упаковки имеет энергию поверхности раздела. Энергия дефекта упаковки $E = \gamma d_0$, где d_0 — ширина дефекта упаковки, γ — удельная энергия дефекта упаковки. Удельная энергия и ширина дефекта упаковки имеют важное значение для понимания структурных изменений и формирования механических свойств металлов и сплавов.

Для оценки степени компактности кристаллической решетки используют специальные показатели: число атомов на ячейку $n_я$ — это число атомов, принадлежащее целиком только данной элементарной ячейке; координационное число K определяет число атомов, равноудаленных от рассматриваемого атома; коэффициент компактности q характеризует отношение объема, занятого в ячейке атомами, к объему всей ячейки. Таким образом, возможно классифицировать тип кристаллической структуры и количественно оценить кристаллографические поры (пространство между атомами).

Большинство металлов имеет кристаллические структуры трех типов (рис. 2.1): объемноцентрированная кубическая или ОЦК (структурный тип вольфрама) решетка характерна для щелочных (Li, Na, K, Rb, Cs) и переходных металлов (V, Cr, Nb, Ta и W), а также для полиморфных модификаций (Fe, Ti и Zr); гранецентрированная кубическая или ГЦК (структурный тип меди) решетка характерна для благородных (Cu, Ag, Au), многовалентных (Al, Pb) и переходных металлов последних групп периодической системы (Ni, Pl, Rh, Jr, Pt), а также полиморфных модификаций Fe и Co; гексагональная или ГПУ (структурный тип магния) решетка характерна для переходных металлов первых групп (Sc, Ti, Zc), двухвалентных металлов (Be, Mg, Zn, Cd) и большинства редкоземельных металлов.

Кристаллические тела с идеальной (бездефектной) структурой из-за упорядоченного расположения атомов обладают анизотропией некоторых физических и механических свойств. Модуль упругости, удельное электросопротивление, коэффициент диффузии имеют различное значение для разных направлений в кристалле. В то же время, такие свойства как плотность и удель-

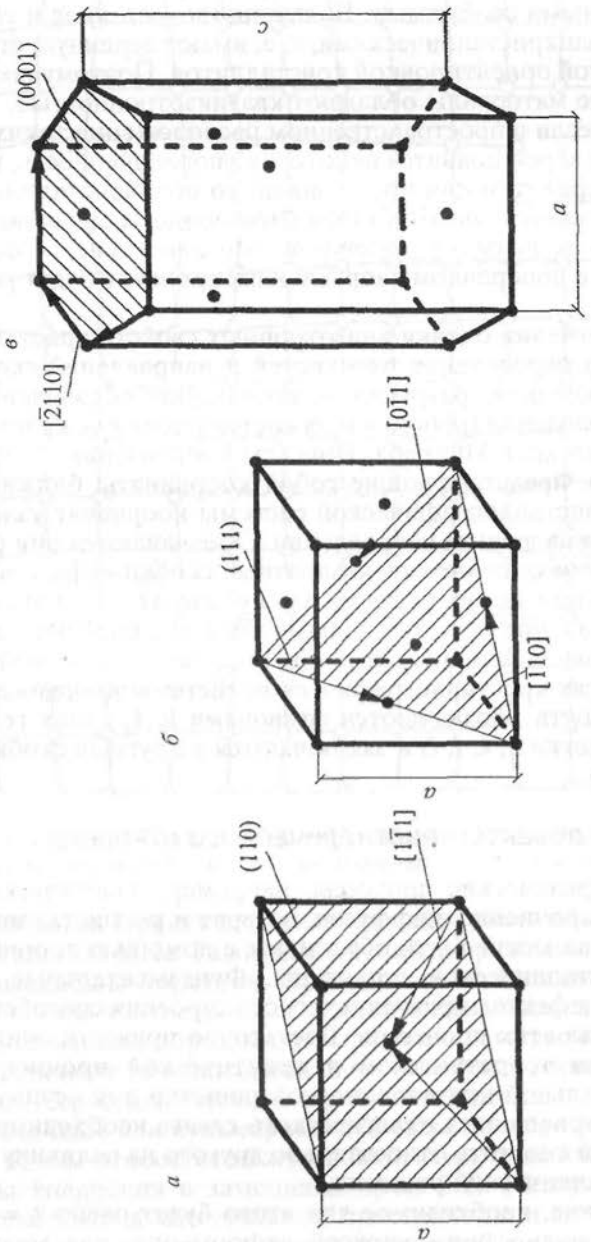


Рис. 2.1. Основные типы кристаллической решетки, плоскости и направления скольжения:
а — кубическая объемноцентрированная; *б* — кубическая гранецентрированная; *в* — гексагональная

ная теплоемкость не зависят от выбора направления, их называют изотропными свойствами. Большинство металлов и сплавов являются поликристаллическими, т. е. имеют зеренную структуру с различной ориентировкой кристаллитов. Поэтому поликристаллические материалы обладают квазиизотропностью.

Однако, если в пространственном расположении таких кристаллических зерен появится некоторая упорядоченность, например, после прокатки или прессования, то поликристаллический материал окажется анизотропным. Преимущественная ориентировка зерен называется текстурой. Механические свойства в продольном и поперечном направлениях прокатки будут различными.

Для облегчения оценки анизотропных свойств кристаллического тела и определения плоскостей и направлений скольжения, двойникования, разрушения используют обозначения основных направлений (ребер) и плоскостей (граней) в кристалле с помощью индексов Миллера. Индексы направления — это три целых числа, представляющие собой координаты ближайшего от начала кристаллографической системы координат узла, расположенного на данном направлении. Обозначаются они символами u, v, w и заключаются в квадратные скобки — $[u, v, w]$. Индексы плоскости задаются тремя для кубической, или четырьмя для гексагональной решетки целыми числами, которые находят через обратные величины отрезков, отсекаемых искомой плоскостью на осях кристаллографической системы координат. Индексы плоскости обозначаются символами h, k, l (для гексагональной решетки h, k, i, l) и заключаются в круглые скобки ($h\ k\ l$) или ($h\ k\ i\ l$).

2.2. ДЕФЕКТЫ КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО СТРОЕНИЯ

Многие физические процессы, например, пластическая деформация, упрочнение, диффузия, возврат и рекристаллизация, разрушение не могут быть объяснены с помощью теории идеальной кристаллической структуры. Фундаментальные представления о дефектах кристаллического строения способствовали пониманию этих процессов. Достаточно привести один пример различия теоретической и практической прочности на сдвиг. В идеальной кристаллической решетке для осуществления элементарного акта пластического сдвига необходимо один атомный слой сместить относительно другого на величину параметра кристаллической решетки.

Напряжение, необходимое для этого будет равно $\tau = G/2\pi$, где G — модуль сдвига упругой деформации, для меди $\tau =$

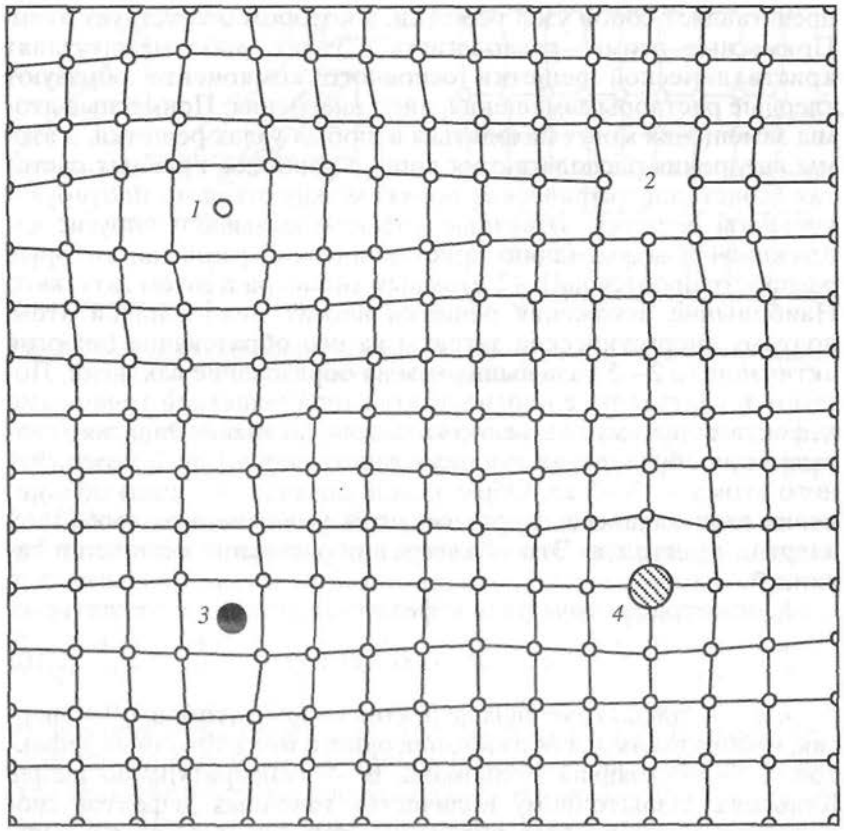


Рис. 2.2. Типы точечных дефектов кристаллической решетки; межузельный атом (*1*), вакансия (2), примесные атомы внедрения (*3*) и замещения (*4*)

= 7320 МПа. Практически напряжение сдвига для меди составляет лишь 1,0 МПа. Разница значений напряжения сдвига достигает несколько порядков. Предположения о наличии дефектов кристаллического строения вещества позволяет это объяснить и существенным образом повысить точность расчетов.

Различают точечные, линейные, поверхностные и объемные дефекты кристаллического строения вещества.

Точечные или нульмерные дефекты малы во всех направлениях. К ним относятся межузельный атом, вакансия, примесные атомы внедрения и замещения (рис. 2.2). Межузельный атом располагается в межузельном пространстве и является как бы лишним для идеальной кристаллической решетки. Вакансия

представляет собой узел решетки, в котором отсутствует атом. Примесные атомы, располагаясь в узлах, либо междуузлиях кристаллической решетки основного компонента образуют твердые растворы замещения, либо внедрения. Примесные атомы замещения могут находиться в любых узлах решетки, а атомы внедрения располагаются лишь в наиболее крупных пустотах (кристаллографических порах) между атомами плотноупакованной решетки. Точечные дефекты вызывают упругие напряжения и деформацию кристаллической решетки, которые распространяются на 1—2 атомных диаметра и затем затухают. Наибольшие искажения решетки вносит межузельный атом, поэтому энергетические затраты на его образование (энергия активации) в 2—5 раза выше, чем на образование вакансий. Поэтому в кристаллах с плотноупакованной решеткой точечными дефектами преимущественно являются вакансии. Энергия активации при образовании вакансии составляет ~ 1 эв, а межузельного атома — 2—5 эв. Образование бивакансий путем объединения двух вакансий сопровождается уменьшением свободной энергии кристалла. Это объясняет образование скоплений вакансий.

Концентрация точечных дефектов зависит от температуры:

$$C = n/N = \exp(-Q/k\theta), \qquad (2.10)$$

где n и N — число точечных дефектов и число атомов; Q — энергия, необходимая для образования одного моля точечных дефектов, k — постоянная Больцмана, θ — температура по шкале Кельвина. Избыточному количеству точечных дефектов способствует радиационное облучение, так как образуются пары Френкеля (межузельный атом-вакансия). Резкое охлаждение металла при закалке, а также многократный нагрев и охлаждение (термоциклирование) приводят к увеличению концентрации вакансий. Следствием этого является существенное изменение механических свойств металла. При приложении внешних нагрузок, особенно при высоких температурах, возникает направленный поток вакансий, сопровождающийся встречным массопереносом, что приводит к деформации. Концентрация примесных атомов внедрения и замещения зависит от химического состава сплава, а также предельной растворимости легирующего элемента в основном.

Линейные дефекты — к ним относятся дислокации, цепочки вакансий и межузельных атомов, они имеют существенные размеры, соизмеримые с размером кристалла только в одном направлении. Наибольший интерес представляют дислокации,

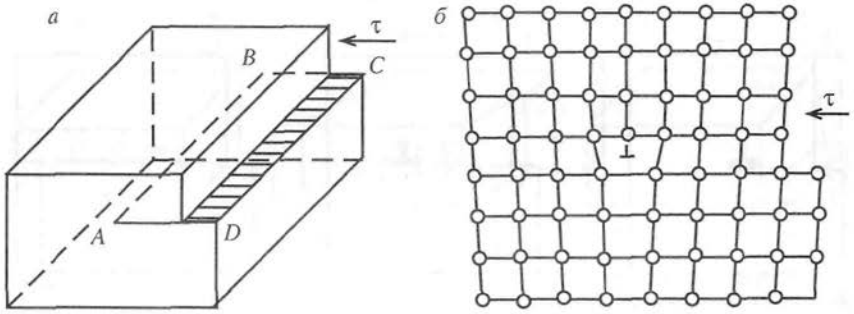


Рис. 2.3. Краевая дислокация AB в кристалле, стрелкой показано направление сдвигового напряжения

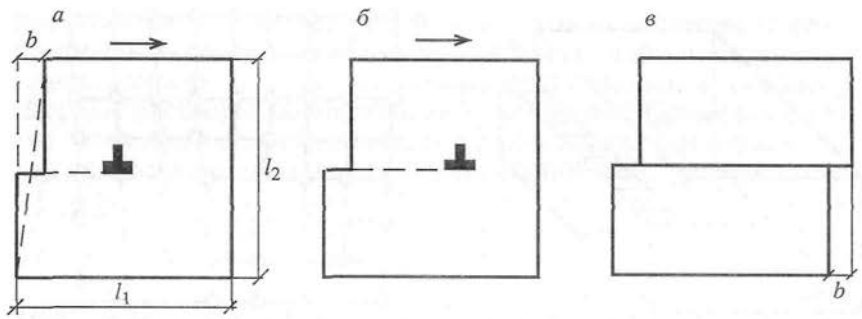


Рис. 2.4. Перемещение краевой дислокации с выходом на поверхность кристалла (*а*, *б*) приведет к сдвигу на величину межатомного расстояния b (*в*)

которые сравнительно легко могут перемещаться в плоскостях скольжения и двойникования, обеспечивая при этом формоизменение.

Краевая дислокация образуется в вершине неполной атомной плоскости в правильной кристаллической решетке, которую называют экстраплоскостью, или полуплоскостью. Протяженность дислокационной линии равна длине края полуплоскости, соизмеримой с размерами кристалла. В ядре дислокации (вокруг края полуплоскости) возникает искажение кристаллической решетки и, как следствие, напряжение сжатия выше и растяжения ниже края экстраплоскости (рис. 2.3). В плоскости, перпендикулярной дислокационной линии, область несовершенства решетки имеет малые размеры — около 2—10 атомных диаметров. Краевые дислокации, располагающиеся в плоскости скольжения, обладают высокой подвижностью. Это объясняется тем, что под воздействием внешних нагрузок происходит потеря связи атомов кристаллической решетки около последнего атома экстраплоскости и восстановление с ним новой атомной связи. Таким образом, дислокация перемещается на одно межатомное расстояние. Многократное повторение этого процесса приводит к перемещению дислокации с выходом на поверхность кристалла и образованию ступеньки, характеризующей элементарный акт пластической деформации (рис. 2.4). Макроскопический сдвиг набирается из множества единичных сдвигов и результат его под оптическим микроскопом наблюдается в виде линий скольжения. Краевую дислокацию условно называют положительной (⊥) или отрицательной (⊤), в зависимости от того, выше или ниже плоскости скольжения располагается экстраплоскость.

Винтовая дислокация образуется в случае, когда кристалл условно разрезан на величину, меньшую его длины, а части его сдвинуты в поперечном направлении на одно межатомное расстояние (рис. 2.5). На линии дислокации BC сдвиг равен нулю. Горизонтальные атомные плоскости при таком сдвиге изогнуться, а кристалл окажется как бы образованным единой атомной плоскостью, закрученной по винту.

Особенностью винтовой дислокации является то, что для нее плоскость сдвига однозначно не определена, т. к. она может скользить в любой атомной плоскости, причем иногда при встрече препятствия она может совершать поперечное скольжение и переходить из одной кристаллографической плоскости в другую. Винтовая дислокация, также как и краевая, перемещаясь через кристалл, дает один и тот же результат — сдвиг на одно межатомное расстояние с образованием ступеньки (рис. 2.6.) или на величину вектора Бюргерса $\vec{b}$. Для краевой дислокации вектор Бюргерса $\vec{b}$ параллелен смещению $\vec{h}$, но перпендикулярен линии дислокации $\vec{l}$. Для винтовой дислока-

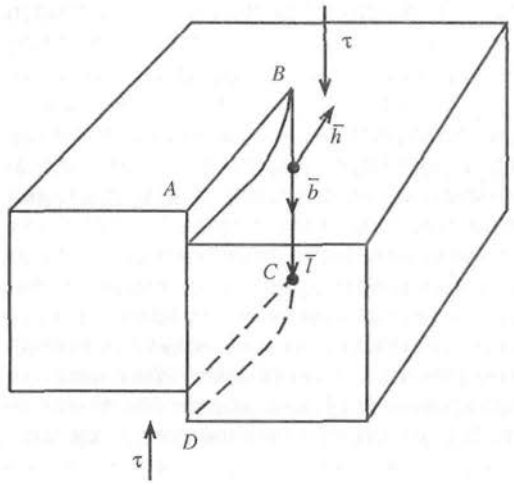


Рис. 2.5. Модель винтовой дислокации

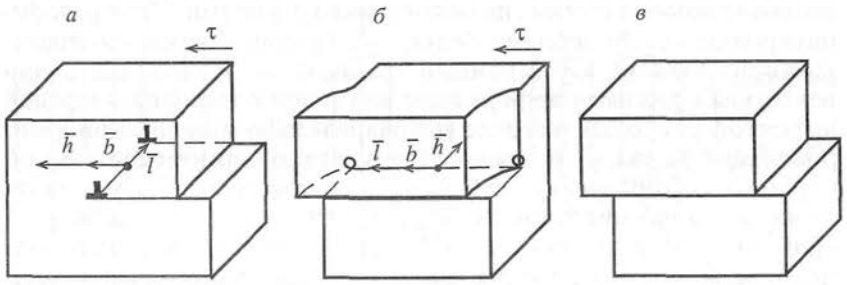


Рис. 2.6. В результате перемещения краевой (*а*) или винтовой (*б*) дислокации получается одинаковый результат — дискретный сдвиг на величину межатомного расстояния (*в*)

ции $(\vec{b}\|\vec{l})\perp\vec{h}$. Обозначим суммарную длину всех дислокаций в единице объема ρ и назовем ее плотностью дислокаций. Величину пластического сдвига определим:

$$\varepsilon = b\rho\lambda, \qquad (2.2)$$

где b — модуль вектора Бюргерса, кратный межатомному расстоянию, и равный элементарному сдвигу при прохождении дислокации через кристалл, λ — средняя длина пробега дислокации.

Скорость деформации:

$$\dot{\varepsilon} = b\rho v, \qquad (2.3)$$

где v — модуль вектора скорости движения дислокации, он зависит от приложенного напряжения, температуры и других факторов. Предельным значением для скорости движения дислокации является скорость распространения в материале упругих волн или звука. Таким образом, и степень, и скорость деформации зависят от плотности дислокации. В отожженном монокристале ρ = = $10^4 \ldots 10^6$ см$^{-2}$, в отожженном поликристалле ρ = $10^6 \ldots 10^8$ см$^{-2}$, а в деформированном достигает 10^{12} см$^{-2}$. В сильно деформированном поликристалле среднее расстояние между соседними дислокациями составляет 10 нм.

Поверхностные дефекты малы только в одном измерении. К ним относятся границы зерен, субзерен, двойников, дефекты упаковки, границы доменов, поверхность раздела фаз и т.д. В поликристаллическом материале существуют внутренние поверхности, разделяющие кристаллиты или зерна, имеющие несовпадающую кристаллографическую ориентировку. Угол разориентировки до $5^0 \ldots 10^0$ характерен для субзеренной структуры, а границы между субзернами внутри одного зерна, состоящие из

дислокационных стенок, называют малоугловыми. Угол разориентировки между зернами более 10^0. Границы зерен называют высокоугловыми. Субзеренные границы могут возникать при некоторых режимах деформации металлов с высокой энергией дефектов упаковки, нагреве предварительно холоднодеформированного металла, а также в результате термомеханической обработки. Образование субзерен существенным образом влияет на механические свойства. Ширина границы зерен (субзерен) приближается к атомным размерам (порядка 1—3 атомных диаметров). Для границы характерны большие промежутки между атомами (повышенная рыхлость). Это является причиной более быстрой диффузии по границам зерен, а также объясняет их высокую подвижность. Атомы на границах зерен находятся в неравновесном состоянии и склонны вступать в химические реакции. Этим объясняется повышенная травимость границ зерен.

Объемные дефекты представляют нарушение сплошности материала, существующие в виде пор и трещин. Нарушением сплошности является дефект или полость в кристалле, наименьший размер которого превышает радиус действия межатомных сил сцепления, следовательно, r больше 2—3 межатомных расстояний. Противоположные берега полости можно рассматривать в качестве свободных поверхностей. По масштабу объемные дефекты могут быть субмикро-, микро- и макроскопическими. Субмикродефекты измеряются в нанометрах, их практически невозможно непосредственно наблюдать, а об их присутствии судят косвенным образом путем измерения чувствительной физической характеристики: плотность, электропроводность и т. п. Микродефекты наблюдают с помощью световой микроскопии (увеличение 100—1000 раз), а размер их соизмерим с размером зерна или субзерна. Макроскопические несплошности — это трехмерные полости размером более 1 мм, и их наблюдают визуально или с помощью рентгеновской или магнитной дефектоскопии. Классификацию дефектов осуществляют и по другим признакам: структурным (трещины, поры, неметаллические включения, разнозернистость и др.); технологическим (механические, деформационные, термические, диффузионные, коррозионные, радиационные, адсорбционные, эррозионные, кавитационные, литейные, сварочные и др.)

2.3. ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ И УПРОЧНЕНИЕ

Основным механизмом, особенно холодной пластической деформации, является внутризеренный сдвиг одних частей кристалла относительно других путем скольжения и двойникова-

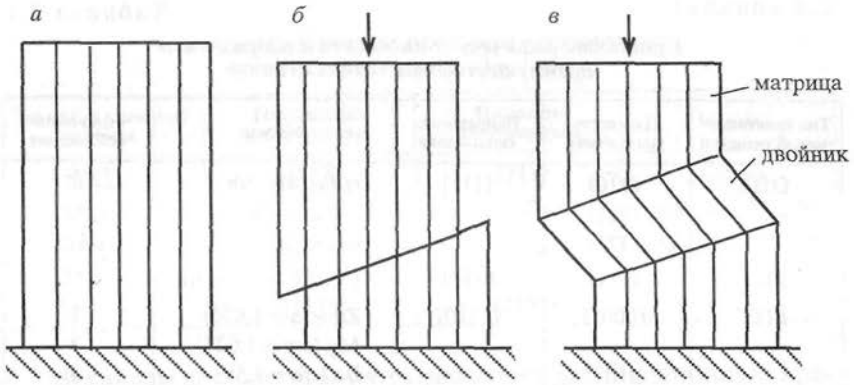


Рис. 2.7. Различные способы деформации кристалла (при действии осевой сжимающей нагрузки);
а — недеформированный кристалл; *б* — деформация скольжением; *в* — деформация двойникованием

ния (рис. 2.7). При температурах горячей обработки давлением ($\theta \geq 0{,}5\ \theta_{пл}$) с повышением роли диффузионных процессов существенной может оказаться доля межзеренного (зернограничного) сдвига. Уменьшение скорости деформации стимулирует зернограничное скольжение.

Плоскостями скольжения являются наиболее плотноупакованные кристаллографические плоскости, большое расстояние между которыми объясняет минимальное сопротивление движению дислокаций. Напряжение Пайерлса, характеризующее сопротивление решетки движению дислокаций, равно:

$$\tau_{кр} = \frac{2G}{1-\nu}\exp\left(-\frac{2\pi a}{(1-\nu)b}\right), \qquad (2.4)$$

где a и b — расстояния между плоскостями скольжения и между атомами в плоскости сдвига в направлении скольжения, G — модуль сдвига, ν — коэффициент Пуассона. Чем больше отношение a/b, тем меньше сопротивление решетки перемещению дислокаций. Плоскость скольжения и направление скольжения, лежащие в этой плоскости, образуют систему скольжения (табл. 2.1).

Для системы скольжения существует правило, если плоскость скольжения имеет индексы (hkl), а направление скольжения $[uvw]$, то $hu + kv + lw = 0$.

В металлах, например, у α-Fe с объемноцентрированной кубической решеткой, наиболее упакованной плоскостью является плоскость типа (110), их 6, а направление — типа [111], их

Таблица 2.1

Кристаллографические плоскости и направления преимущественного скольжения

Тип кристаллической решетки	Плоскость скольжения	Направление скольжения	Металл	Число систем скольжения
ОЦК	$(1\bar{1}0)$	[111]	α-Fe, Mo, Nb	12
	(211)		α-Fe, Ta,W	12
	(321)		α-Fe, Cr	12
ГКЦ	(111)	$[1\bar{1}0]$	Cu, Al, Ni, Ag, Au	12
ГПУ	(0001)	$[11\bar{2}0]$	Zn (c/a = 1,856)	3
			Mg (c/a = 1,624)	3
	$(10\bar{1}1)$		Be (c/a = 1,59)	3
	(1100)			3
	$(11\bar{2}2)$		Ti	3
			Ti (c/a = 1,587)	3
			Ti	3

по 2 в каждой плоскости. Таким образом, число систем скольжения — 12. Для гранецентрированной решетки (Cu) плоскостей скольжения (тетраэдрических) — 4, а в каждой из них по 3 — направления скольжения. В гексагональной плотноупакованной решетке, например Zn, базисная плоскость (0001) является плоскостью скольжения, в которой имеются три направления скольжения типа $[11\bar{2}0]$.

В соответствии с законом Шмида пластический сдвиг начнется в системе скольжения с такой пространственной ориентацией, для которой напряжение, вызванное внешними силами, наиболее быстро достигнет некоторого критического значения (2.4), характерного для данного материала. Плоскостями легкого скольжения называют такие, которые имеют наиболее благоприятную ориентацию по отношению к внешним силам. Влияние фактора Шмида особенно проявляется для кристаллов с ГПУ решеткой и в меньшей степени — с ОЦК и ГКЦ решеткой, так как для них число систем скольжения больше, чем для ГПУ решетки.

В тех случаях, когда скольжение по каким-либо причинам затруднено, пластическая деформация осуществляется двойникованием (рис. 2.7, *в*). Системы двойникования для различных типов кристаллической решетки приведены в табл. 2.2.

Наиболее часто двойникование происходит в ГПУ металлах, где число систем скольжения минимально, особенно при отношении $c/a \geq 1{,}633$.

Таблица 2.2

Кристаллографические плоскости и направления преимущественного двойникования

Тип кристаллической решетки	Направление двойникования	Плоскость двойникования	Металл
ГКЦ	$[11\bar{2}]$	(111)	Cu, Ni
ОЦК	[111]	$(11\bar{2})$	α-Fe, Cr, Mo, W
ГПУ	[1011]	$(10\bar{1}2)$	Mg, Zn, Be, Ti, Zr
	$[10\bar{1}2]$	(1011)	
	[1123]	$(11\bar{2}2)$	

Механизм двойникования также имеет дислокационную природу. В поликристалле двойники никогда не переходят из одного зерна в другое. Помимо деформационных или механических двойников, имеются еще двойники роста твердой фазы при затвердевании и двойники отжига в результате рекристаллизационного отжига. Двойники роста и отжига под микроскопом выглядят широкими полосами, соизмеримые с размером зерна, а двойники деформаций в виде тонких линий. Металлы, которые деформируются преимущественно двойникованием, считаются малопластичными и даже хрупкими.

В процессе деформации полная дислокация может расщепляться (диссоциироваться) на две частичные. Кстати, этот процесс энергетически выгоден. В то же время частичные дислокации могут стягиваться в полную дислокацию.

Дислокации могут размножаться, например, по методу Франка—Рида, или возникать из скопления вакансий путем их захлопывания, могут скапливаться у различного рода препятствий, могут образовывать дислокационные скопления, сетки и стенки. При этом возрастает плотность дислокаций. При некоторых условиях деформации в зернах начинает формироваться ячеистая структура, характеризующаяся неравномерным распределением дислокаций, так как внутри ячеек плотность дислокации остается сравнительно небольшой. При очень больших степенях деформации распределение их становиться облакообразным, хотя их повышенная концентрация на субграницах ячеек сохраняется. Кроме того, при пластической деформации возрастает концентрация вакансий, которые генерируются порогами скользящих винтовых дислокаций.

Изменение зеренной структуры в процессе большой деформации прежде всего выражается в преимущественной ориентировке вытянутых зерен и образовании текстуры. На формирование текстуры оказывает влияние схема деформации. Для осесимметричной деформации (волочение, прессование, радиальная ковка и т. п.) характерна волокнистая текстура. В металле с ОЦК решеткой кристаллографическое направление [110] стремится развернуться вдоль оси деформации. Для металлов с ГЦК решеткой возможно образование двойной волокнистой текстуры с направлениями [111] и [100]. Текстура типа [111] преобладает в металлах с высокой энергией дефектов упаковки, например для Al. Для серебра и латуни, характеризующихся небольшой энергией дефектов упаковки, имеет место, в основном, текстура типа [100]. В гексагональных металлах базисные плоскости поворачиваются таким образом, чтобы направление [1100] совпало с осью деформации.

При плоской деформации (прокатка листа) характерно не только определенное кристаллографическое направление, но и определенная кристаллографическая плоскость, которая стремится быть параллельной плоскости листа. В металлах с ГЦК решеткой преобладает текстура (110) [112]. Такую комбинацию называют текстурой типа α-латуни и она встречается в металлах с пониженной энергией дефектов упаковки. Металлы с высокой энергией дефектов упаковки имеют более сложную текстуру.

В металлах с ОЦК решеткой преобладает текстура прокатки типа (001) [110]. В этих металлах могут возникать сопутствующие текстуры, например, (112) [110] и (111) [112].

В процессе прокатки металлов с ГПУ решеткой базисная плоскость (0001) стремится расположиться параллельно плоскости листа, а направление [1120] устанавливается вдоль направления деформации.

Металлы с ГПУ решеткой в зависимости от отношения параметров решетки (c/a), для которых определяющим механизмом деформации является двойникование, при растяжении имеют большую пластичность, чем при сжатии (монокристалл Zn c/a = = 1,856), а для монокристалла Mg (c/a = 1,624) наоборот: при сжатии пластичность выше, чем при растяжении.

Текстура деформации вызывает анизотропию механических и физических свойств поликристаллов, что либо повышает, либо понижает потребительские свойства металлопродукции.

Существенное влияние на структуру оказывает температура деформации и отжига, которую удобно определять в долях от температуры плавления $\theta_{пл}$. При температуре в диапазоне $(0{,}2\ldots0{,}4)\theta_{пл}$ проходит процесс возврата, сопровождающийся уменьшением избыточной концентрации точечных дефектов, а также перераспределением и аннигиляцией части дислокаций. В заключительной стадии возврата (полигонизации) при темпера-

турах, близких к $0{,}4\theta_{пл}$, происходит перестройка дислокационной структуры с образованием энергетически более выгодных дислокационных стенок или малоугловых границ. Образующиеся при этом субзерна имеют более низкую плотность дислокаций.

При температурах $\theta \approx 0{,}4\theta_{пл}$ наступает рекристаллизация — процесс формирования и роста в деформированной матрице новых зерен с неискаженной структурой, разделенных высокоугловыми границами. При этом плотность дислокаций уменьшается от 10^{12} см$^{-2}$ до $10^{6}...10^{8}$ см$^{-2}$. С увеличением температуры и времени отжига наблюдается рост новых зерен (собирательная рекристаллизация).

При температурах выше некоторого критического значения может происходить вторичная рекристаллизация, сопровождающаяся ростом отдельных новых зерен, в то время как другие зерна сохраняют размер. В результате появляется разнозернистая структура.

Обычно после рекристаллизации новые зерна имеют произвольную кристаллографическую ориентировку и обеспечивается изотропность механических и физических свойств. Однако в некоторых случаях, например, при производстве трансформаторной стали, при рекристаллизационном отжиге добиваются формирования текстуры отжига с ребровой текстурой типа (110) [100]. При такой текстуре ребро куба [100] является направлением наиболее легкого намагничивания и совпадает с направлением прокатки, а плоскость (110) параллельна плоскости проката. Такую текстуру обеспечивают выбором химического состава стали, режимами холодной деформации и отжига.

При горячей пластической деформации, которая протекает при температуре выше температуры рекристаллизации, развиваются одновременно и конкурируют между собой структурные изменения, определяющие процессы упрочнения и разупрочнения металла. Процессы возврата и рекристаллизации принято считать динамическими. Как правило, разупрочнение при горячей деформации опережает упрочнение, поэтому сопротивление деформации увеличивается до некоторой критической степени, а затем остается неизменным, либо даже уменьшается. Изменяя схему и режимы деформации, температуру, скорость охлаждения, можно регулировать структуру сплава, ее однородность, стабильность и, соответственно, изменять механические свойства.

Особую эффективность получения высокопрочной структуры удается достичь, применяя термомеханическую обработку. При этом сохраняется пластичность и значительно повышается вязкость разрушения, особенно при низких температурах эксплуатации металлопродукции. Термомеханическая обработка сплавов (ТМО) основана на использовании фазовых превращений, а также точности соблюдения технологических режимов обработки: скорость и температура нагрева, степень и скорость деформации, скорость охлаждения и повторного нагрева. Важной является продолжительность временных отрезков воздействия указанных факторов.

При ТМО режимы обработки выбираются в зависимости от механизма упрочнения за счет: распада пересыщенных твердых растворов с нерекристаллизованной структурой (стареющие сплавы); полиморфного превращения нерекристаллизованной структуры после закалки на мартенсит.

Пониманию сущности процессов, протекающих при пластической деформации и ответственных за формирование механических свойств, способствует знание дислокационных механизмов упрочнения металла. Сопротивление пластической деформации прежде всего определяется напряжением Пайерлса, характеризующего сопротивление движения дислокаций со стороны кристаллической решетки (2.4). Если в плоскости скольжения имеются какие-либо барьеры для движения дислокаций, то они скапливаются и блокируют источники размножения дислокаций. Для возобновления работы источника Франка—Рида необходимо извне приложить все возрастающее по величине напряжение. Это означает, что металл упрочняется.

В ядре дислокации кристаллическая решетка сильно искажена, поэтому является центром локальных напряжений в кристалле, интенсивность которого уменьшается обратно пропорционально расстоянию от нее. Энергия дислокации для разных материалов находится в пределах 3—10 эВ. В недеформированном металле дислокации равномерно распределены в виде трехмерной сетки. Из условия равновесия в узлах сетки встречающиеся дислокации должны иметь сумму векторов Бюргерса, равную нулю. В результате взаимодействия точечных дефектов и дислокаций образуются дислокационные сплетения или клубки.

Можно показать, что наиболее предпочтительным способом размещения одноименных по знаку дислокаций является расположение их друг над другом в виде вертикальной стенки, которая представляет собой малоугловую границу и делит кристалл на фрагменты. Одноименные дислокации отталкиваются, разноименные притягиваются, а при встрече могут аннигилировать.

При взаимодействии винтовых дислокаций, перемещающихся в пересекающихся системах скольжения, образуется сту-

пенька, которая может перемещаться с образованием цепочек вакансий, либо межузельных атомов. Таким образом, взаимодействие винтовых дислокаций может увеличивать сопротивление деформации.

Полная дислокация может расщепляться на частичные с образованием между ними дефекта упаковки шириной d_0, зависящей от материала. Процесс расщепления дислокаций выгоден энергетически, особенно для материалов с низкой удельной энергией дефекта упаковки γ. Из условия равновесия частичных дислокаций можно определить ширину дефекта упаковки:

$$d_0 = \frac{Gb^2}{4\pi\gamma}. \qquad (2.5)$$

Эти величины имеют важное значение для понимания структурных изменений, происходящих в металлах при деформации, а также в условиях последующего нагрева. Частичные дислокации, перемещающиеся в пересекающихся системах скольжения, образуют малоподвижные ("сидячие") дислокации, для которых вектор Бюргерса не лежит ни в одной из плоскостей скольжения. Сидячие дислокации представляют барьер Ломера—Котрелла, снижающий подвижность других дислокаций и способствующий, таким образом, повышению сопротивления деформации.

Дислокация, взаимодействуя с примесными атомами внедрения или замещения, которые могут образовывать скопления (облака или атмосферы Котрелла), становится малоподвижной. Такая дислокация в отличие от скользящей подвижной может перемещаться вместе со скоплениями дефектов, которые перемещаются только диффузионным путем. Это объясняет эффективное повышение прочностных характеристик материала за счет твердорастворного упрочнения.

Взаимодействие дислокаций с частицами выделения второй фазы, которые обычно распределены внутри матрицы в виде дисперсных включений, приводит к случаям прохождения дислокацией частиц либо огибанием (механизм Орована), либо их перерезанием. Это приводит к эффективному дисперсионному упрочнению материала.

Границы зерен или фрагментов своим полем напряжений могут задерживать движение дислокаций. Эффективность границ как препятствий усиливается с увеличением угла разориентировки, так как при пересечении границы скачком изменяется ориентировка плоскости скольжения. На границах зерен, как правило, скапливаются примеси. Это также способствует

повышению характеристик прочности. Зависимость предела текучести от размера зерна d иллюстрирует уравнение Холла—Петча:

$$\sigma_s = \sigma_{s0} + k/\sqrt{d},$$

где σ_{s0} — напряжение, характеризующее сопротивление решетки, k — константа, зависящая от сегрегации примесных атомов внедрения, d — в общем случае расстояние, которое проходит дислокация, не встречая сопротивление (длина свободного пробега), поэтому это может быть размер зерна, фрагмента, расстояние между частицами выделения и т. п.

Подвижность частичных дислокаций, образующихся из полной путем диссоциации, значительно меньше, чем у полной дислокации, так как они могут перемещаться только в плоскости, в которой расположен дефект упаковки. При встрече с барьером частичные дислокации должны стянуться в полную и поперечным скольжением последней перейти в другую плоскость скольжения. Частичные дислокации у металлов с низкой удельной энергией дефекта упаковки имеют большую ширину d_0 и более устойчивы. Их стягивание в полную дислокацию для осуществления поперечного скольжения требует дополнительной энергии. Наоборот, металлы с высокой энергией дефекта упаковки (Al, Ni, Pb) имеют небольшую ширину d_0, поэтому дислокации обладают повышенной подвижностью, а металл низким сопротивлением деформации.

2.4. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ В МЕТАЛЛАХ И СПЛАВАХ

Большинство металлов и сплавов может находиться в твердом, жидком и газообразном агрегатных состояниях. Переход из твердого в жидкое, а затем газообразное состояния сопровождается тепловыми и объемными эффектами. При плавлении происходит поглощение тепла и уменьшение плотности ~ до 10 %. Лишь для некоторых элементов, например, висмута и галия, наблюдается увеличение плотности при плавлении. В жидком состоянии металлы обладают высокой электропроводностью и имеют упорядоченное расположение ионов в ограниченных микрообъемах (кластеры), время жизни которых мало. Кластеры распадаются и вновь создаются в другом месте, как бы мигрируют. Механическое поведение жидкости (расплава) характеризуется вязкостью. Для идеальной жидкости сопротивление сдвиговой деформации равно нулю. Это объясняется тем, что связь

между частицами ослаблена, а характерные для твердых тел колебательные движения атомов с повышением температуры в жидком, а тем более в газообразном состоянии, приобретают трансляционный характер. Повышение гидростатического давления и снижение температуры способствуют повышению вязкости. При некотором критическом для данной жидкости давлении происходит кристаллизация, для аморфных материалов ее стеклование и проявляются пластические свойства с характерным деформационным упрочнением. Изменение объема газа и жидкости под воздействием гидростатического давления происходит упруго.

Переход из жидкого состояния в газообразное происходит с уменьшением плотности металла в несколько раз, а тепловой эффект во много раз превышает тепловой эффект при плавлении. Поглощенная тепловая энергия при газообразовании способствует повышению кинетической энергии атомов, совершающих хаотическое движение. Температуры плавления и газообразования являются физическими константами металлов.

Для понимания явлений, происходящих при кристаллизации металлов, а также при фазовых превращениях в металлах и сплавах, эффективным является термодинамический подход. На рис. 2.8 показана связь между основными термодинамическими функциями. Одной из важных функций термодинамической системы является энтальпия H, которая равна сумме внутренней энергии E и произведения давления P на объем V. Для определения направления фазовых реакций пользуются понятиями свободной энергии Гельмгольца F и Гиббса G, которые связаны между собой соотношением:

$$G = F + PV. \qquad (2.7)$$

Для твердых тел, если превращение протекает при постоянном давлении и с незначительным изменением объема, обычно принимают изменение свободных энергий Гиббса и Гельмгольца одинаковыми $\Delta G = \Delta F$. Из рис. 2.8 видно, что свободная энергия Гельмгольца определяется разницей внутренней энергии E и произведения энтропии S и температуры θ. Для обратимых процессов энтропия остается неизменной, но возрастает при необратимых адиабатических реакциях. С позиций термодинамики самопроизвольное развитие необратимых процессов всегда направлено на достижение равновесного состояния, которому отвечает минимум свободной энергии. Движущей силой фазовых превращений является разность

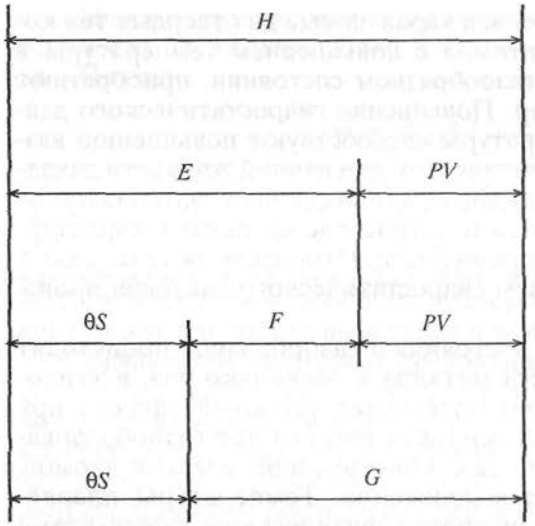


Рис. 2.8. Связь между основными термодинамическими функциями

свободных энергий конечного (устойчивого) и исходного (неравновесного) состояний ΔF. На рис. 2.9 показано изменение свободной энергии металла в твердом и жидком состояниях. Температура, соответствующая пересечению кривых, является равновесной температурой кристаллизации θ_0. При температурах $\theta > \theta_0$ свободная энергия расплава ниже, чем твердой фазы, поэтому термодинамически устойчивым является жидкое состояние. Наоборот, при температурах $\theta < \theta_0$ равновесным оказывается твердое состояние. Разницу между равновесной температурой кристаллизации θ_0 и фактической температурой затвердевания θ называют степенью переохлаждения $\Delta\theta$, которая зависит от скорости охлаждения. С увеличением $\Delta\theta$ растет движущая сила термодинамической реакции ΔF — разность свободных энергий металла в твердом и жидком состояниях.

Кристаллизация происходит путем образования зародышей твердой фазы. Время затвердевания и количество зародышей, определяющих структуру литого металла, зависят от степени переохлаждения $\Delta\theta$ и общего изменения свободной энергии ΔF. Изменение свободной энергии системы происходит за счет перехода некоторого объема жидкой фазы с большим уровнем энергии в твердую фазу с меньшим уровнем энергии, а также за счет возникновения межфазной поверхности.

$$\Delta F = \Delta F_{об} + \Delta F_{пов}. \qquad (2.8)$$

В зависимости от способа формирования межфазной поверхности различают самопроизвольную (гомогенную) или несамопроизвольную (гетерогенную) виды кристаллизации. Самопроизвольная кристаллизация предполагает переохлаждение жидкой фазы, наличие флуктуаций энергии в жидкой фазе, образо-

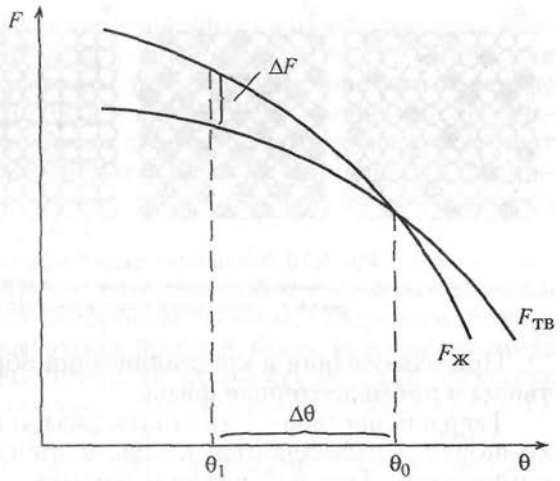


Рис. 2.9. Влияние температуры на изменение свободной энергии металла в жидком и твердом состояниях:
$θ_0$ — температура равновесия;
$θ_1$ — фактическая температура кристаллизации

вание зародышей твердой фазы в любом участке жидкой фазы, размер зародышей должен быть больше критического для стимулирования надежного их роста.

Критический размер зародышей пропорционален поверхностному натяжению σ и обратно пропорционален разности удельных свободных энергий твердой и жидкой фазы Δf:

$$r_{кр} = 2\sigma/\Delta f. \qquad (2.9)$$

Формирование зародышей твердой фазы требует энергетических затрат на образование поверхности раздела $\Delta F_{пов}$. Эти затраты могут быть уменьшены, если в жидкой фазе имеются нерастворившиеся частицы, неметаллические включения, стенки изложниц и т. п. *В этом случае кристаллизацию называют несамопроизвольной или гетерогенной.*

Скорость объемной кристаллизации зависит от числа зародышевых центров *n*, возникающих в единице объема за единицу времени, и от линейной скорости роста *c*, определяемых числом двумерных зародышей. Параметры *n* и *c* показывают, как быстро зародыши новой фазы возникают и как быстро они затем растут. Важное влияние оказывает степень переохлаждения. Чем больше Δθ, тем меньше критический размер зародыша, тем интенсивнее растут *n* и *c*, а в результате увеличивается скорость образования твердой фазы.

В сплавах, получаемых сплавлением двух или более элементов, фазы могут образовываться в твердом состоянии. Если сплав находиться в жидком состоянии, то компоненты, его составляющие, способны неограниченно растворяться, хотя в некоторых случаях возможно существование нескольких жидких фаз, несмешиваемых друг с другом.

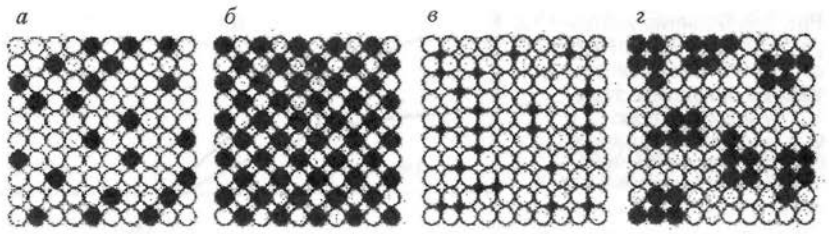


Рис. 2.10. Различные типы твердых растворов:
а — твердый раствор замещения; *б* — упорядоченный твердый раствор; *в* — твердый раствор внедрения; *г* — кластеры в твердом растворе замещения

При охлаждении и кристаллизации образуются **твердые растворы и промежуточные фазы**.

Твердый раствор — это такая фаза, в которой атомы одного компонента размещаются в кристаллической решетке другого компонента. Твердый раствор сохраняет кристаллическую решетку основного компонента (или растворителя). В зависимости от того, в каких местах кристаллической решетки находятся атомы растворенного компонента, различают *твердые растворы замещения и внедрения*. На рис. 2.10. показаны различные типы твердых растворов.

Твердые растворы замещения образуются только металлами. Различают твердые растворы с неограниченной (или полной) и ограниченной растворимостью. Для полной растворимости двух или более элементов необходимо, чтобы они имели одинаковый тип кристаллической решетки, то есть были изоморфными, атомные размеры компонентов не должны отличаться более, чем на 15 %, а для железа, например, — 8 %. Растворимость зависит от валентности компонентов. Элементы с высокой валентностью лучше растворяются в элементах с низкой валентностью. Если для элементарной ячейки количество валентных электронов на один атом (или электронная концентрация) достигает критического значения, то наступает предельная растворимость компонентов: для ГЦК решетки критическая электронная концентрация равна 1,36, а ОЦК решетки — 1,48.

В связи с большим количеством ограничений для полной растворимости компонентов чаще встречаются твердые растворы замещения с ограниченной растворимостью. Твердые растворы замещения, также, как любые фазы переменного состава, обозначаются греческими буквами: α, β, γ, δ и т. д.

Упорядоченные твердые растворы, для которых расположение атомов растворенного элемента в кристаллической решетке

основного элемента имеет определенную закономерность, иногда обозначают химической формулой, например, Cu_3Au или CuAu. Перестройка структуры твердого раствора при переходе от одного упорядоченного состояния в другое влияет на физические и механические свойства сплавов. При этом структурных изменений под микроскопом чаще всего не наблюдается. Упорядоченность может быть уменьшена или полностью устранена при пластической деформации.

Твердые растворы внедрения чаще всего образуются металлами переходных групп и неметаллами с малым атомным радиусом ($r < 0{,}1$ нм) — водородом, азотом, углеродом, бором. Размер внедряющегося атома должен быть меньше размера кристаллографической поры. В компактной ГЦК решетке α-Fe растворимость углерода значительно больше (2,14 %), чем в ОЦК решетке α-Fe (0,02 % по массе), так как размер октаэдрических пор в первом случае больше, чем во втором. Твердые растворы внедрения всегда являются растворами с ограниченной растворимостью. В сложных по составу сплавах возможно образование одновременно твердых растворов замещения и внедрения.

Помимо твердых растворов в сплавах имеют место **промежуточные фазы**, которые могут быть образованы только металлами (интерметаллидные фазы), а также металлами с неметаллами. Особенностью промежуточных фаз является то, что они не сохраняют кристаллическую решетку металла растворителя, а имеют свою собственную решетку. На диаграммах состояния они занимают области, которые не примыкают к ординатам, отвечающим положению чистых компонентов. Существует большое количество промежуточных фаз, отличающихся химическим составом, строением и оказывающих значительное влияние на механические и технологические свойства сплавов. Различают **интерметаллидные фазы**, к ним относятся электронные соединения, σ-фазы, фазы Лавеса. Кроме того, к промежуточным фазам относятся химические соединения, фазы внедрения и вычитания.

Электронные соединения имеют определенную электронную концентрацию, собственную кристаллическую решетку, а химический состав может быть переменным. Например, в медноцинковых сплавах β-, γ- и ε-фазы являются электронными соединениями с определенной электронной концентрацией, соответственно равной 1,5, 1,62 и 1,75. Для β-фазы характерна ОЦК решетка, ей можно приписать формулу CuZn, а содержание Zn колеблется в пределах от 44 до 51 %. γ-фаза имеет сложную кубическую решетку, состоящую из 52 атомов, и отвечает формуле Cu_5Zn_8, а содержание Zn колеблется от 58 до 68 %. А ε-фаза имеет гексогональную плотноупакованную решетку и формулу $CuZn_3$, содержание Zn колеблется от 78 до 84 %.

σ-фаза относится к интерметаллидным фазам. Условием ее образования является относительная близость атомных размеров составляющих компонентов. σ-фаза имеет сложную тетрагональную решетку, элементарная ячейка содержит 30 атомов. Фаза характеризуется повышенной твердостью и хрупкостью, и ее присутствие в сплаве усиливает опасность хрупкого разрушения.

Фазы Лавеса также являются интерметаллидными фазами типа AB_2. Основными факторами их образования являются соотношения атомных размеров компонентов и электронная концентрация. Они повышают прочностные характеристики и сопротивление ползучести. Присутствие в сталях и сплавах интерметаллидных фаз Лавеса (Fe_2Al, Zr_2Al, Co_2Ti, Ni_2Ta) часто сопровождается охрупчиванием при комнатной температуре, но менее опасно при повышенных температурах.

Химические соединения имеют ионную связь компонентов, один из которых электроположителен, а другой электроотрицателен. Они имеют практически постоянный состав и собственную кристаллическую решетку. Для химических соединений характерны высокая твердость и низкая пластичность. Такие фазы образуются между металлами и элементами 4, 5 и 6 групп периодической таблицы, например, Mg_2Sn; Mg_3As_2, MgS и др. К химическим соединениям относятся неметаллические соединения, которые образуются в результате химических реакций, протекающих при выплавке, раскислении и разливке, и вследствие изменения растворимости примесей в процессе кристаллизации.

Фазы внедрения образуются при соединении металлов переходных групп (Mo, W, Zr, Ti, V, Nb и др.) с металлоидами (C, N, H, B), имеющих малый атомный радиус. Фазы внедрения имеют металлический блеск и электропроводность. Образующиеся фазы называют карбидами, нитридами, гидридами, боридами, карбонитридами и т. п. В отличие от граничных твердых растворов фазы внедрения имеют собственную кристаллическую решетку. Для фаз внедрения характерным является очень высокие значения твердости и температуры плавления.

Фазы вычитания представляют собой соединения, у которых соотношения долей атомов разного сорта составляет 1:1, однако позиции одного из компонентов в кристаллической решетке оказываются незанятыми (вакантными). Например, для вюстита

(FeO) все кислородные позиции заняты, а некоторые железные — пустуют. Число вакансий не зависит от температуры, а определяется химическим составом сплава. Фазы вычитания могут быть образованы металлами и металлоидами, например, FeO, FeS, TiS, TiC, NbC, VC.

Фазовые превращения в твердом состоянии происходят путем образования зародышей критического размера и их роста. Необходимым условием образования зародышей новой фазы является наличие тепловых и концентрационных флуктуаций, термодинамического фактора (разности свободных энергий фаз ΔF) и обеспечение необходимого переохлаждения или перегрева. Вместе с тем на фазовые реакции в твердых телах помимо объемных и поверхностных эффектов изменения свободной энергии оказывают влияние: изменение упругой энергии кристаллической решетки в связи с появлением новой фазы; изменение диффузионной подвижности атомов, а также ступенчатый характер фазового превращения. Следует отметить, что потенциальными местами образования зародышей новой фазы могут быть границы зерен, двойников, дефекты упаковки, дислокации и т. п, так как проявляются отмеченные выше термодинамические, концентрационные факторы, а также кинетический фактор, связанный с повышенной скоростью диффузии на дефектах кристаллической решетки.

Одной из разновидностей фазовых реакций в твердом состоянии являются **полиморфные превращения**. Некоторые металлы и неметаллы при изменении температуры и давления, а также в результате термической и термомеханической обработок могут менять свою кристаллическую структуру. Такая способность веществ называется полиморфизмом и характерна не только для чистых компонентов, но и для твердых растворов и химических соединений, например мартенситное превращение. На рис. 2.11 показано скачкообразное изменение удельного объема чистого железа при температурах полиморфного превращения: 911 °С — температуре перехода γ-Fe с ОЦК решеткой в γ-Fe с ГЦК решеткой, 1392 °С — температуре перехода γ-Fe в δ-Fe с ОЦК решеткой.

Согласно принципу Ле-Шателье фазовые реакции при нагреве идут с поглощением, а при охлаждении — с выделением тепла. Превращения, протекающие при повышенных давлениях, вызывают образование более плотноупакованных структур и наоборот. В сплавах Fe—Mn при деформации под воздействием растягивающих напряжений идет фазовая реакция $\gamma \rightarrow \alpha$, а сжимающих напряжений $\gamma \rightarrow \varepsilon$, причем ε-фаза имеет более высокую плотность, чем γ-фаза.

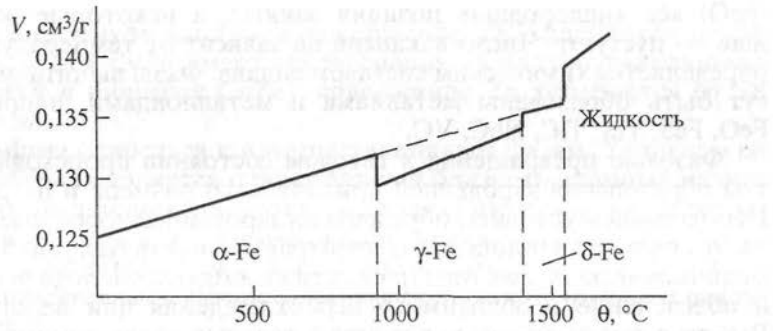


Рис. 2.11. Влияние температуры на изменение удельного объема железа

Форма частиц новой фазы или их морфология имеет существенное значение на формирование механических свойств. Различают сферическую и пластинчатую формы выделенных частиц, которые возникают под воздействием двух конкурирующих факторов: поверхностной (межфазной) энергии $F_{пов}$ и энергии упругой деформации $F_{упр}$. Минимизация поверхностной энергии требует образования равноосной или сферической формы частиц, а минимизация уровня внутренних напряжений — пластинчатой структуры.

Глава 3
ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

Некоторые сведения из механики сплошной среды представлены для случая однородного и изотропного деформируемого тела. Гипотеза о сплошности среды позволяет обобщить уравнения сохранения массы, количества движения и энергии. Оговоримся, что механические процессы рассмотрены лишь для медленного изотермического течения, хотя коэффициенты в определяющих уравнениях механики, устанавливающих связь между напряжениями и деформациями, могут зависеть от температуры. Для определения механических характеристик сплошной среды, а также для изучения таких явлений, как вязкость, упругость, пластичность, ползучесть, разрушение, используется понятие о материальной частице. Материальная частица имеет малые размеры, обладает плотностью и энергией.

3.1. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

Если деформируемое тело объемом V, ограниченное поверхностью S, нагружено системой сил, определенных в принятом базисе, то в любой точке тела в результате кулонова взаимодействия частиц возникают напряжения. Вектором напряжения $\vec{f}$, действующего на элементе поверхности dS, положение которого определено вектором нормали $\vec{n}$, называют отношение

$$\vec{f} = \frac{d\vec{F}}{dS}, \tag{3.1}$$

где $d\vec{F}$ — вектор силы, действующей на элементе поверхности dS.

Для точки, расположенной внутри тела, вектор силы $d\vec{F}$ характеризует действие отброшенной части тела на элементе поверхности площадки dS. Напряжение $\vec{f}$ на каждой площадке, проходящей через точку M, зависит от нормали $\vec{n}$, следовательно, в рассматриваемой точке существует некоторая векторная функция от векторного аргумента $\vec{f} = \vec{A}(\vec{n})$, которую в ортогональной системе координат можно представить в виде:

$$f_i = \sigma_{ij} n_j. \tag{3.2}$$

Физический смысл последнего выражения исходит из условия равновесия элементарного тетраэдра, выделенного в точке M. Коэффициенты σ_{ij} являются проекциями на координатные оси векторов напряжений $\vec{\sigma}_i$, действующих на трех гранях тетраэдра, нормалями к которым являются координатные оси. Коэффициенты σ_{ij} являются компонентами симметричного тензора напряжений второго ранга $\hat{T}_\sigma$, которые обычно записывают в виде матрицы (σ_{ij}). Компоненты тензора с индексами $i = j$ (они располагаются по диагоналям матрицы) называются нормальными напряжениями и обозначаются σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{zz}, а остальные компоненты с индексами $i \neq j$ — касательными напряжениями (σ_{xy}, σ_{xz}, σ_{yz}). Линейное преобразование (3.2) имеет три собственных вектора $\vec{n}_i$ ($i = 1, 2, 3$), которые являются главными компонентами тензора напряжений, и три собственных значения, которые называются главными напряжениями и обозначаются σ_{11}, σ_{22}, σ_{33}. Площадки, нормалями к которым являются собственные векторы, называются главными площадками. Используя условие коллинеарности векторов напряжений $\vec{f}_i$ ($i = 1, 2, 3$) на главных площадках собственным векторам $\vec{n}_i$ и принимая во внимание геометрическое соотношение $\vec{n}_i \vec{n}_i = 1$, получим однородную систему линейных уравнений

$$(\sigma_{ij} - \lambda\delta_{ij})n_j = 0, \tag{3.3}$$

где δ_{ij} — компоненты единичного вектора.

Определитель системы (3.3) равен нулю:

$$|\sigma_{ij} - \lambda\delta_{ij}| = 0. \tag{3.4}$$

Решением кубического уравнения, полученного в результате раскрытия определителя (3.4), являются три действительных корня $\lambda_1 = \sigma_{11}$, $\lambda_2 = \sigma_{22}$, $\lambda_3 = \sigma_{33}$. Подставляя их поочередно в систему (3.3), можно определить искомые значения $\vec{n}_i$ для каждого из главных напряжений. Индексы при главных напряжениях назначаются по алгебраическому правилу $\sigma_{11} \geq \sigma_{22} \geq \sigma_{33}$. Касательные напряжения на главных площадках равны нулю, а матрица компонентов тензора имеет диагональный вид. Главные нормальные напряжения инвариантны преобразованию координат.

Тензор $\hat{T}_\sigma$ однозначно определяет напряженное состояние в точке M и в этом заключается его физический смысл. Если известны компоненты тензора σ_{ij}, то можно подсчитать по формулам (3.2) напряжение на любой площадке dS, проходящей через точку M, и имеющей нормаль $\vec{n}$. Нормальное напряжение определяется, проектируя $\vec{f}_i$ на нормаль к площадке,

$$\sigma_n = \sigma_{ij} n_i n_j. \tag{3.5}$$

Тогда касательное напряжение на площадке равно

$$\tau_n = (f^2 - \sigma_n^2)^{0.5}. \tag{3.6}$$

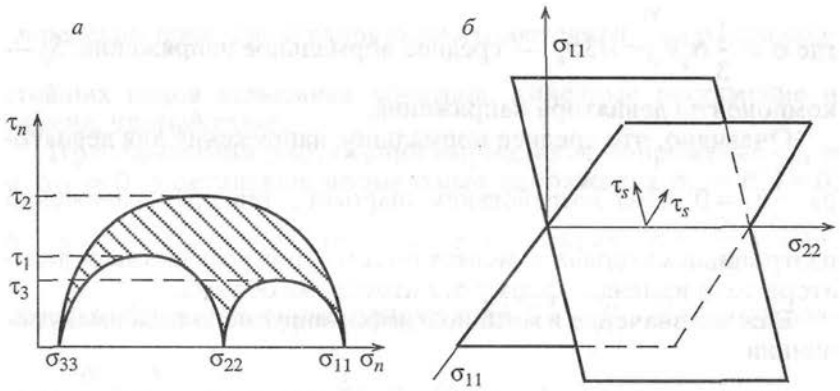


Рис. 3.1. Нормальные и касательные напряжения в точке деформируемого тела

Наглядное представление о значениях нормального и касательного напряжений в рассматриваемой точке в зависимости от нормали $\vec{n}$ дает диаграмма Мора (рис. 3.1, *а*).

Заштрихованная область вместе с полуокружностями Мора являются геометрическим местом точек, характеризующих возможные значения σ_n и τ_n. Из бесчисленного множества площадок, которые могут проходить через точку M, заслуживают внимания три площадки с главными нормальными напряжениями σ_{11}, σ_{22}, σ_{33}, на которых касательные напряжения $\tau_n = 0$, а также шесть площадок с экстремальными касательными напряжениями τ_1, τ_2, τ_3. Максимальное касательное напряжение $\tau_2 = 0{,}5(\sigma_{11} - \sigma_{33})$ действует на двух ортогональных площадках с нормалями $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_3$, которые делят углы между координатными плоскостями пополам (рис. 3.1, *б*). Для оценки напряженного состояния используют показатель Лоде, который зависит от соотношения радиусов кругов Мора,

$$\mu_\sigma = 2\frac{(\sigma_{22} - \sigma_{33})}{(\sigma_{11} - \sigma_{33})} - 1. \qquad (3.7)$$

Показатель μ_σ инвариантен преобразованию координат, величина его может принимать значения от –1 до +1.

Тензор напряжений можно представить в виде суммы двух тензоров — шарового и девиатора, соответствующие компоненты которых связаны уравнениями

$$\sigma_{ij} = \sigma\delta_{ij} + S_{ij}, \qquad (3.8)$$

где $\sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij} = 1/3\sigma_{ii}$ — среднее нормальное напряжение, S_{ij} — компоненты девиатора напряжений.

Очевидно, что среднее нормальное напряжение для девиатора $\frac{1}{3}S_{ii} = 0$. Под воздействием шарового тензора напряжений изотропный материал изменяет объем, а под воздействием девиатора тело изменяет форму без изменения объема.

Важное значение в механике деформируемого тела имеет величина

$$T = \left(\frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (3.9)$$

которую называют интенсивностью касательных напряжений. Через компоненты тензора напряжений формула (3.9) будет иметь вид:

$$T = \frac{1}{\sqrt{6}}\Big[\left(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}\right)^2 + \left(\sigma_{yy} - \sigma_{zz}\right)^2 + \left(\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\right)^2 + 6\left(\sigma_{xy} - \sigma_{yz} + \sigma_{zx}\right)\Big]^{\frac{1}{2}}, \qquad (3.10)$$

или в главных напряжениях

$$T = \frac{1}{\sqrt{6}}\Big[\left(\sigma_{11} - \sigma_{22}\right)^2 + \left(\sigma_{11} - \sigma_{33}\right)^2 + \left(\sigma_{22} - \sigma_{33}\right)^2\Big]^{\frac{1}{2}}. \qquad (3.11)$$

Среднее нормальное напряжение σ, интенсивность касательных напряжений T и показатель Лоде μ_σ инвариантны преобразованию координат. Для оценки напряженного состояния в точке M достаточно указать два безразмерных и независимых друг от друга показателя напряженного состояния: относительное среднее нормальное напряжение $\frac{\sigma}{T}$, характеризующее шаровой тензор, а также показатель Лоде, характеризующий девиатор напряжений. Действительно, показатель Лоде можно выразить через компоненты девиатора напряжений в главной системе координат

$$\mu_\sigma = 3\frac{S_{22}}{S_{11} - S_{33}}. \qquad (3.12)$$

Определим показатели напряженного состояния $\frac{\sigma}{T}$ и μ_σ для простейших видов испытания образцов: линейные растяжение и сжатие, чистый сдвиг.

При одноосном растяжении нормальное напряжение $\sigma_{zz} = \sigma_{11} > 0$, а остальные нормальные напряжения $\sigma_{rr} = \sigma_{22} = 0$, $\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{33} = 0$. Среднее нормальное напряжение $\sigma = \frac{\sigma_{11}}{3}$, а интенсивность касательных напряжений $T = \frac{\sigma_{11}}{\sqrt{3}}$. Тогда показатель $\frac{\sigma}{T} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, а показатель Лоде $\mu_\sigma = -1$.

При одноосном сжатии главные напряжения равны: $\sigma_{11} = \sigma_{\varphi\varphi} = 0$; $\sigma_{22} = \sigma_{rr} = 0$; $\sigma_{33} = \sigma_{zz} < 0$. Среднее нормальное напряжение $\sigma = \frac{\sigma_{33}}{3}$, интенсивность касательных напряжений $T = \frac{|\sigma_{33}|}{\sqrt{3}}$, а показатель $\frac{\sigma}{T} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. Показатель Лоде равен $\mu_\sigma = 1$.

При чистом сдвиге: $\sigma_{xy} = \tau > 0$, остальные компоненты тензора напряжений равны нулю. Главные напряжения определяются из решения уравнения (3.6)

$$\begin{vmatrix} -\lambda & \tau & 0 \\ \tau & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0,$$

или в развернутом виде $-\lambda^3 + \tau^2\lambda = 0$. Корни уравнений $\lambda_1 = \sigma_{11} = \tau$, $\lambda_2 = \sigma_{22} = 0$, $\lambda_3 = \sigma_{33} = -\tau$, интенсивность касательных напряжений $T = \tau$, а среднее нормальное напряжение $\sigma = 0$. Тогда оба показателя напряженного состояния равны нулю: $\frac{\sigma}{T} = 0$; $\mu_\sigma = 0$.

Изменим условие испытания образцов, производя их в испытательной камере под давлением жидкости равным p.

При растяжении компоненты тензора напряжений изменятся и будут равны: $\sigma_{zz} = \sigma_{11} - p$; $\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = -p$, где σ_{11} — напряжение одноосного растяжения при $p = 0$. Среднее нормальное напряжение $\sigma = \frac{\sigma_{11}}{3} - p$, а интенсивность касательных напряжений $T = \frac{(\sigma_{zz} - \sigma_{rr})}{\sqrt{3}} = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}$. Тогда показатели напряженного состояния равняются $\frac{\sigma}{T} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}p}{\sigma_{11}}$, $\mu_\sigma = -1$.

При одноосном сжатии под давлением компоненты тензора напряжений будут $\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = -p$, $\sigma_{zz} = \sigma_{33} - p$, где σ_{33} — напряжение одноосного сжатия при $p = 0$. Тогда показатели $\frac{\sigma}{T} = -\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{p\sqrt{3}}{\sigma_{33}}$, $\mu_\sigma = +1$.

При испытании образца на сдвиг под давлением p главные напряжения изменятся и будут равны: $\sigma_{11} = \tau - p$; $\sigma_{22} = -p$; $\sigma_{33} = -\tau - p$, здесь τ напряжение чистого сдвига при $p = 0$. Среднее нормальное напряжение $\sigma = -p$, интенсивность касательных напряжений $T = \tau$, показатели напряженного состояния $\frac{\sigma}{T} = -\frac{p}{\tau}$, $\mu_\sigma = 0$.

Как и следовало ожидать, изменение давления жидкости в испытательной камере оказывает влияние только на среднее нормальное напряжение σ, а T и μ_σ остаются неизменными для каждого из рассмотренных видов испытания образцов, а вид испытания (растяжение, осадка, сдвиг) определяется значением девиатора напряжений и характеризуется показателем Лоде.

Рассмотренные выше понятия о напряжениях в деформируемом теле, нагруженного системой сил на поверхности S, ограничивающей объем V, связаны с характеристикой кулонова взаимодействия материальных частиц сплошной среды. Однако в некоторых случаях существенными могут оказаться напряжения, обусловленные действием сил тяжести и инерции. Масса в сплошной среде непрерывно распределяется по объему. Для частицы объемом dV масса равна

$$dm = \rho dV, \tag{3.13}$$

где ρ — плотность материала.

Вместе с массой в деформируемом теле непрерывно распределены и силы тяжести и инерции, которые зависят соответственно от ускорения свободного падения $\vec{g}$ и ускорения движения частицы по траектории $\vec{W}$. Силу тяжести, отнесенную к единице массы, называют удельной массовой силой, которая представляет собой вектор $\vec{g}$. Модуль этого вектора равен ускорению свободного падения.

3.2. ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ

Деформированное состояние сплошной среды рассматривается при изучении геометрических свойств движения. Для изучения движения сплошной среды используются переменные Эйлера и Лагранжа. Переменные Эйлера (координаты точки M x_i и время τ) рассматриваются в базисе неподвижного пространства наблюдателя. При этом координаты точки x_i не связаны с конкретной частицей. Переменные Лагранжа (координаты точки X_i и время τ) связаны с конкретной частицей, они как бы индивидуализируют частицу сплошной среды. Таким образом, представления Эйлера связаны с изучением механических явлений в данной точке пространства, а с точки зрения Лагранжа — для конкретной материальной частицы. В начальный момент времени $\tau = 0$ координаты точки M по Эйлеру и Лагранжу, как правило, совпадают $x_i = X_j$. Текущие координаты материальной частицы x_i в декартовой системе координат являются функциями начальных координат этой частицы X_j и времени τ

$$x_i = \varphi_i(X_j, \tau). \tag{3.14}$$

Зафиксируем начальные координаты X_j, а время будем считать переменным. Тогда будет определено уравнение траектории для конкретной частицы. Фиксируя время $\tau = t$, по формулам (3.14) определяется распределение материальных частиц в пространстве в данный момент времени.

Закон движения сплошной среды (3.14) имеет место, если X_j и τ переменные. Уравнения (3.14) можно разрешить относительно X_j, тогда получим

$$X_j = X_j(x_i, \tau). \tag{3.15}$$

При фиксированных координатах x_i указываются частицы сплошной среды X_j, которые в разные моменты времени проходят выбранную точку пространства. В некоторый момент времени $\tau = t$ по формулам (3.15) в различных точках пространства в находят наименования материальных частиц.

Уравнения (3.14) и (3.15) описывают один и тот же закон движения сплошной среды в выбранной системе отсчета. В некоторых случаях в качестве системы отсчета удобно использовать сопутствующую систему координат, связанную с частицами сплошной среды. В момент времени $\tau = t$ ортогональная в начальный момент времени система координат превращается в криволинейную и неортогональную систему координат. Таким образом, сопутствующая система координат как бы "вморожена" в сплошную среду и деформируется вместе с ней, а координаты Лагранжа X_j материальных частиц в этой системе отсчета не изменяются.

Рассмотрим мгновенное состояние движения непрерывной среды. Пусть деформируемое тело в некоторый момент времени t имеет объем V и ограничено поверхностью S. Мгновенное состояние движения в теле определяется полем скоростей v_i. Векторные линии поля скоростей называются линиями тока. Так как линии тока определены для мгновенного состояния движения, то для нестационарного процесса деформации они не совпадают с траекториями частиц, которые задаются уравнениями (3.14).

Пусть в произвольный момент времени t частица M занимает положение, определенное радиусом-вектором $\vec{x}$, а скорость ее задана проекциями v_i. В малой окрестности точки M положение точки M_1 определено вектором $d\vec{l}$. Скорость в точке M_1 отличается от скорости в точке M на вектор $d\vec{v}$, который является векторной функцией от аргумента $d\vec{l}$

$$d\vec{v} = \vec{A}(d\vec{l}), \tag{3.16}$$

а в координатной форме

$$dv_i = v_{i,j}dl_j, \tag{3.17}$$

где $v_{i,j}$ — коэффициенты линейного преобразования векторного поля скоростей в окрестности точки M.

Скорость деформации окрестности точки M определяется несимметричным тензором абсолютной производной векторного поля скоростей второго ранга $\hat{T}_{v_{i,j}}$, компоненты которого удобно записывать в виде матрицы $(v_{i,j})$.

Тензор $\hat{T}_{v_{i,j}}$ можно представить в виде суммы двух тензоров

$$\hat{T}_{v_{i,j}} = \hat{T}_{\xi} + \hat{T}_{\omega}, \tag{3.18}$$

где $\hat{T}_\xi$ — симметричный тензор скорости деформации, компоненты которого равны

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2}\left(v_{i,j} + v_{j,i}\right), \tag{3.19}$$

а $\hat{T}_\omega$ — антисимметричный тензор скорости жесткого вращения частицы с компонентами $\dot{\Phi}_k = \frac{1}{2}\left(v_{i,j} - v_{j,i}\right)$.

Выясним физический смысл компонентов скорости деформации и тензора скорости вращения окрестности точки M. Пусть окрестность точки M имеет форму параллелепипеда с бесконечно малыми размерами dx_i. Компоненты тензора скорости деформации ξ_{ij} при $i = j$ располагаются по диагоналям матрицы (ξ_{ij}) и определяют скорости относительного удлинения ребер параллелепипеда, а компоненты ξ_{ij} при $i \neq j$ — скорости сдвигов, характеризующие скорость изменения углов граней элементарного параллелепипеда. Компоненты тензора скорости вращения $\dot{\Phi}_k$ характеризуют скорости жесткого вращения частицы относительно осей базиса, проходящих через точку M.

Симметричный тензор скорости деформации имеет три взаимно ортогональных собственных вектора, которые являются главными направлениями тензора $\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3$. Собственные значения тензора T_ξ определяют скорость относительного удлинения ребер элементарного параллелепипеда в главной системе координат. Заметим, что углы граней параллелепипеда в главной системе координат остаются прямыми.

Тензор скорости деформации можно представить в виде суммы двух тензоров — шарового и девиатора, компоненты которых связаны соотношением

$$\xi_{ij} = \frac{1}{3}\xi\delta_{ij} + e_{ij}, \tag{3.20}$$

где $\xi = \xi_{ii}$ —скорость относительного изменения объема; e_{ij} — компоненты девиатора скорости деформации, с помощью которых определяется формоизменение элементарного параллелепипеда без изменения объема.

При решении прикладных задач часто используется величина интенсивности скорости деформации сдвига

$$H = \left(2e_{ij}e_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{3.21}$$

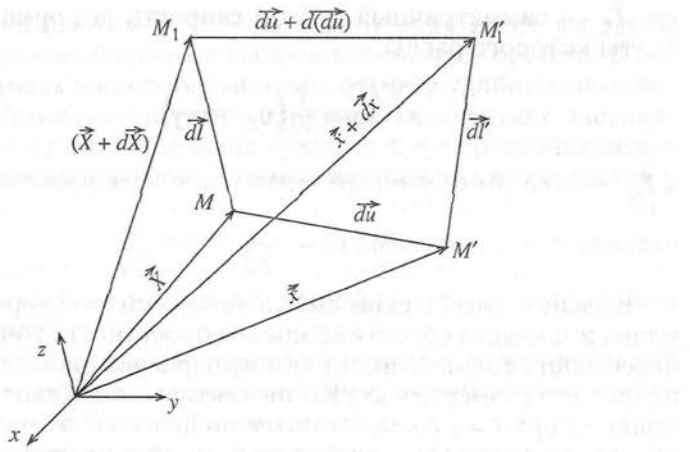


Рис. 3.2. Деформированное состояние окрестностей точек M и M'

С учетом (3.20), подставляя их в (3.21), интенсивность скорости деформации сдвига можно представить через компоненты тензора скорости деформации

$$H = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(\left(\xi_{xx} - \xi_{yy}\right)^2 + \left(\xi_{yy} - \xi_{zz}\right)^2 + \left(\xi_{zz} - \xi_{xx}\right)^2 + 6\left(\xi_{xy}^2 + \xi_{yz}^2 + \xi_{xz}^2\right)\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{3.22}$$

а в главной системе координат

$$H = \sqrt{\frac{2}{3}\left(\left(\xi_{11} - \xi_{22}\right)^2 + \left(\xi_{22} - \xi_{33}\right)^2 + \left(\xi_{33} - \xi_{11}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}. \tag{3.23}$$

Рассмотрим изменение деформированного состояния окрестности точки M во времени. Положение окрестности точки M_1 определено радиусом-вектором $\vec{dl}$. За бесконечно малый промежуток времени $d\tau$ отрезок $\overline{MM_1}$ перемещается в положение $\overline{M'M_1'}$, при этом произойдет его поворот относительно точки M и изменится его длина $|dl'|$. Векторы $\vec{du} = \vec{v}d\tau$ и $(\vec{du} + d(\vec{du})) = (\vec{v} + d\vec{v})d\tau$ называются приращениями перемещений, и они бесконечно малы (рис. 3.2).

Эйлеровы и Лагранжевы координаты отличаются в этом случае на бесконечно малую величину $\vec{du}$

$$\vec{x} = \vec{X} + \vec{du}. \tag{3.24}$$

Деформированное состояние окрестности точки M за время $d\tau$ определяется симметричным тензором приращения деформаций $\hat{T}_{d\varepsilon}$ и антисимметричным тензором приращения углов поворота материальной частицы $\hat{T}_{d\Phi}$, компоненты которых соответственно равны:

$$d\varepsilon_{ij} = \xi_{ij} d\tau, \tag{3.25}$$

$$d\Phi_k = \dot{\Phi}_k d\tau. \tag{3.26}$$

Приращение относительного изменения объема, определяющее шаровой тензор, равно

$$d\varepsilon = \xi d\tau, \tag{3.27}$$

а компоненты девиатора приращения деформации

$$d\vartheta_{ij} = e_{ij} d\tau. \tag{3.28}$$

Величину $d\Lambda = \left(2\vartheta_{ij} d\vartheta_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}$ называют приращением степени деформации сдвига. С учетом (3.28) она определяется по формуле

$$d\Lambda = H d\tau. \tag{3.29}$$

Очевидно, за конечный промежуток времени t степень деформации сдвига окрестности точки M будет равна

$$\Lambda = \int_0^t H d\tau. \tag{3.30}$$

Отметим, что интегрирование осуществляется вдоль траектории точки M.

Компоненты тензора конечной деформации зависят от способа определения меры деформации: через координаты Лагранжа их определяет тензор Грина

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{du_i}{dX_j} + \frac{du_j}{dX_i} + \frac{du_k}{dX_i}\cdot\frac{du_k}{dX_j}\right), \tag{3.31}$$

а через координаты Эйлера — тензор Альманси

$$E_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{du_i}{dx_j} + \frac{du_j}{dx_i} + \frac{du_k}{dx_i}\cdot\frac{du_k}{dx_j}\right). \tag{3.32}$$

Здесь u_i — компоненты вектора конечного перемещения.

При некоторых дополнительных условиях можно определить компоненты тензора конечной деформации. Рассмотрим деформацию окрестности точки M, ограниченную сферической поверхностью радиуса dr в сопутствующей системе координат, определенной базисом собственных векторов тензора скорости деформации $\vec{n}_i$, $i = 1, 2, 3$. Если частица, определенная в малой окрестности точки M с условно выделенными материальными направлениями имеет неизменную ориентацию в сопутствующей системе координат $\vec{n}_i$, то такую деформацию называют монотонной, а условие ее можно сформулировать так: компоненты тензора скоростей вращения в базисе собственных векторов тензора скорости деформации равны нулю

$$\dot{\Phi}_i = 0,\ i = 1, 2, 3. \tag{3.33}$$

В этом случае окрестность точки M, ограниченная сферой радиусом dr, примет форму эллипсоида с полуосями dr_1, dr_2, dr_3. Если $dr_1 \geq dr_2 \geq dr_3$, тензор конечной деформации в принятой сопутствующей системе координат имеет диагональную матрицу с компонентами: $\varepsilon_{11} = \ln\frac{dr_1}{dr}$; $\varepsilon_{22} = \ln\frac{dr_2}{dr}$; $\varepsilon_{33} = \ln\frac{dr_3}{dr}$. Они называются главными логарифмическими деформациями. Степень деформации сдвига равна

$$\Lambda = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(\left(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}\right)^2 + \left(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33}\right)^2 + \left(\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{3.34}$$

В случае монотонной деформации величина степени деформации сдвига, определенная по формулам (3.30) и (3.34), будет одинаковой. Примерами монотонной деформации являются рассмотренные выше испытания цилиндрических образцов на одноосное растяжение или сжатие.

Если условие (3.33) не выполняется, что соответствует вращению материальной частицы относительно осей базиса, деформация называется немонотонной. В этом случае расчет степени деформации сдвига по формуле (3.34) дает заниженный результат по сравнению с формулой (3.30). Примером немонотонной деформации является кручение цилиндрических образцов. Общим случаем такой деформации является знакопеременная деформация, условием которой является знакопеременный характер скорости вращения материальной частицы относительно осей базиса при движении ее вдоль траектории:

$$\mathrm{Sign}\dot{\Phi}_i = \mathrm{var},\ i = 1, 2, 3. \tag{3.35}$$

Примером знакопеременной деформации являются знакопеременные кручение или изгиб, растяжение—сжатие образцов и т. п. Знакопеременную деформацию характеризуют количеством этапов n, и степенью деформации сдвига на отдельных этапах Λ_i, которая определяется по формуле (3.30). Степень деформации сдвига за n этапов равна

$$\Lambda = \sum_{i=1}^{n} \Lambda_i. \qquad (3.36)$$

3.3. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Основные уравнения механики деформируемого тела являются следствием фундаментальных законов ньютоновской механики: сохранения массы и количества движения. С помощью первого начала термодинамики формулируются уравнения сохранения количества механической и тепловой энергии.

Уравнение непрерывности массы, которая в момент времени t содержится в теле объемом V, ограниченном поверхностью S, имеет вид

$$m = \int_V \rho dV \ , \qquad (3.37)$$

где $\rho = \rho(x, y, z, \tau)$ является полем плотности сплошной среды.

Закон сохранения массы требует равенства нулю скорости изменения массы $\frac{dm}{d\tau} = 0$. В момент времени t мысленно выделим малую окрестность точки M объемом $dV(t)$ с массой материала $dm = \rho dV$. В соответствии с законом сохранения массы $\frac{d(dm)}{d\tau} = \frac{d\rho}{d\tau} dV + \rho \frac{d(dV)}{d\tau} = 0$. Скорость относительного изменения объема $\frac{d(dV)}{(dV)\,d\tau} = v_{i,i} = div\vec{v}$,, тогда получим

$$\frac{d\rho}{d\tau} + \rho div\vec{v} = 0. \qquad (3.38)$$

Это уравнение называется дифференциальным уравнением неразрывности. Его можно записать иначе:

$$\frac{d\rho}{d\tau} + (\rho v_i)_{,i} = 0. \qquad (3.39)$$

Если плотность материала при деформации не изменяется (ρ = const и $\frac{d\rho}{d\tau} = 0$), то такой материал является несжимаемым и условие неразрывности (3.38 и 3.39) вырождается в условие *несжимаемости*

$$div\vec{v} = v_{i,i} = \xi_{ii} = 0. \qquad (3.40)$$

В соответствии со вторым законом Ньютона производная по времени от количества движения материальной точки равна действующей на нее силе

$$\frac{d(m\vec{v})}{d\tau} = \vec{F}. \qquad (3.41)$$

Найдем уравнение движения для материального объема V, ограниченного поверхностью S, на которой действуют поверхностные напряжения f_i. Пусть элемент объема dV, масса которого ρdV, перемещается со скорость v_i, тогда количество движения равно $\rho dV v_i$. Количество движения в объеме V определяется интегрированием $\int_V \rho v_i dV$. Учитывая уравнение неразрывности (3.38), вычислим производную $\frac{d}{d\tau}\int_V \rho v_i dV = \int_V \rho W_i dV$, где W_i — компоненты вектора ускорения. В объеме тела действует массовая сила, равная $\int_V \rho g_i dV$, где g_i — компоненты вектора ускорения свободного падения. На поверхности тела S действуют поверхностные напряжения $f_i = \sigma_{ij} n_j$, тогда результирующая сила, действующая на поверхности тела, будет равна $\int_V \sigma_{ij} n_j dS$, а применив к поверхностному интегралу формулу Остроградского —

Гауса, получим выражение $\int_V \sigma_{ij,j} dV$. Окончательно уравнение движения сплошной среды будет

$$\int_V \left[\sigma_{ij,j} + \rho g_i - \rho W_i\right] dV = 0. \quad (3.42)$$

Уравнения (3.42) имеют смысл, если подынтегральное выражение равно нулю. Отсюда следуют дифференциальные уравнения движения сплошной среды

$$\sigma_{ij,j} + \rho(g_i - W_i) = 0. \quad (3.43)$$

Действием массовой силы и силы инерции в некоторых случаях можно пренебречь. В результате получаются известные уравнения равновесия:

$$\sigma_{ij,j} = 0. \quad (3.44)$$

Уравнение сохранения механической энергии. Энергия является общей мерой материального движения при превращении ее из одного вида в другой. В соответствии с первым законом термодинамики полная внутренняя энергия изолированной системы остается неизменной.

Уравнения движения сплошной среды (3.42) тождественно удовлетворяют закону сохранения энергии. Покажем это, умножив левую и правую части уравнения (3.42) скалярно на поле приращения перемещений. В результате получим:

$$\int_V \left[\sigma_{ij,j} + \rho g_i - \rho W_i\right] v_i d\tau dV = 0.$$

Проделаем некоторые преобразования

$$\int_V \left(\sigma_{ij} v_i\right)_{,j} d\tau dV + \int_V \rho g_i v_i d\tau dV = \int \rho W_i v_i \tau dV + \int \sigma_{ij} v_{i,j} d\tau dV.$$

К первому интегралу в левой части применим формулу Остроградского—Гауса и учтем, что во втором интеграле правой части $\sigma_{ij} n_j = f_i$. Используя условие симметрии тензора напряжений $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, преобразуем подынтегральное выражение $\sigma_{ij} v_{i,j} = \sigma_{ij} \xi_{ij}$, а первый интеграл правой части преобразуем $\int_V d\left(\rho dV \frac{v_i v_i}{2}\right)$.

Окончательно будем иметь уравнение сохранения механической энергии в момент времени t:

$$\int_S f_i v_i d\tau dS + \int_V \rho dV g_i v_i d\tau = \int_V d\left(\rho dV \frac{v_i v_i}{2}\right) + \int_V \sigma_{ij} \xi_{ij} d\tau. \quad (3.45)$$

Из этого уравнения следует, что работа приложенных к телу поверхностных сил (первый интеграл) и распределенных в объеме массовых сил (второй интеграл) затрачивается на изменение кинетической энергии тела (третий интеграл) и на работу внутренних сил (четвертый интеграл).

Уравнение сохранения тепловой энергии. Закон сохранения тепловой энергии формулируется так: тепло, возникшее в единицу времени при деформации материальной частицы Q_1, отводится за счет теплопроводности Q_2 в соседние объемы, а оставшаяся часть тепла Q_3 идет на повышение ее температуры:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3. \quad (3.46)$$

Будем полагать, что вся энергия пластической деформации превращается в тепло, тогда из (3.46) получается уравнение

$$\sigma_{ij} \xi_{ij} = -\text{grad}\left(\lambda, \theta, i\right) + c\rho \frac{d\theta}{d\tau}, \quad (3.47)$$

где θ — температура; ρ — плотность; c — массовая теплоемкость; λ — коэффициент теплопроводности.

Очевидно, что для установления временной и пространственной зависимости температуры $\theta(x_i, \tau)$, которую находят из решения уравнения теплопроводности, необходимо знать поля скоростей и напряжений.

3.4. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Отметим, что основные уравнения механики деформируемого тела, а именно дифференциальные уравнения неразрывности (3.39), дифференциальные уравнения движения сплошной среды (3.43), уравнения сохранения механической (3.44) и тепловой (3.47) энергии, составляют незамкнутую систему уравнений. Эту систему необходимо дополнить определяющими уравнениями, которые устанавливают связь между напряженным и деформированным состояниями. Уравнения, с помощью которых такая связь устанавливается, называются еще механическими уравнениями состояния. Целесообразно выбирать идеализированные механические модели деформируемого тела, которые отражают

самые существенные свойства механического поведения. Моделью деформируемого тела называются уравнения связи между инвариантными характеристиками напряженного и деформированного состояний. Эта связь в зависимости от полноты представлений о механическом поведении деформируемого тела выражается алгебраическими, дифференциальными, либо интегральными уравнениями. Коэффициенты в уравнениях связи находятся из опытов при испытании образцов на растяжение, кручение или сложное нагружение. Структура модели определяется основными свойствами деформируемого тела: **упругостью, вязкостью, пластичностью**. При этом полагают, что деформируемое тело обладает только одним из этих свойств, либо всеми вместе в определенном соотношении между собой.

Упругое тело под воздействием внешних сил испытывает деформацию. Вследствие кулонова взаимодействия частиц возникают напряжения и совершается некоторое количество работы. Эта работа превращается в потенциальную энергию тела, которая после снятия внешней нагрузки расходуется на восстановление первоначальной формы тела, т. е. упругая деформация и напряжения исчезают. **Упругость** — это свойство материала обратимо изменять объем и форму тела при воздействии на него внешних нагрузок и температуры так, что после снятия нагрузок они восстанавливается без остаточных деформаций и напряжений.

При увеличении внешней нагрузки и достижения ее критического значения в деформируемом теле возникают остаточные деформации, вызванные вязкими или пластическими свойствами материала. При этом необратимо изменяются объем и форма тела и в некоторых случаях происходит потеря эксплуатационных характеристик изделий. Однако, свойства пластичности и вязкости материала в процессах обработки металлов давлением являются необходимыми для успешного формоизменения и получения изделий.

Модель идеально упругого тела. В качестве уравнений состояния для идеально упругого тела принимается обобщенный закон Гука, основанный на пропорциональной зависимости среднего нормального напряжения σ и относительного изменения объема ε, а также компонентов девиаторов напряжений и деформаций:

$$\sigma = \frac{1}{3}E_0\varepsilon, \tag{3.48}$$

$$(\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij}) = 2G\left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\varepsilon\delta_{ij}\right), \tag{3.49}$$

где E_0 и G константы, определяющие упругие свойства изотропного материала — объемный модуль упругости и модуль упругости при сдвиге, σ_{ij} и ε_{ij} — компоненты тензоров напряжения и малой упругой деформации. Объемный модуль упругости E_0 имеет размерность напряжения и характеризует сопротивление материала упругому изменению объема (без изменения формы), а модуль упругости при сдвиге G, характеризующий сопротивление материала упругому изменению формы без изменения объема, также имеет размерность напряжения. Воспользуемся формулой для интенсивности касательных напряжений (3.9) $T = \left(\frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Подставим значения S_{ij} в соответствии с (3.49) и получим

$$T = G\left(2э_{ij}э_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{3.50}$$

где $э_{ij}$ — компоненты девиатора упругой деформации, следовательно $T = G\Lambda$, Λ — степень деформации сдвига малой упругой деформации.

Под воздействием шарового тензора напряжений изотропный материал изменяет объем, а под воздействием девиатора тело изменяет форму без изменения объема.

Помимо упругих характеристик E_0 и G используют коэффициент Пуассона ν и модуль нормальной упругости E. Коэффициент Пуассона определяется модулем отношения минимального к максимальному компонентов тензора главных упругих деформаций при одноосном растяжении цилиндрического образца $\nu = \left|\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}}\right|$, а модуль нормальной упругости устанавливает связь при этом испытании между значениями напряжений и деформаций в направлении оси образца $\sigma_{11} = E\varepsilon_{11}$. Из четырех характеристик упругости материала, только две независимые, т. к. они связаны соотношениями:

$$E = 2(1 + \nu)G, \tag{3.51}$$

$$E_0 = \frac{E}{(1 - 2\nu)}. \tag{3.52}$$

Для несжимаемого материала коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}5$, тогда $E = 3G$, а E_0 обращается в бесконечность.

Определяющие уравнения (3.49) можно записать в виде

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \frac{1}{3}\lambda\varepsilon\delta_{ij}, \qquad (3.53)$$

где $\lambda = \dfrac{2\nu}{1-2\nu} \cdot G$ — постоянная Ляме.

В случае **нелинейной упругости** определяющие уравнения (3.49) сохраняют свой вид, однако модуль упругости на сдвиг $G = \dfrac{dT}{d\Lambda}$ будет переменным, а зависимость $T(\Lambda)$ должна быть определена из дополнительных опытов. Причем, с увеличением степени деформации сдвига должна расти и интенсивность касательных напряжений. Это требование называется условием устойчивости упругой деформации $\dfrac{dT}{d\Lambda} > 0$. В противном случае говорят о потере устойчивости, при этом деформация локализуется в некоторой части тела, а в остальных частях происходит упругая разгрузка.

Отметим, что определяющие уравнения (3.48, 3.49 и 3.53) справедливы лишь для изотропного материала и не зависят от показателя Лоде $\mu_\sigma = \mu_\varepsilon$, характеризующего вид девиатора деформаций при испытании образцов, по результатам которых определяются упругие характеристики материала. Для неизотропного материала (монокристалл, поликристаллическая крупная зеренная структура, текстура деформации, композитные материалы с разнообразной формой и взаимной геометрической ориентацией структурных составляющих и т. п.) упругие свойства в различных направлениях отличаются друг от друга, а гипотеза о пропорциональности компонентов девиаторов напряжений и деформаций, а также среднего нормального напряжения и относительного изменения объема не верна.

Модель идеальной жидкости. Для идеальной жидкости (газа) отсутствует внутреннее трение и компоненты девиатора напряжений равны нулю

$$(\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij}) = 0. \qquad (3.54)$$

Это свидетельствует о том, что изменение формы тела происходит без сопротивления деформации, а тензор напряжений

равен шаровому тензору $\hat{T}_\sigma$. В этом случае определяющее уравнение указывает на влияние среднего нормального напряжения σ на плотность жидкости ρ

$$f(\sigma, \rho) = 0. \qquad (3.55)$$

Модель линейно-вязкой жидкости. Для линейно-вязкой жидкости дополнительно к уравнению (3.55) постулируется условие пропорциональности девиаторов напряжений и скоростей деформации

$$S_{ij} = 2\mu e_{ij}, \qquad (3.56)$$

где μ — коэффициент внутреннего трения или коэффициент вязкости, который зависит от среднего нормального напряжения σ и температуры θ, но не зависит от деформации и скорости деформации. Используя выражение для интенсивности касательных напряжений $T = \left(\frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}$ и подставляя в правую часть выражения (3.56), определяется значение коэффициента вязкости

$$\mu = \frac{T}{H}. \qquad (3.57)$$

Для нелинейно-вязкой среды в опытах дополнительно необходимо установить зависимость $T = T(H)$, а коэффициент вязкости будет зависимым не только от среднего нормального напряжения σ и температуры θ, но и от интенсивности скорости деформации сдвига H. Зависимость (3.57) определяется в опытах при испытании жидкости на специальных приборах вискозиметрах. Конструкция вискозиметра должна обеспечивать независимое друг от друга изменение механических переменных (σ, θ, H).

Модель жесткой идеально пластической среды. Эту модель также относят к простейшим механическим моделям сплошной среды. Пластическое течение сопровождается остаточной деформацией, т. е. изменением формы тела. Пластическая деформация возникает в момент, когда интенсивность касательных напряжений T в рассматриваемой точке достигает предельного для материала значения, равного пределу текучести на сдвиг τ_s,

$$T = \tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}, \qquad (3.58)$$

где σ_s — предел текучести при линейном растяжении.

Особенностями жесткой идеально пластической среды являются отсутствие упругой деформации при $T < \tau_s$, а также отсутствие упрочнения металла при пластической деформации. Определяющие соотношения для теории течения имеют вид

$$S_{ij} = \frac{2\tau_s}{H} e_{ij}, \tag{3.59}$$

а для теории течения в приращениях перемещений

$$S_{ij} = \frac{2\tau_s}{d\Lambda} d\mathfrak{э}_{ij}. \tag{3.60}$$

Для большой деформации, которая имеет место в процессах обработки металлов давлением, коэффициент пропорциональности между компонентами девиаторов напряжений и конечных деформаций равен $\frac{2\tau_s}{\Lambda}$ и зависит от траектории нагружения материальной частицы. Например, при знакопеременной деформации, когда проявляется эффект Баушингера, предел текучести на сдвиг не является константой. Однако для процессов монотонной деформации допустима связь

$$S_{ij} = \frac{2\tau_s}{\Lambda} \mathfrak{э}_{ij}, \tag{3.61}$$

где $\mathfrak{э}_{ij} = \int_0^t e_{ij} d\tau$ — компоненты девиатора конечной деформации.

Лучшим образом реальные свойства деформируемой среды отражают модели, учитывающие упрочнение металла при пластической деформации. Уравнением поверхности текучести в случае изотропного упрочнения, также как и для идеально пластического тела, может быть уравнение цилиндра (условие текучести Мизеса), однако радиус цилиндра зависит от параметра нагружения

$$\varphi(S_{ij}) = f(q), \tag{3.62}$$

где $q(\tau)$ — параметр нагружения, в качестве которого можно применять степень деформации сдвига, либо работу пластической деформации единичного объема.

В соответствии с гипотезой "единой кривой" упрочнение металла при пластической деформации не зависит от схемы напряженного состояния, характеризуемой значениями показателей σ/T и μ_σ и характером деформации (монотонная или знакопеременная). Таким образом, кривая упрочнения, полученная в опытах на растяжение, применяется для любых процессов обработки металлов давлением.

Среда со сложными реономными свойствами. В общем случае, когда различным образом проявляются свойства упругости, вязкости и пластичности, модели являются динамичными и записываются в виде дифференциальных и интегральных уравнений.

Модель линейной упруго-вязкой среды хорошо описывает поведение полимерных материалов. При низких температурах для них характерно стекловидное состояние и отчетливо проявляются упругие свойства, а при высоких температурах — вязкие свойства и, как следствие, можно наблюдать ползучесть и релаксацию.

Для упруго-вязкой среды Максвелла скорость деформации $H = \frac{d\Lambda}{d\tau}$ является суммой упругой $H^e = \frac{1}{G}\frac{dT}{d\tau}$ и вязкой $H^p = \frac{T}{\mu}$ составляющих, которые соответствуют одному и тому же значению интенсивности касательных напряжений T. Поэтому в момент времени $\tau = t$ будем иметь

$$\frac{d\Lambda}{d\tau} = \frac{1}{G}\frac{dT}{d\tau} + \frac{T}{\mu}. \tag{3.63}$$

В случае постоянных напряжений $T = \text{const}$ материал течет как вязкая жидкость:

$$T = \mu H. \tag{3.64}$$

Если в момент времени $\tau = 0$ зафиксируем деформацию $\frac{d\Lambda}{d\tau} = 0$, тогда $\frac{dT}{T} = -\frac{G}{\mu} d\tau$.

После интегрирования, обозначив $t_0 = \frac{\mu}{G}$ — время релаксации, получим закон релаксации (уменьшения) напряжений при неизменной деформации во времени

$$T = T_0 \exp\left(-\frac{\tau}{t_0}\right). \tag{3.65}$$

Это уравнение хорошо описывает процесс разупрочнения металла при горячей обработке давлением во время паузы.

Приведем пример **упруго-вязкой среды Фойгта (Кельвина)** с иным по сравнению со средой Максвелла соотношением упругих и вязких свойств:

$$T = G\Lambda + \mu\frac{d\Lambda}{d\tau}. \tag{3.66}$$

При фиксированной деформации Λ = const, интенсивность касательных напряжений определяется упругими свойствами тела и во времени не изменяется. В случае, когда T = const, деформация развивается по закону ползучести

$$\Lambda = \frac{T}{G}\left[1 - \exp\left(-\frac{G}{\mu}\tau\right)\right], \tag{3.67}$$

т. е. проявляется свойство среды деформироваться во времени при постоянном напряжении, стремясь к значению $\Lambda = \frac{T}{G}$.

Более общее представление о вязкоупругом теле дают определяющие соотношения в виде интегральных уравнений:

$$э_{ij} = \frac{s_{ij}}{2G} + \int_0^t K(t-\tau)\, s_{ij}(\tau)\, d\tau;$$

$$\varepsilon = \frac{3\sigma}{E_0} + \int_0^t K_1(t-\tau)\cdot 3\sigma(\tau)\, d\tau, \tag{3.68}$$

где $э_{ij}$ и s_{ij} — компоненты девиаторов деформации и напряжений; ε и σ — относительное изменение объема и среднее нормальное напряжение, K и K_1 — ядра сдвиговой и объемной ползучести.

Первые члены в правой части интегральных уравнений характеризуют мгновенную деформацию упругого изменения формы и объема материальной частицы, а вторые члены — деформацию последействия. Уравнения (3.68) представляют собой интегральные уравнения Вольтерра, и при известных функциях $э_{ij}(\tau)$ и $\varepsilon(\tau)$ они могут быть разрешены относительно σ и s_{ij}

$$s_{ij} = 2Gэ_{ij} - \int_0^t R(t-\tau)\, э_{ij}(\tau)\, d\tau;$$

$$\sigma = \frac{1}{3}E_0\cdot\varepsilon - \int_0^t R_1(t-\tau)\,\varepsilon\cdot(\tau)\, d\tau, \tag{3.69}$$

где R и R_1 резольвенты ядер K и K_1, которые связаны между собой соотношениями:

$$K(t) = K(t) + \int_0^t K(\tau)\, R(t-\tau)\, d\tau;$$

$$K_1(t) = K_1(t) + \int_0^t K_1(\tau)\, R_1(t-\tau)\, d\tau. \tag{3.70}$$

Ядро $K(t)$ можно найти из опыта на ползучесть, а после чего из (3.70) резольвенту. Однако резольвенту $R(t)$ можно также найти из опыта на релаксацию. Это позволяет проверить соответствие линейной упруго-вязкой модели тела опыту. Ядра K_1 и R_1 для малосжимаемых материалов, какими являются металлы и полимеры, найти трудно. При условии несжимаемости $\varepsilon = 0$, $E_0 = \infty$, а $K_1 = R_1 = 0$.

Если процесс деформации производить очень быстро в интервале $0_- \le t \le 0_+$, то материал обладает идеальной упругостью, а уравнения (3.69) совпадают с обобщенным законом Гука (3.48 и 3.49).

Модель вязко-пластической среды. При параллельном соединении вязкого и пластического элементов в модели определяющие соотношения для вязкопластической среды записываются так

$$s_{ij} = 2\left(\frac{\tau_s}{H} + \mu\right)e_{ij} \tag{3.71}$$

и позволяют найти уравнение модели

$$T = \tau_s + \mu H. \qquad (3.72)$$

При $T < \tau_s$ деформация отсутствует.

При последовательном соединении вязкого и пластического элементов при интенсивности касательных напряжений $T < \tau_s$ наблюдается ползучесть, или вязкое течение среды, а при $T = \tau_s$ в теле одновременно возникают области вязкого течения там, где $T < \tau_s$, и области пластического течения там, где $T = \tau_s$. На границах этих областей соблюдаются условия непрерывности напряжений и скоростей.

Для развития моделей деформируемых сред большое значение имеет разработка методологии экспериментальных исследований механического поведения материалов в различных условиях напряженного состояния, температурно-скоростных условий при монотонной и знакопеременной деформации. Для этого используются пластометры, универсальная испытательная машина, вискозиметры, на которых можно обеспечить высокие параметры нагружения: давление рабочей жидкости в испытательной камере до 1000 МПа, температура до 1300 °С, широкий спектр скоростей нагружения от 0,01 до 100 м/с. Для управления процессом нагружения образца, в том числе в жидком состоянии, используют современную микропроцессорную технику и датчики для определения параметров нагружения в фиксированный момент времени. Результаты опытов с помощью специального программного обеспечения обрабатывают и хранят в памяти.

Глава 4
ТЕОРИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

Дифференциальные уравнения сохранения массы (3.39) и движения сплошной среды (3.43), а также уравнения сохранения механической (3.45) и тепловой (3.47) энергии являются фундаментальными законами механики. Если эту систему уравнений дополнить определяющими соотношениями, характеризующими модель деформируемого тела и устанавливающими связь между компонентами тензоров деформации, скоростей деформации и напряжений, то образуется замкнутая система уравнений механики деформируемого тела, позволяющая определить искомые поля скоростей или перемещений, скоростей деформаций или деформаций, напряжений, плотности и температуры. Однако для решения замкнутой системы уравнений необходимо правильно формулировать и использовать кинематические и статические граничные условия, выбирать граничные условия для решения тепловых задач. При этом механические граничные условия на части поверхности деформируемого тела могут быть кинематическими, на другой части — статическими, на третьей — смешанными. Температурные граничные условия заключаются либо в задании на поверхности температуры, либо теплового потока. Поскольку уравнения движения среды содержат ускорение, а уравнение теплопроводности — скорость изменения температуры, динамические задачи, кроме граничных условий, требуют задания еще и начальных условий, в соответствии с которыми в момент времени $\tau = 0$ известны все термомеханические характеристики в объеме и на поверхности деформируемого тела.

Решение системы уравнений механики деформируемого тела в лагранжевой постановке определяет две искомые функции: траектории материальных частиц $x_i \equiv \varphi_i(X_j, \tau)$ и скалярную функцию температуры $\theta(x_i, \tau)$. Все другие функции, определяющие напряженно-деформированное состояние, поврежденность металла, условия начала турбулентности, отрыва потоков в жидкостях и газах могут быть найдены с помощью соответствующих операторов.

В эйлеровой постановке искомыми функциями обычно являются поле скоростей или перемещений, плотности и температуры.

Отметим, что вне зависимости от выбранной системы координат (эйлеровая или лагранжевая) решения задачи будут эквивалентными.

Ниже приведены примеры решения краевых задач, связанных с механическим поведением среды при испытании образцов с целью определения механических свойств или оценки качества продукции с помощью технологических проб.

Все примеры задач в основном сосредоточены в разделах в зависимости от схемы напряженно-деформированного состояния: осесимметричная деформация, плоское напряженное состояние, плоская деформация. Рассмотрены также особенности напряженно-деформированного состояния на свободной поверхности. Примененная классификация задач полезна не только для изучения технологических испытаний материалов, но и для исследования процессов обработки металлов давлением.

4.1. ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ

Осесимметричная деформация обычно связана с деформацией тела вращения, ось которого совпадает с осью z цилиндрической системы координат r, φ, z. При этом нагрузки, скорости или перемещения обладают осевой симметрией, а компоненты напряжения, скорости или перемещения не зависят от угловой координаты φ. Окружная составляющая скорости $\upsilon_\varphi = 0$, а компоненты тензора напряжений $\sigma_{r\varphi} = \sigma_{z\varphi} = 0$. Уравнения равновесия имеют вид:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0; \qquad (4.1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{\partial z} = 0.$$

Компоненты тензора скорости деформации равны:

$$\xi_{rr} = \frac{\partial \upsilon_r}{\partial r}; \quad \xi_{\varphi\varphi} = \frac{\upsilon}{r}; \quad \xi_{zz} = \frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}; \quad \xi_{rz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \upsilon_r}{\partial z} + \frac{\partial \upsilon_z}{\partial r}\right). \qquad (4.2)$$

Для задач пластического течения чаще всего применяют модель несжимаемого жестко-пластического тела, для которого

$$\xi_{ii} = 0, \; T = \tau_s \qquad (4.3)$$

4.1.1. Растяжение цилиндрического образца

Это один из наиболее распространенных видов испытания. В соответствии с требованиями стандарта образец в исходном состоянии имеет длину рабочей части l_0, равную либо пяти, либо

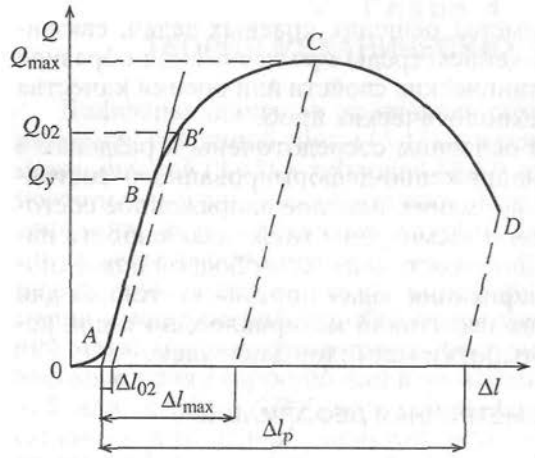


Рис. 4.1. Зависимость силы растяжения Q от абсолютного удлинения образца Δl

десяти значениям диаметра d_0. Испытание образца проводят до разрыва, при этом фиксируют изменение длины и диаметра, а также соответствующее им значение растягивающей силы Q. Зависимость силы Q от абсолютного удлинения образца $\Delta l = l - l_0$ называется индикаторной диаграммой (рис. 4.1), на которой различают несколько участков: OA — упругое изменение системы образец — испытательная машина; AB — упругое нагружение образца; BC — однородная пластическая деформация образца до образования шейки; CD — пластическая деформация в шейке растягиваемого образца до разрушения.

По индикаторной диаграмме определяют значения силы растяжения: в конце упругого участка нагружения образца — Q_y; в конце упругопластического участка нагружения, соответствующего 0,2 % остаточного относительного удлинения образца, — $Q_{0,2}$ и в конце участка пластического нагружения образца до образования шейки — Q_{max}. На участке CD целесообразно фиксировать соответствующие пары значений диаметра образца и силы растяжения в i-ые моменты времени (d_i и Q_i) вплоть до момента разрушения, когда длина рабочей части образца достигает значения l_p, а диаметр — d_p. Эти данные позволяют определить стандартные прочностные характеристики:

— предел упругости $\sigma_y = \dfrac{4Q_y}{\pi d_0^2}$;

— условный предел текучести $\sigma_{0,2} = \dfrac{4Q_{0,2}}{\pi d_0^2}$;

— предел прочности $\sigma_в = \dfrac{4Q_{max}}{\pi d_0^2}$.

Кроме того, определяются стандартные инженерные характеристики пластичности (деформация образца до разрушения):
— относительное удлинение пяти (δ_5) и десятикратного образца (δ_{10})

$$\delta_5(\delta_{10}) = \frac{l_p - l_0}{l_0} \cdot 100\%;$$

— относительное сужение $\psi = \dfrac{d_0^2 - d_p^2}{d_0^2} \cdot 100\%$.

Используя опытные данные о диаметре образца d_i и соответствующей силе растяжения Q_i, можно найти закон упрочнения металла, а также определить степень деформации сдвига до разрушения, тем самым оценить пластичность металла. Для определения зависимостей сопротивления деформации от степени деформации сдвига $\sigma_s = \sigma_s(\Lambda)$ и пластичности металла от показателей напряженного состояния $\Lambda_p = \Lambda_p\left(\dfrac{\sigma}{T}, \mu_\sigma\right)$, имеющих научный и практический интерес, требуется знание закономерностей формоизменения образца, напряженного и деформированного состояний в наименьшем сечении шейки.

Рассмотрим решение задачи. Будем полагать, что материал образца обладает идеальными жестко-пластическими свойствами:

$$\sigma_{11} - \sigma_{33} = \sigma_s. \qquad (4.4)$$

Кроме того, материал несжимаем: $\xi_{zz} + \xi_{rr} + \xi_{\varphi\varphi} = 0$. (4.5)

Уравнения равновесия имеет вид

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0. \qquad (4.6)$$

Решение системы уравнений (4.4—4.6) требует дополнительных упрощающих допущений. Используем экспериментально подмеченный факт равенства и однородности распределения по наименьшему сечению шейки образца компонент тензора скорости деформации: $\xi_{rr} = \xi_{\varphi\varphi} = \text{const}$. Тогда с помощью определяющих соотношений $\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij} = 2\dfrac{\tau_s}{H}\xi_{ij}$ можно показать, что для сечения $z = 0$ следует равенство радиальных и окружных нормальных напряжений $\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi}$. Будем полагать, что в момент

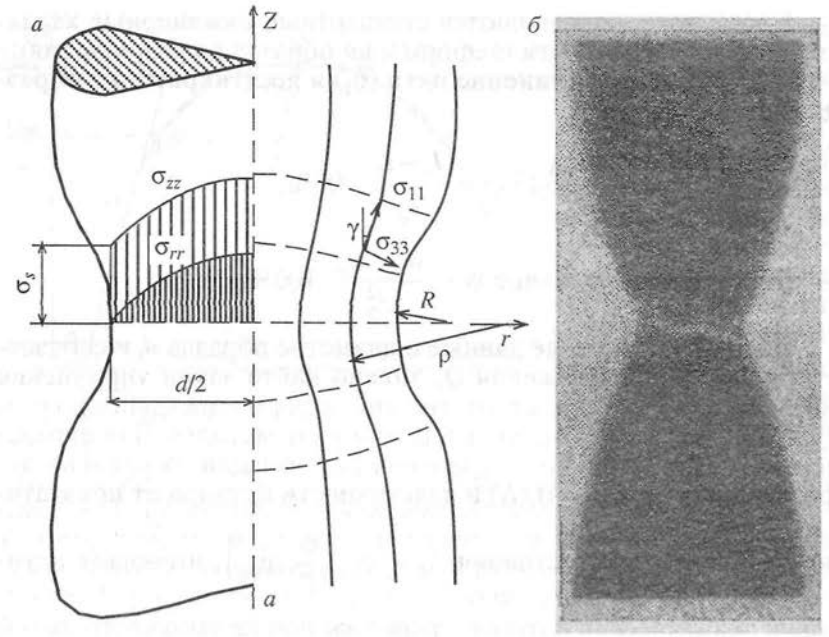


Рис. 4.2. К решению задачи о напряженном состоянии и разрушении металла в шейке цилиндрического образца при растяжении

времени $\tau = t$ в сечении $z = 0$ известен параметр шейки образца $\dfrac{d}{R}$ в виде отношения диаметра к радиусу кривизны наружного контура в продольном сечении образца (рис. 4.2).

В сечении $z = 0$ радиус кривизны линий максимального нормального напряжения обозначим ρ и будем полагать, что он изменяется по r согласно зависимости $\rho = R\dfrac{d}{2}r$. Действительно, при $r = 0$ главное напряжение σ_{11} совпадает с направлением оси z и $\rho = \infty$, а при $r = \dfrac{d}{2}$ радиус $\rho = R$. Для точек, лежащих в малой окрестности сечения $z = 0$, угол наклона напряжения σ_{11} к оси z равен малому углу $\gamma \to 0$. Перейдя от главных направлений к координатам r, φ, z, вычислим касательное напряжение $\sigma_{rx} = \dfrac{\sigma_{11} - \sigma_{33}}{2} \cdot \sin 2\gamma \approx \sigma_s \cdot \gamma$. В этом случае $\left(\dfrac{\partial \sigma_{rx}}{\partial z}\right) = \sigma_s\left(\dfrac{\partial \gamma}{\partial z}\right) = \dfrac{\sigma_s}{\rho}$.

Благодаря этим упрощениям задача становится статически определимой, а уравнение движения (4.6) можно проинтегрировать: $\sigma_{rr}/\sigma_s = \int \frac{2}{Rd} \cdot rdr + C$. Постоянная интегрированная определяется из граничного условия $\sigma_{rr}\big/_{r=\frac{d}{2}} = -p$, где p — давление рабочей жидкости в испытательной камере. Тогда

$$\frac{\sigma_{rr}}{\sigma_s} = \frac{\frac{d^2}{4} - r^2}{R \cdot d} - \frac{p}{\sigma_s}, \quad \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_s} = 1 + \frac{d^2/4 - r^2}{R \cdot d} - \frac{p}{\sigma_s}. \tag{4.7}$$

Видно, что на оси симметрии образца ($r = 0$) при давлении $p = 0$ имеет место трехосное растяжение, а на контуре $\left(r = \frac{d}{2}\right)$ — одноосное растяжение. Это объясняет тот факт, что разрушение металла первоначально наступает в осевой зоне образца (рис. 4.2, *б*).

При увеличении давления можно добиться трехосного сжатия во всех точках сечения $z = 0$ при любом значении параметра шейки d/R. Для наиболее опасной с точки зрения разрушения осевой зоны образца ($r = 0$) показатели напряженного состояния в момент времени $\tau = t$ будут равны:

$$\frac{\sigma}{T} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(1 + \frac{3}{4}\frac{d}{R}\right) - \frac{p}{0{,}58\sigma_s}, \; \mu_\sigma = -1. \tag{4.8}$$

Деформированное состояние в момент времени $\tau = t$ характеризуется компонентами тензора скорости деформации $\xi_{zz} = \xi_{11}$; $\xi_{rr} = \xi_{\varphi\varphi} = \xi_{33} = \xi_{22}$, которые постоянны во всех точках сечения $z = 0$.

По определению $\xi_{\varphi\varphi} = \frac{\upsilon_r}{r} = -\frac{dr}{r} \cdot \frac{1}{d\tau}$. Тогда интенсивность скорости деформации сдвига $H = 2\sqrt{3}\frac{dr}{r} \cdot \frac{1}{d\tau}$.

Степень деформации сдвига определяется интегрированием:

$$\Lambda = \int_0^t H d\tau = 2\sqrt{3} \ln \frac{d_0}{d}. \tag{4.9}$$

Сила растяжения образца в момент времени $\tau = t$ при давлении $p = 0$ определяется интегрированием: $Q = \int_0^{2\pi} \int_0^{d/2} \sigma_{zz/z=0} r dr d\varphi$.

После постановки (4.7) и интегрирования получим:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\sigma_s\left(1 + \frac{d}{8R}\right). \tag{4.10}$$

При некоторм давлении p_* можно добиться, чтобы деформация в шейке образца развивалась до разрушения даже, если сила растяжения Q будет равна нулю. Это явление называется пинч-эффектом.

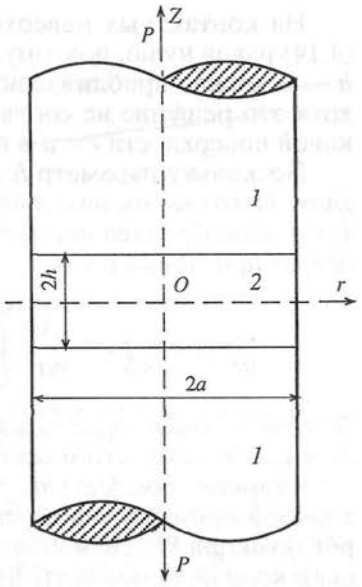
4.1.2. Растяжение цилиндрического образца с мягкой прослойкой

Решение этой задачи имеет как научную, так и практическую ценность. Средние нормальные напряжения в мягкой прослойке вдоль оси образца намного больше предела текучести. Напряженное состояние на оси образца является трехосным, а на периферии — одноосным растяжением. При уменьшении отношения толщины прослойки к диаметру образца h/d среднее нормальное напряжение увеличивается. Это позволяет определять для различных материалов сопротивление отрыву σ_f, которое при обычном испытании цилиндрического образца можно установить только при температурах, меньше температурного порога хрупкости. При испытании образцов с мягкой прослойкой можно найти зависимость пластичности металла Λ_p от показателя напряженного состояния $\frac{\sigma}{T}$ при $\sigma_\mu = -1$, а также пороговое значение показателя $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_{nx}$, соответствующее границе области хрупкого и вязкого разрушения.

В практическом плане решение этой задачи позволяет определять рациональные режимы клейки, пайки и сварки, а также устанавливать причины разрушения соединений деталей этими способами.

Прослойка тонкая, поэтому $h << a$ (рис. 4.3). Цилиндрические части образца *1* по обе стороны мягкой прослойки *2* на все время деформации остаются упругими. Они имеют тот же модуль упругости, что и материал мягкой прослойки, но значительно большее значение сопротивления деформаций σ_s. Сечения $z = 0$ и $z = \pm h$ ос-

Рис. 4.3. Цилиндрический образец с мягкой прослойкой



таются плоскими. Так как прослойка тонкая, то естественно принять гипотезу плоских сечений, поэтому $v_z = v_0 \cdot \frac{z}{h}$, где v_0 — скорость перемещения концевых частей образца.

В начальной стадии нагружения прослойка, также как и концевые части, испытывает упругую деформацию одноосного растяжения: $\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{rz} = 0$; $\sigma_{zz} \le \sigma_s$. При $\sigma_{zz} = \sigma_s$ начинается пластическая деформация прослойки, сдерживаемая упругими концевыми частями образца, вследствие чего в плоскостях $z = \pm h$ появляются касательные напряжения σ_{rz}. При развитой деформации они достигают предела текучести на сдвиг $\sigma_{rz} = \pm\tau_s$, а в плоскости симметрии $z = 0$ $\sigma_{rz} = 0$. В соответствии с гипотезой плоских сечений для тонкой прослойки можно предположить что $\sigma_{rz} = \tau_s \frac{z}{h}$. В осевой зоне при $r = 0$ радиальное и тангенциальное напряжения равны $\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi}$. Последнее равенство будем полагать справедливым для всего сечения $z = 0$. Тогда первое уравнение равновесия (4.1) примет вид:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \tau_s \frac{1}{h} = 0. \qquad (4.11)$$

После интегрирования определяется

$$\sigma_{rr} = \tau_s \frac{a}{h}\left(1 - \frac{r}{a}\right). \qquad (4.12)$$

На контуре $r = a$ $\sigma_{rr} = 0$, а на оси принимает максимальное значение $\sigma_{rr} = \tau_s \frac{a}{h}$ и зависит от параметра мягкой прослойки h/a.

Компонента σ_{zz} определяется из условия идеальной пластичности

$$(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + 6\sigma^2{}_{rz} = 2\sigma_s{}^2, \qquad (4.13)$$

$$\text{или } \sigma_{zz} - \sigma_{rr} = \sqrt{\sigma_s^2 - 3\sigma_{rz}^2}\,. \qquad (4.14)$$

На контактных поверхностях $\sigma_{rz} = \tau_s$, первая часть условия (4.14) равна нулю, поэтому $\sigma_{zz} = \sigma_{rr}$. Для тонкой прослойки, если $h \to 0$, можно приближенно считать, что в любой точке $\sigma_{zz} \approx \sigma_{rr}$, хотя это решение не соответствует граничным условиям на боковой поверхности $r = a$ и вблизи оси $r = 0$.

Поскольку параметр $h/a << 1$, то в тонкой прослойке возникают высокие нормальные напряжения, превосходящие предел текучести. Среднее нормальное напряжение по поперечному сечению прослойки равно

$$p_* = \frac{1}{\pi a^2}\int_0^{2\pi a}\int \sigma_{zz} r\,dr\,du = \frac{\sigma_s}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{a}{h}. \qquad (4.15)$$

Для очень тонких прослоек $h \to 0$ развивается почти гидростатическое растяжение, что может привести к хрупкому разрушению.

Напряженное состояние в мягкой прослойке при растяжении в любой промежуточной стадии нагружения зависит от некоторой функции $R(r)$, изменяющейся от нуля в начальный, до единицы в конечный моменты пластического состояния, когда σ_{rz} достигает предела текучести на сдвиг:

$$\sigma_{rz} = R(r) \cdot \frac{z}{h} \cdot \tau_s. \qquad (4.16)$$

Дополнительно к уравнениям равновесия (4.1) и условию идеальной пластичности (4.13) введем в рассмотрение условие несжимаемости для теории малых пластических деформаций:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \qquad (4.17)$$

а также уравнение состояния для монотонной деформации:

$$\frac{\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r}}{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}} = \frac{\frac{u_r}{r} - \frac{\partial u_z}{\partial z}}{\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz}} = \frac{\frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_r}{\partial r}}{\sigma_{zz} - \sigma_{rr}} = \frac{\sqrt{3}\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)}{2\tau_s}. \qquad (4.18)$$

Не останавливаясь на подробностях решения системы уравнений (4.1, 4.13, 4.17 и 4.18) отметим, что закон распределения контактных касательных напряжений определяется функцией

$$R = \frac{Cr}{\sqrt{a^2 + C^2 \cdot r^2}} \qquad (4.19)$$

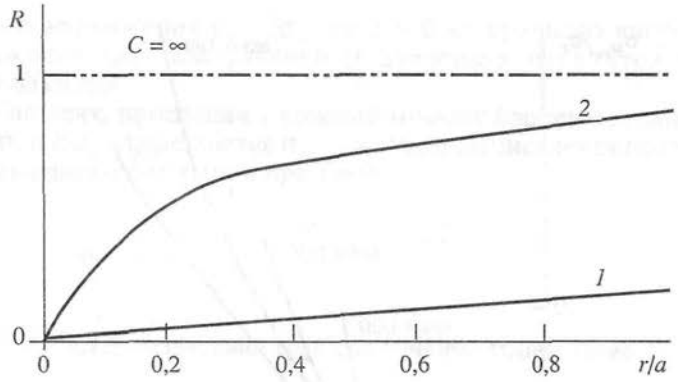


Рис. 4.4. Характер изменения параметра R от радиуса образца r для различных моментов нагружения

Напряжения σ_{rr}, σ_{rz} и σ_{zz} зависят от R. При $C = 0$, что соответствует началу пластического течения, $R = 0$, $\sigma_{rz} = 0$, а $\sigma_{zz} = \sigma_s$. При малых значениях C функция R близка к линейному закону (*1*), а при больших значениях C функция R определяется нелинейным законом, кривая *2* (рис. 4.4). При $C \to \infty$ $R \to 1$, а касательные напряжения стремятся к пределу текучести на сдвиг $\sigma_{rz} = \tau_s$, что соответствует развитому пластическому состоянию, а напряженное состояние в прослойке — трехосному растяжению (рис. 4.5). На рисунке показан характер изменения $\bar{\sigma}_{rr} = \dfrac{\sigma_{rr}}{\sigma_s}$ и $\bar{\sigma}_{zz} = \dfrac{\sigma_{zz}}{\sigma_s}$ по радиусу прослойки при некотором $C > 0$ (сплошные линии), а также при $C \to \infty$ (пунктирные линии). В осевой области образца при $r = 0$ имеет место наиболее неблагоприятная с точки зрения разрушения зона: $\mu_\sigma = -1$, а $\dfrac{\sigma}{T}$ изменяется от +0,58 в начальный момент нагружения, а затем увеличивается до больших значений, и зависит от параметра прослойки h/a.

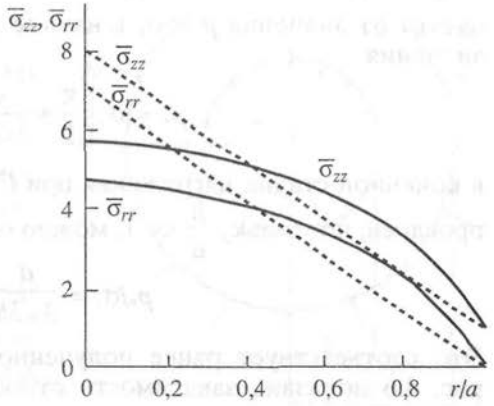


Рис. 4.5. Распределение относительных нормальных напряжений σ_{ss} и σ_{rr} по сечению образца для различных моментов нагружения

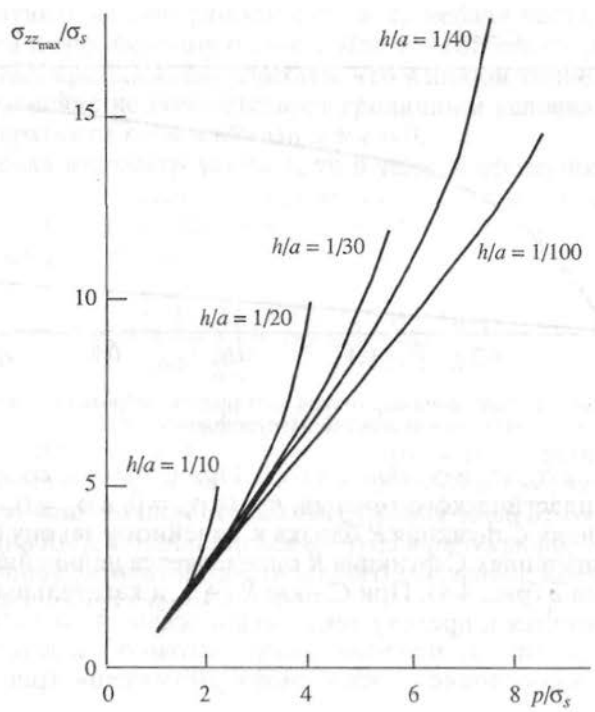


Рис. 4.6. Зависимость относительного нормального напряжения $\sigma_{zz_{max}}/\sigma_s$ от среднего осевого напряжения и геометрического параметра мягкой прослойки образца

Среднее напряжение растяжения $p = \dfrac{1}{\pi a^2}\int_0^{r\pi}\int_0^{a}\sigma_{zz} r dr d\varphi$ изменяется от значения $p = \sigma_s$ в начале пластического течения до значения

$$p_* = \sigma_s\left(\frac{\pi}{2} + \frac{a}{3\sqrt{3}h}\right) \qquad (4.20)$$

в конечной стадии нагружения при $C \to \infty$, а $R = 1$. Для тонких прослоев, поскольку $\dfrac{h}{a} << 1$, можно считать, что

$$p_*/\sigma_s = \frac{a}{3\sqrt{3}h}\,. \qquad (4.21)$$

Это соответствует ранее полученному выражению (4.15). На рис. 4.6 показана зависимость относительного максимального

осевого напряжения $\sigma_{zz_{max}}/\sigma_s$ при $r = 0$ от среднего напряжения растяжения p/σ_s при различных значениях параметра мягкой прослойки h/a.

В опытах, проследив в каждый момент времени за значениями p/σ_s и h/a, определяется $\sigma_{zz_{max}}$, а затем вычисляется показатель напряженного состояния при $r = 0$

$$\frac{\sigma}{T} = \frac{\sigma_{zz_{max}}}{\tau_s} - \frac{2\sqrt{3}}{3}. \qquad (4.22)$$

4.1.3. Испытание труб давлением. Задача Ляме

Испытание труб внутренним давлением, так называемая технологическая проба, нередко используется для оценки качества трубной продукции. Внутреннее p_a и наружное $p_в$ давления равномерно распределены по поверхностям длинного цилиндра, длина трубы при испытании не изменяется (рис. 4.7). Нагружение осуществляется в упругой области и связь возникающих в трубе напряжений с функцией радиального перемещения определяется законом Гука с помощью формул Ляме (4.53):

$$\sigma_{rr} = 2G\left(\varepsilon_{rr} + \frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon\right);$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = 2G\left(\varepsilon_{\varphi\varphi} + \frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon\right). \qquad (4.23)$$

Напряжения (4.23) должны удовлетворять уравнению равновесия:

$$\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}\left(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}\right) = 0. \qquad (4.24)$$

Подставив (4.23) в (4.24), получим дифференциальное уравнение относительно радиального перемещения u:

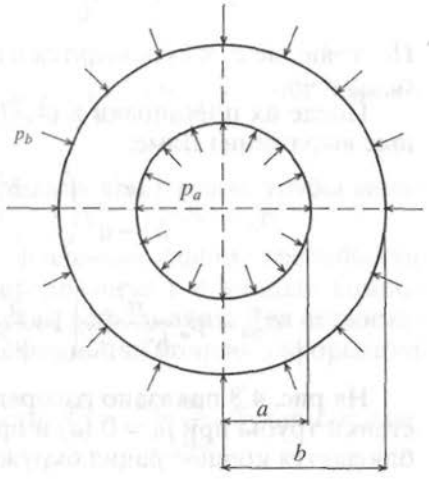


Рис. 4.7. Осесимметричная деформация толстостенной трубы

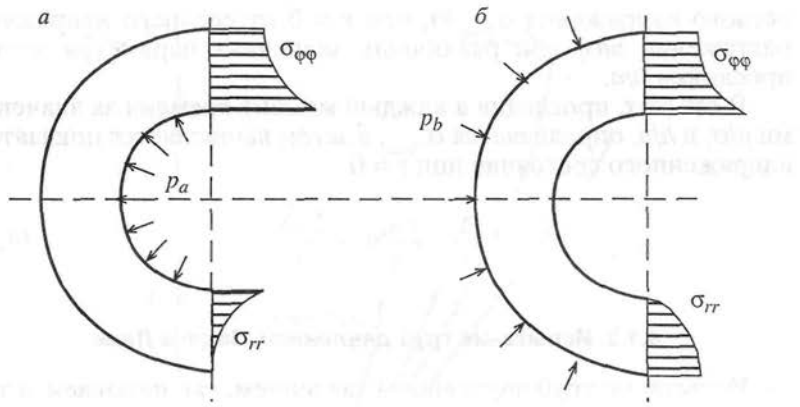


Рис. 4.8. Распределение напряжений σ_{rr} и $\sigma_{\varphi\varphi}$ по толщине стенки трубы при нагружении внутренним (*а*) и наружным (*б*) давлением

Общий интеграл будет:

$$u = c_1 r + c_2\frac{1}{r}. \qquad (4.26)$$

По формулам (4.23) после постановки (4.26) получим:

$$\sigma_{rr} = E_1\left[c_1(1+\nu) - c_2(1-\nu)\frac{1}{r^2}\right];$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = E_1\left[c_1(1+\nu) + c_2(1-\nu)\frac{1}{r^2}\right]. \qquad (4.27)$$

Постоянные c_1 и c_2 находятся из граничных условий: $\sigma_{rr|r=a} = -p_a$; $\sigma_{rr|r=b} = -p_b$.

После их постановки в (4.27) окончательно получим известные выражения Ляме:

$$\sigma_{rr} = p_a\frac{a^2}{b^2-a^2}\left(1-\frac{b^2}{r^2}\right) - p_b\frac{b^2}{b^2-a^2}\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right);$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = p_a\frac{a^2}{b^2-a^2}\left(1+\frac{b^2}{r^2}\right) - p_b\frac{b^2}{b^2-a^2}\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right). \qquad (4.28)$$

На рис. 4.8 показано распределение напряжений по толщине стенки трубы при $p_b = 0$ (*а*) и при $p_a = 0$ (*б*). В обоих случаях наблюдается концентрация окружных нормальных напряжений на

внутренней поверхности. Во втором случае вдали от отверстия компоненты тензора становятся равными между собой и равны среднему нормальному напряжению: $\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{zz} = \sigma$.

Начало пластической деформации наступает на внутренней поверхности трубы при $r = a$. Если $p_b = 0$, то давление на внутренней поверхности p_a в этом случае достигнет значения

$$p_0 = \tau_s\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right). \qquad (4.29)$$

Предельное состояние трубы наступает в случае, когда пластическая зона, появившаяся на внутренней поверхности, распространится на всю толщину стенки трубы. Тогда при любом значении радиуса $a \le r \le b$ выполняется условие идеальной пластичности: $\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{rr} = 2\tau_s$.

Если $p_b = 0$, то предельное значение p_a в этом случае будет равно:

$$p_* = 2\tau_s \ln\frac{b}{a}. \qquad (4.30)$$

Для тонкостенных труб одновременно с операцией контроля качества, сообщая ей малую пластическую деформацию при раздаче, осуществляют калибровку по диаметру. В этом случае, пренебрегая малой упругой деформацией, можно оценить показатель напряженного состояния $\mu_\sigma = 0$, а $\frac{\sigma}{T} = \frac{\sigma_{rr}+\sigma_{\varphi\varphi}}{2\tau_s}$. Для внутренней поверхности трубы $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_a = \left(1-2\ln\frac{b}{a}\right)$, а на наружной $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_в = 1$. Поскольку деформация при раздаче трубы является монотонной, то степень деформации сдвига, пренебрегая малой упругой деформацией, определяется с помощью компонент тензора конечной пластической деформации. Для несжимаемого тела в условиях плоской деформации степень деформации сдвига на внутренней поверхности $\Lambda_a = 2\ln\frac{a_1}{a_0}$ будет больше, чем на наружной $\Lambda_в = 2\ln\frac{b_1}{b_0}$. Толщина стенки трубы после испытания определяется из условия несжимаемости

$$(b_1 - a_1) = (b_0 - a_0)\left(\frac{a_0+b_0}{a_1+b_1}\right),$$

где a_0, b_0 и a_1, b_1 — размеры трубы до и после испытания.

4.1.4. Полый шар под действием давления

Определение упругих напряжений в полом шаре под действием внутреннего давления, расчет критического значения давления, соответствующему появлению и последующему распространению зоны пластической деформации, а также нахождение остаточных напряжений после разгрузки имеют значительный теоретический интерес. Практическая значимость решения задачи связана с изучением долговечности сосудов, газовых кранов, имеющих сферическую форму, а также при использовании технологической пробы натурного испытания сосудов с целью выбора материала и установления предельно допустимых нагрузок.

На первой стадии нагружения при небольшом внутреннем давлении ($p < p_0$) шар находится в упругом состоянии. В связи с симметрией следует, что $\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\theta\theta}$; $\varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_{\theta\theta}$; сдвиговые деформации и касательные напряжения равны нулю: $\varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_{\varphi\theta} = \varepsilon_{\theta r} = 0$; $\sigma_{r\varphi} = \sigma_{\varphi\theta} = \sigma_{\theta r} = 0$.

Нормальные напряжения удовлетворяют уравнению равновесия

$$\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + 2\frac{\sigma_{rr}-\sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0 \qquad (4.31)$$

и граничным условиям $\sigma_{rr|r=a} = -p$; $\sigma_{rr|r=b} = 0$, где a и b — внутренний и наружный радиусы шара. Интенсивность касательных напряжений

$$T = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{rr}\right) \qquad (4.32)$$

в момент достижения предела текучести на сдвиг $T = \tau_s$ свидетельствует о возникновении пластической деформации. Отметим, что упрочнением материала пренебрегают.

Под воздействием внутреннего давления радиальное перемещение равно u, тогда компоненты тензора деформации равны: $\varepsilon_{rr} = \dfrac{\partial u}{\partial r}$; $\varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_{\theta\theta} = \dfrac{u}{r}$.

Радиальное перемещение u удовлетворяет условию неразрывности

$$\frac{d\varepsilon_{\varphi\varphi}}{dr} + \frac{\varepsilon_{\varphi\varphi} - \varepsilon_{rr}}{r} = 0. \qquad (4.33)$$

Интегрированием уравнений (4.31), (4.33) совместно с уравнениями состояния (закон Гука) найдем решение задачи для шара в упругом состоянии:

$$\sigma_{rr} = p\frac{a^3}{b^3 - a^3}\left(1 - \frac{b^3}{r^3}\right);$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = p\frac{a^3}{b^3 - a^3}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{b^3}{r^3}\right); \qquad (4.34)$$

$$u = p\frac{a^3}{b^3 - a^3} r\left(\frac{1}{E_0} + \frac{1}{4G}\frac{b^3}{r^3}\right).$$

где E_0 и G — модули упругого изменения объема и сдвига.

Интенсивность касательных напряжений равна

$$T = p\frac{a^3}{b^3 - a^3}\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{b^3}{r^3}. \qquad (4.35)$$

Из условия идеальной пластичности $T = \tau_s$ определяется давление p_0, соответствующее возникновению пластической деформации на внутренней поверхности шара при $r = a$:

$$p_0 = \frac{2}{3}\frac{\left(b^3 - a^3\right)}{a^3}\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^3 \sigma_s. \qquad (4.36)$$

При дальнейшем возрастании давления p область пластической деформации распространится на весь объем шара. Предельное давление в этом случае определяется из решения уравнения равновесия (4.31) совместно с условием идеальной пластичности $T = \tau_s$ (статически определимая задача):

$$p_* = 2\sigma_s \ln\frac{b}{a} \qquad (4.37)$$

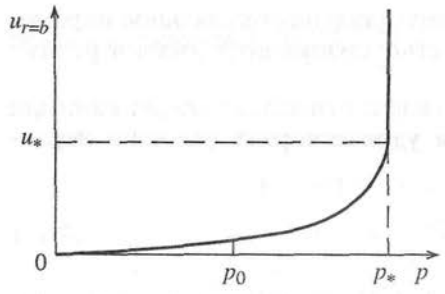


Рис. 4.9. Зависимость радиального перемещения наружной поверхности в зависимости от давления p в полом шаре

Анализ радиального перемещения наружной поверхности шара $u_{r=b}$ показывает, что оно при упругом нагружении растет пропорционально давлению p, затем имеется переходный участок упруго-пластической деформации, а при достижении предельного значения p_* перемещение равно u_* (рис. 4.9). В дальнейшем шар теряет несущую способность, так как резко возрастает перемещение $u_{r=b} \to \infty$.

Дадим оценку показателей напряженного состояния и степени деформации сдвига при пластическом формоизменении шара. Для осесимметричной деформации растяжения $\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\theta\theta}$, а $\sigma_{\varphi\varphi} > \sigma_{rr}$, $\mu_0 = \pm 1$. Показатель напряженного состояния σ/T имеет меньшее значение на внутренней поверхности $\left(\dfrac{\sigma}{T}\right)_a = \dfrac{2}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}\ln\dfrac{b}{a}$, чем на наружной $\left(\dfrac{\sigma}{T}\right)_в = 1{,}15$. Степень деформации сдвига больше на внутренней поверхности $\Lambda_a = 2\sqrt{3}\ln\dfrac{a_1}{a_0}$, чем на наружной поверхности $\Lambda_b = 2\sqrt{3}\ln\dfrac{b_1}{b_0}$.

Изменение толщины стенки шара при пластической раздаче определяется из условия несжимаемости:

$$(b_1 - a_1) = (b_0 - a_0)\left(\frac{a_0 + b_0}{a_1 + b_1}\right)^2 \qquad (4.38)$$

Значения радиусов шара до испытания равны a_0 и b_0, а после испытания — a_1 и b_1.

4.1.5. Течение вязко-пластической среды в трубе неограниченной длины

Движение предполагается медленным, установившимся и осесимметричным, то есть без вращения массы, следовательно, $v_r = 0$; $v_\varphi = 0$. Для несжимаемой среды $\xi_{zz} = 0$, тогда

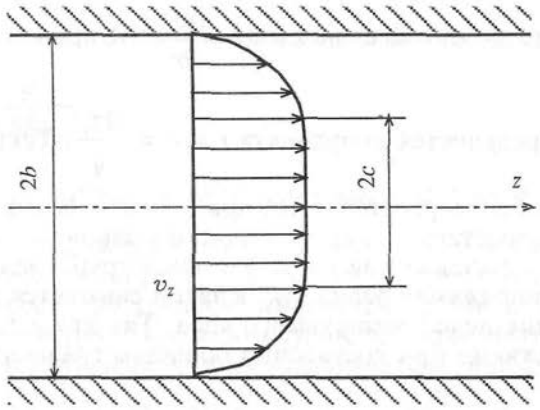


Рис. 4.10. Эпюра скорости течения вязко-пластической среды в трубе

$v_z = v_z(r)$. Вычисляя компоненты тензора скорости деформации, находим:

$$\xi_{zz} = \xi_{rr} = \xi_{\varphi\varphi} = \xi_{r\varphi} = \xi_{\varphi z} = 0.$$

Из физических уравнений связи получаем:

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{zz} = \sigma;\ \sigma_{r\varphi} = \sigma_{\varphi z} = 0\ \sigma_{rz} = -\tau_s + \mu\frac{\partial v_z}{\partial r}.$$

Будем полагать, что вязко-пластическая масса прилипает к стенке трубы (рис. 4.10), т. е при $r = b$ $v_z = 0$. Уравнения равновесия имеют вид:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial r} = 0,\quad \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + \frac{\partial\sigma}{\partial z} = 0. \qquad (4.39)$$

Из первого уравнения следует, что $\sigma = \sigma(z)$, причем градиент давления $\frac{\partial\sigma}{\partial z} \equiv q$ является постоянной величиной, что следует из второго уравнения. Подставляя в него выражение σ_{rz} и выполняя интегрирование с учетом граничного условия $v_z = 0$ при $r = b$, получаем:

$$v_z = \frac{q}{4\mu}\left(b^2 - r^2\right) - \frac{\tau_s}{\mu}(b - r). \qquad (4.40)$$

Решение имеет смысл лишь при $\frac{\partial v_z}{\partial r} \le 0$, причем в случае равенства определяется координата $r = c = \frac{2\tau_s}{q}$. Таким образом, деформации подвергается масса при $c \le r \le b$. В кольцевой зоне скорость возрастает по параболическому закону от нуля до максимального значения при $r = c$. У стенки трубы величина касательного напряжения равна $bq/2$ и затем снижается до значения τ_s на границе недеформируемого ядра. Так как $c \le b$, то течение осуществимо при достаточно большом градиенте давления $q \ge \frac{2\tau_s}{b}$. В случае вязкой жидкости $\tau_s = 0$, следовательно, $c = 0$, жесткое ядро $0 \le r \le c$ отсутствует. Для жестко-пластической среды $\mu = 0$, $c = b$, скольжение происходит в тонком слое у стенки трубы. Количество протекающей в единицу времени массы в общем случае при $0 < c < b$ определяется интегрированием:

$$Q = 2\pi\int_0^b r v_z dr = \frac{\pi}{\mu}\left[\frac{a}{8}\left(b^4 - c^4\right) - \frac{\tau_s}{3}\left(b^3 - c^3\right)\right]. \qquad (4.41)$$

В частном случае, при $c = 0$ $Q = \frac{\pi b^4}{8\mu}q$. (4.42)

4.1.6. Осадка цилиндра при гидростатическом давлении

Испытание цилиндрического образца осуществляется в условиях отсутствия трения на контактных поверхностях, а на боковой поверхности цилиндра действует равномерно распределенное давление p. В этом случае деформация осуществляется без бочкообразования и является однородной. Степень деформации сдвига для несжимаемого материала определяется по конечному формоизменению $\Lambda = \sqrt{3}\ln\frac{h_0}{h_1} = 2\sqrt{3}\ln\frac{d_0}{d_1}$, где d_0, h_0 и d_1, h_1 — диаметр и высота цилиндра до и после осадки.

Напряженное состояние также однородное $\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = -p$; σ_{zz} для идеальнопластического материала определяется из условия пластичности $\sigma_{zz} = -\sigma_s - p$.

Тогда показатели напряженного состояния $\mu_\sigma = +1$; $\frac{\sigma}{T} = -0{,}58 - \frac{p}{0{,}58\sigma_s}$.

4.2. ПЛОСКОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

Плоское напряженное состояние реализуется в тонких оболочках. Оболочки широко используются в различных областях техники: емкости для хранения жидкостей и газов; корпусные детали самолетов, ракет и морских судов; перекрытия промышленных зданий и павильонов; магистральные газо- и нефтепроводы. Оболочки отличаются достаточно высокой прочностью и жесткостью, а также сравнительно малой массой. В технологических пробах для оценки качества листа образцы имеют форму оболочки. Многие технологические операции листовой штамповки, производства гнутых профилей и формовки листа при изготовлении сварных труб изучаются с помощью теории оболочек.

Поэтому теоретическое исследование проблемы устойчивости оболочек, расчета предельных нагрузок, оценки напряженного и деформированного состояния имеют высокое теоретическое и практическое значение.

Толщина оболочки h мала по сравнению с продольными и поперечными размерами. Срединная плоскость не растягивается, а точки, лежащие на ней, в силу малых деформаций, совершают только вертикальные перемещения u_z. Тогда в силу принятых гипотез перемещения в плоскости оболочки определяются:

$$u_x = 2 - z\frac{\partial u_z}{\partial x}; \quad u_y = -z\frac{\partial u_z}{\partial y}. \tag{4.43}$$

Для малых упругих деформаций из кинематических уравнений найдем:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = -z\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2};$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = -z\frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}; \tag{4.44}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right) = -z\frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y}.$$

Физические уравнения определяются законом Гука:

$$\sigma_{xx} = -\frac{Ez}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}\right);$$

$$\sigma_{yy} = -\frac{Ez}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}\right); \tag{4.45}$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{Ez}{1+\nu}\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y}\right).$$

Видно, что напряжения изменяются линейно по высоте оболочки и должны удовлетворять уравнениям равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} = 0; \tag{4.46}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0.$$

Выведем основные уравнения теории изгиба оболочки и сформулируем краевую задачу. Определив из первых двух уравнений системы (4.46) выражения для производных $\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}$ и $\frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z}$, а затем, подставив в них значения компонентов тензора напряжений (4.45), в результате интегрирования получим:

$$\sigma_{xz} = \frac{Ez^2}{2\left(1-\nu^2\right)} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}\right) + \varphi_1(x, y);$$

$$\sigma_{yz} = \frac{Ez^2}{2\left(1-\nu^2\right)} \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}\right) + \varphi_2(x, y). \tag{4.47}$$

Функции интегрирования φ_1 и φ_2 определяются из граничных условий при $z = \pm h/2$ и условия симметрии при $z = 0$: $\sigma_{xz} = 0$ и $\sigma_{yz} = 0$. После подстановки найденных значений в (4.47) и диффе-

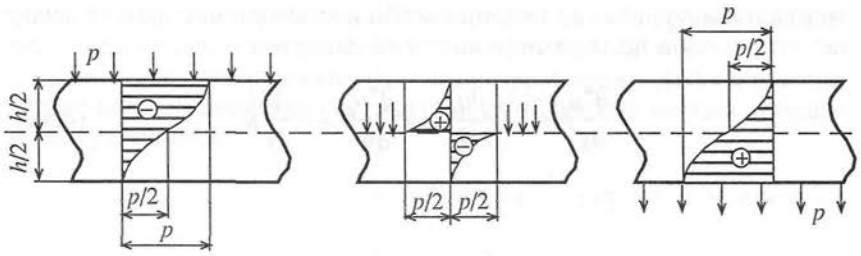


Рис. 4.11. Распределение напряжений σ_{zz} по толщине оболочки в зависимости от плоскости приложения нагрузки p

ренцирования определяются значения производных $\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x}, \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y}$, которые подставляются в третье уравнение равновесия (4.46), после интегрирования которого находится:

$$\sigma_{zz} = \frac{Ez^2\left(h^2 - 3/4z^2\right)}{8\left(1-\nu^2\right)} \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \cdot \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}\right) + \varphi(x, y). \quad (4.48)$$

Произвольная функция интегрирования $\varphi(x, y)$ определяется из граничных условий в зависимости от способа приложения внешней нагрузки: если поперечная нагрузка приложена к верхней части оболочки, то при $z = \frac{h}{2}$ $\sigma_{zz} = -p$, а при $z = -\frac{h}{2}$ $\sigma_{zz} = 0$; если поперечная нагрузка приложена к срединной поверхности, то при $z = \pm\frac{h}{2}$ $\sigma_{zz} = 0$, а при $z = 0$ $\sigma_{zz} = -p$; если поперечная нагрузка приложена к нижней части оболочки, то при $z = \frac{h}{2}$ $\sigma_{zz} = 0$, а при $z = -\frac{h}{2}$ $\sigma_{zz} = -p$.

Напряжение σ_{zz} для указанных способов приложения внешней нагрузки изображены на рис. (4.11), оно изменяется по закону кубической параболы.

Вводя обозначение $\frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)} = D$, которое называется цилиндрической жесткостью оболочки, нетрудно получить фундаментальное уравнение теории изгиба оболочки, которое не зависит от способа приложения внешней нагрузки:

$$\frac{\partial^4 u_z}{\partial x^4} + 2\frac{\partial u_z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u_z}{\partial y^4} = -\frac{1}{D}p, \quad (4.49)$$

а в сокращенной форме запишем:

$$\nabla^4 u_z = -\frac{p}{D}. \quad (4.49а)$$

Для конкретной задачи изгиба оболочки определенной геометрической формы, например для плоской оболочки, достаточно задания уравнения контура $y_*(x)$. Силовые условия задаются уравнением распределения внешней нагрузки $p(x, y)$. Кинематические условия на контуре оболочки зависят от вида опорных связей: для защемленной оболочки на границе $u_{z/y_*} = 0$, $\frac{\partial u_z}{\partial n_{/y_*}} = 0$, n — направление нормали к границе контура оболочки; для шарнирно-закрепленной оболочки $u_{z/y_*} = 0$. Для свободного края оболочки задаются компоненты тензора напряжений $\sigma_{nn/y_*} = \sigma_{n\tau/y_*} = \sigma_{nz/y_*} = 0$. В некоторых случаях допустимо смягчение граничных условий и удовлетворение их в интегральной форме, например, $\int_0^{n_0} \sigma_{n\tau/y_*} dz = 0$. В результате интегрирования основного уравнения изгиба оболочки (4.49) с учетом граничных условий находится вертикальное перемещение $u_z(x, y)$, а с помощью формул (4.41), (4.45), (4.47) и (4.48) определяются компоненты тензоров упругой деформации и напряжений. Полученные сведения о напряженном и деформированном состоянии позволяют решить проблемы прочности, устойчивости и колебания оболочек.

4.2.1. Упругий изгиб эллиптической оболочки

Эллиптическая оболочка имеет уравнение контура

$$\frac{x_*^2}{a^2} + \frac{y_*^2}{b^2} = 1, \quad (4.50)$$

по которому она защемлена, поэтому срединная поверхность по контуру остается плоской. Нагрузка $p(x, y)$ равномерно распре-

делена по всей поверхности оболочки, а величина ее много меньше напряжений, действующих в плоскости оболочки.

Покажем, что решение основного уравнения (4.49) с учетом граничных условий для рассматриваемой задачи можно определить уравнением:

$$u_z = u_{z0}\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1\right)^2, \qquad (4.51)$$

где u_{z0} — максимальный прогиб оболочки в центре при $x = y = 0$ зависит от нагрузки $p(x, y)$, толщины оболочки h и размеров осей эллипса a и b. Нетрудно убедиться, что кинематические граничные условия удовлетворены: на контуре $u_{z/y*} = 0$;

$$\left.\frac{\partial u_z}{\partial x}\right|_{y_*} = 0; \quad \left.\frac{\partial u_z}{\partial y}\right|_{y_*} = 0.$$

Подставив (4.51) в уравнение (4.59), получим значение прогиба в центре оболочки:

$$u_{z/x=0} = p\left[D\left(\frac{24}{a^4}+\frac{16}{a^2b^2}+\frac{24}{b^4}\right)\right]^{-1}.$$

Зная $u_z(x, y)$ и подставляя (4.51) в (4.45), вычисляем напряжения σ_{xy}, σ_{xx} и σ_{yy}. Так, например, в центре оболочки ($x = y = 0$) имеем:

$$\sigma_{xx} = -\frac{4Eu_{z/x=y=0}}{1-\nu}z\left(\frac{1}{a^2}+\frac{\nu}{b^2}\right);$$

$$\sigma_{yy} = -\frac{4Eu_{z/x=y=0}}{1-\nu}z\left(\frac{1}{b^2}+\frac{\nu}{a^2}\right).$$

Наибольшее значение напряжения изгиба имеет место на концах малой полуоси эллипса ($x = 0$, $y = b$):

$$\sigma_{yy} = -\frac{8Eu_{z/x=y=0}}{b^2\left(1-\nu^2\right)}.$$

4.2.2. Пластический изгиб эллиптической оболочки

При пластическом изгибе эллиптической оболочки, защемленной по контуру, наибольшее утонение оболочки наблюдается в центре при $x = y = 0$. Из условия несжимаемости следует, что

$$d\varepsilon_{33} = -(d\varepsilon_{11} + d\varepsilon_{22}) = -\frac{dh}{h}.$$

В опытах показано, что для изотропного материала оболочки отношение главных компонентов тензора приращения деформации в плоскости оболочки зависит от отношения осей эллипсов b/a:

$$\frac{d\varepsilon_{22}}{d\varepsilon_n} = m \approx \frac{b}{a}.$$

Тогда нетрудно определить:

$$d\varepsilon_{11} = \frac{1}{m+1}\frac{dh}{h};$$

$$d\varepsilon_{22} = \frac{m}{m+1}\frac{dh}{h}; \qquad (4.52)$$

$$d\varepsilon_{33} = -\frac{dh}{h}.$$

Приращение степени деформации сдвига равняется:

$$d\Lambda = \frac{2\sqrt{1+m+m^2}}{m+1}\frac{dh}{h},$$

а степень деформации сдвига до разрушения:

$$\Lambda_p = \frac{2\sqrt{1+m+m^2}}{m+1}\ln\frac{h_0}{h_p}, \qquad (4.53)$$

где h_0 и h_p — толщина образца до испытания и после разрушения.

Для круглой оболочки $m = \frac{b}{a} = 1$ $\Lambda_p = \sqrt{3}\ln\frac{h_0}{h_p}$. Для эллипсовидной оболочки ($b \to 0$) $m = \frac{b}{a} \to 0$ $\Lambda_p = 2\ln\frac{h_0}{h_p}$.

Напряженное состояние в зоне разрушения оболочки зависит от соотношения осей эллипса $m = \frac{b}{a}$ и от величины противо-

давления p, которое прикладывают к поверхности при $z = -\frac{h}{2}$.

Показатель Лоде вычисляется:

$$\mu_\sigma = \frac{3d\varepsilon_{22}}{d\varepsilon_{11} - d\varepsilon_{33}} = \frac{3m}{m+2}. \quad (4.54)$$

Показатель напряженного состояния в месте разрушения металла при пластическом изгибе оболочки определяют из физического уравнения

$$\sigma_{33} - \sigma = 2\frac{\tau_s}{d\Lambda} d\varepsilon_{33}.$$

Принимая во внимание, что $\sigma_{33} = -p$, вычисляем:

$$\frac{\sigma}{T} = \frac{m+1}{\sqrt{m^2+m+1}} - \frac{p}{0{,}58\sigma_s}. \quad (4.55)$$

Если противодавление $p = 0$, то для круглой по контуру оболочки ($b = a$) показатели напряженного состояния определяются:

$\mu_\sigma = 1$; $\frac{\sigma}{T} = \frac{2}{\sqrt{3}}$, а для эллипсовидной оболочки ($b \to 0$) $\mu_\sigma = 0$; $\frac{\sigma}{T} = 1$.

4.3. ПЛОСКОЕ ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ

Деформированное состояние называется плоским, если векторы скорости или перемещений любой точки деформируемого тела лежат в одной плоскости и не зависят от третьей координаты. Многие процессы обработки металлов давлением относятся к процессам плоской деформации. Для ряда способов испытания материалов деформация также является плоской.

При плоской деформации система уравнений упрощается. Имеются два уравнения равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} = 0, \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0;$$

условие идеальной пластичности

$$(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma^2_{xy} = 4\tau_s^2. \quad (4.57)$$

Определяющие соотношения можно представить одним уравнением

$$\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{\sigma_{xy}} = \frac{4\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}}{\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon_4}{\partial x}}. \quad (4.58)$$

Выполняется уравнение несжимаемости $\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} = 0$. (4.59)

При плоской деформации интенсивность касательных напряжений равняется максимальному касательному напряжению, равному пределу текучести на сдвиг

$$T = \tau_{max} = \tau_s. \quad (4.60)$$

Главное нормальное напряжение, перпендикулярное плоскости течения, равно среднему нормальному напряжению:

$$\sigma_{22} = \sigma = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{33}}{2}. \quad (4.61)$$

Это видно из физического уравнения $\sigma_{22} - \sigma = \frac{2\tau_s}{H}\xi_{22}$, т. к. $\xi_{22} = 0$.

Таким образом, главные напряжения равны: $\sigma_{11} = \sigma + \tau_s$; $\sigma_{22} = \sigma$; $\sigma_{33} = \sigma - \tau_s$, то есть напряженное состояние в каждой точке характеризуется наложением среднего нормального напряжения σ на напряжение чистого сдвига, для которого $\sigma_{11} = \tau_s$; $\sigma_{22} = 0$; $\sigma_{33} = -\tau_s$.

Общим решением системы уравнений (4.56, 4.57, 4.58, 4.59) являются дифференциальные уравнения для двух семейств характеристик (линии семейства α и семейства β), ортогональных друг к другу:

$$\frac{dy}{dx} = \mathrm{tg}\varphi, \ \alpha \text{ — линии},$$

$$\frac{dy}{dx} = -\mathrm{ctg}\varphi, \ \beta \text{ — линии}. \quad (4.62)$$

Линии α и β совпадают с направлениями максимальных касательных напряжений, поэтому их иногда называют *линиями скольжения*. Угол φ называется *характеристическим углом* и в некоторой точке M его определяют поворотом системы координат XOY после переноса ее в точку M до совмещения оси X с осью S_α, а оси Y с осью S_β. Если поворот осуществляется против часовой стрелки, $\varphi > 0$, если по часовой стрелке — $\varphi < 0$. Компоненты тензора напряжения определяются соотношениями, которые следуют из кругов Мора:

$$\sigma_{xx} = \sigma - \tau_s \sin 2\varphi;$$

$$\sigma_{yy} = \sigma + \tau_s \sin 2\varphi; \qquad (4.63)$$

$$\sigma_{xy} = \tau_s \cos 2\varphi.$$

Подставим их в уравнения (4.56, 4.57, 4.58) и получим систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка относительно неизвестных $\sigma(x, y)$, $\varphi(x, y)$ и компонентов вектора скорости v_i (x, y).

Уравнения (4.56, 4.57, 4.58, 4.59) будут справедливы и в системе координат $S_\alpha M S_\beta$. Учтем, что угол $\varphi = 0$, а линии скольжения не являются прямыми, следовательно $\frac{\partial \varphi}{\partial s_\alpha} \neq 0; \frac{\partial \varphi}{\partial s_\beta} \neq 0$. Тогда получим:

$$\frac{\partial}{\partial s_\alpha}(\sigma - 2\tau_s \varphi) = 0 \ (\alpha); \qquad (4.64)$$

$$\frac{\partial}{\partial s_\beta}(\sigma + 2\tau_s \varphi) = 0 \ (\beta);$$

$$\frac{\partial \upsilon_{s_\alpha}}{\partial s_\alpha} = 0 \ (\alpha); \quad \frac{\partial \upsilon_{s_\alpha}}{\partial s_\alpha} = 0 \ (\beta). \qquad (4.65)$$

Условие идеальной пластичности (4.60) в системе координат $S_\alpha M S_\beta$ тождественно удовлетворено.

Первые два уравнения являются дифференциальными уравнениями равновесия для бесконечно малого элемента пластической среды, образованного сеткой линий скольжения.

Эти соотношения известны как уравнения Генки и записываются так:

$$\sigma - 2\tau_s \varphi = \xi \equiv \text{const}; \ (\alpha) \qquad (4.66)$$

$$\sigma + 2\tau_s \varphi = \eta \equiv \text{const}. \ (\beta)$$

Вдоль одной линии скольжения семейства α или β соответствующие параметры ξ или η остаются постоянными. Поэтому ξ зависит только от β, а η — только от α, то есть $\xi = \xi(\beta)$, $\eta = \eta(\alpha)$. Таким образом, если известно поле линий скольжения (4.62), а также значения параметров ξ и η хотя бы в одной точке на границе деформируемого тела, то в каждой точке пластической области могут быть определены σ и φ, следовательно, и компоненты тензора напряжений σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{xy}. Если некоторый отрезок линии скольжения прямой, то вдоль него σ не изменяется, так как угол φ остается постоянным. Если в некоторой области оба семейства линии скольжения прямые, то во всей области σ и φ являются постоянными величинами, а поле напряжений называется однородным. Вдоль линии скольжения среднее нормальное напряжение изменяется пропорционально характеристическому углу φ. Если переходить от одной линии скольжения семейства β к другой вдоль любой линии скольжения семейства α, то угол φ и среднее нормальное напряжение σ будут изменяться на одну и ту же величину, то есть $\Delta\sigma = 2\tau_s(\Delta\varphi)$.

Уравнения системы (4.65) показывают, что скорости относительных удлинений отрезков вдоль линий скольжения равны нулю. Поскольку дифференцирование векторных величин осуществляется в криволинейных координатах, преобразуем эти уравнения, связав их с углом φ (рис. 4.12). Бесконечно малый отрезок $MM' = dS_\alpha$, лежащий на линии скольжения α, претерпевает относительное удлинение в единицу времени:

$$\frac{\partial \upsilon_\alpha}{\partial s_\alpha} = \left[(\upsilon_\alpha + \partial\upsilon_\alpha) \cdot \cos\left(\frac{d\varphi}{2}\right) - (\upsilon_\beta + \partial\upsilon_\beta) \cdot \sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right) - \right.$$

$$\left. - \upsilon_\alpha \cdot \cos\frac{d\varphi}{2} - \upsilon_\beta \cdot \sin\frac{d\varphi}{2} \right] \Big/ \partial s_\alpha = 0.$$

Учтем, что $\cos\frac{d\varphi}{2} = 1$, $\sin\frac{d\varphi}{2} \approx \frac{d\varphi}{2}$. Следовательно, пренебрегая малыми величинами второго порядка, получаем:

$$dv_\alpha - v_\beta d\varphi = 0, \ (\alpha). \qquad (4.67)$$

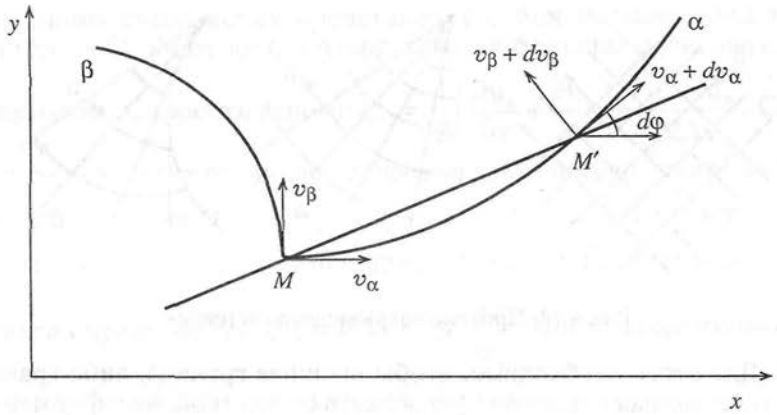


Рис. 4.12. Изменение вектора скорости вдоль линии скольжения α в малой окрестности точки *M*

Аналогичным образом можно получить уравнение вдоль линии β:

$$dv_\beta + v_\alpha d\varphi = 0, (\beta). \qquad (4.68)$$

Уравнения (4.67) и (4.68) известны, как уравнения Гейрингер. Из уравнений Генки (4.66) можно получить:

$$\sigma = \tau_s(\xi + \eta), \varphi = 1\backslash 2\ (\eta - \xi). \qquad (4.69)$$

Таким образом, искомыми величинами могут быть параметры ξ и η. Простыми напряженными состояниями называются такие, когда во всей области оба параметра $\xi = \xi_0$, $\eta = \eta_0$ постоянны; постоянен только параметр $\xi = \xi_0$; постоянен только параметр $\eta = \eta_0$. В первом случае оба семейства линий скольжения — прямые линии (рис. 4.13,*а*), во втором — семейство линий скольжения α прямые линии (рис. 4.13,*б*), в третьем — семейство линий скольжения β прямые линии (рис. 4.13,*в*). Во втором случае (рис. 4.13,*б*) имеет место центрированное поле линий скольжения, поэтому семейством линий β являются концентрические окружности, а линии α — радиусы с центром в точке О. В третьем случае (рис. 4.13,*в*) линии семейства β — прямые линии, являющиеся касательными к огибающей семейства, которая называется предельной кривой. Линии семейства α образованы эквидистантными линиями, являющимися эвольвентами по отношению к предельной кривой.

Решение системы дифференциальных и конечных уравнений (4.62, 4.66, 4.67 и 4.68) нуждается в определении граничных усло-

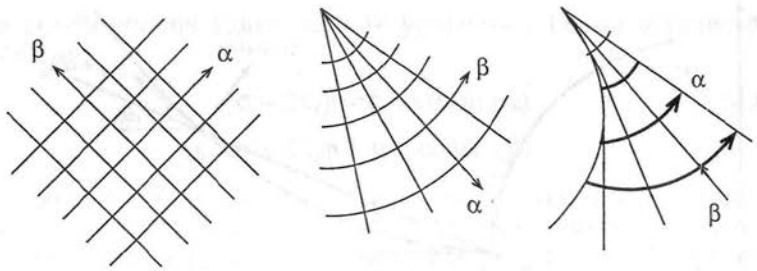


Рис. 4.13. Простые напряженные состояния

вий. Для этого необходимо, чтобы внешняя граница, либо граница, отделяющая пластическую область от жесткой, недеформированной части тела, были определены уравнением контура $\alpha_*(x, y)$. Граничные условия на внешней границе задаются либо в скоростях $v_i = v_i^*$, либо в напряжениях $\sigma_{ij}n_i = f_i^*$. Если нормаль к поверхности в некоторой точке *M* определена углом γ_*, а на поверхности известны σ_{n*} и $0 \le \tau_{n*} \le \tau_s$, то в этой точке определены характеристический угол φ_* и среднее нормальное напряжение σ_*:

$$\varphi_* = \gamma_* \pm \left(\frac{1}{2}\arccos\frac{\tau_{n^*}}{\tau_s} + m\pi\right); \qquad (4.70)$$

$$\sigma_* = \sigma_{n*} + \tau_s \sin 2(\varphi_* - \gamma_*),$$

где *m* — произвольное целое число 0, ±1, ±2..., знак перед arccos следует выбирать из механического смысла задачи.

На внутренней границе, которая является линией скольжения, касательное напряжение равно пределу текучести на сдвиг: $\tau_{max} = \dfrac{\sigma_{11} - \sigma_{33}}{2} = \tau_s$. Нормальное напряжение равно среднему нормальному напряжению $\sigma_n = \sigma$ и изменяется вдоль границы в соответствии с уравнениями Генки (4.66). На линии скольжения выполняется условие неразрывности нормальной составляющей вектора скорости $v_n^+ = v_n^-$, которое является следствием условия несжимаемости (4.59). Однако в касательной составляющей допускается разрыв $\Delta v_\tau = (v_\tau^+ - v_\tau^-) \ne 0$. Скачок скорости Δv_τ вдоль линии скольжения остается постоянным. Это следует из уравнений Гейрингер. Важно уметь рассчитывать приращение степени деформации сдвига, которую получает частица при пересечении линии скольжения. Известно,

что линия скольжения представляет собой полосу толщиной Δn ($\Delta n \to 0$), в которой осуществляется большая сдвиговая деформация. Скорость сдвига: $\xi_{n\tau} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \upsilon_n}{\partial \tau} + \frac{\partial \upsilon_\tau}{\partial n}\right) \approx \frac{\upsilon_\tau^+ - \upsilon_\tau^-}{2\Delta n}$. Следовательно, интенсивность скорости деформации сдвига на линии скольжения $H = 2\sqrt{\xi_{nn}^2 + \xi_{n\tau}^2} \approx 2\xi_{n\tau}$. Тогда при пересечении частицей линии скольжения приращение степени деформации сдвига определяется: $\Delta\Lambda = H\Delta\tau = H \cdot \frac{\Delta n}{\upsilon_n}$. После подстановки H найдем приращение степени деформации сдвига

$$\Delta\Lambda = \left| \frac{\Delta \upsilon_\tau}{\upsilon_n} \right|. \qquad (4.71)$$

4.3.1. Осесимметричное поле напряжений

Такие поля встречаются при решении разнообразных задач, например, вокруг кругового отверстия (цилиндрическая пора неограниченной длины), вокруг радиального выреза на плоских образцах при растяжении и изгибе, при решении задачи роста и залечивания пор и трещин и т. п. Для выбора эффективных способов испытания образца, для определения механических свойств большое значение имеет определение напряженно-деформированного состояния.

Пусть круговое отверстие радиусом $r = r_0$ нагружено равномерным давлением p. На контуре отверстия касательное напряжение отсутствует $\sigma_{r\varphi} = 0$. Тогда в каждой точке поля главные площадки имеют радиальные и окружные направления, а линии скольжения в каждой точке пересекают лучи, выходящие из центра отверстия под углом $\pm\pi/4$ (рис. 4.14). Таким свойством обладают логарифмические спирали:

$$\varphi - \ln\frac{r}{r_0} = \text{const}(\alpha), \quad \varphi + \ln\frac{r}{r_0} = \text{const}(\beta), \qquad (4.72)$$

которые образуют два ортогональных семейства линий. Под воздействием давления p, достаточного для возникновения пластической деформации, в области вокруг отверстия значения напряжений $\sigma_{rr} < 0$, а $\sigma_{\varphi\varphi} > 0$. Для плоской деформации условие текучести

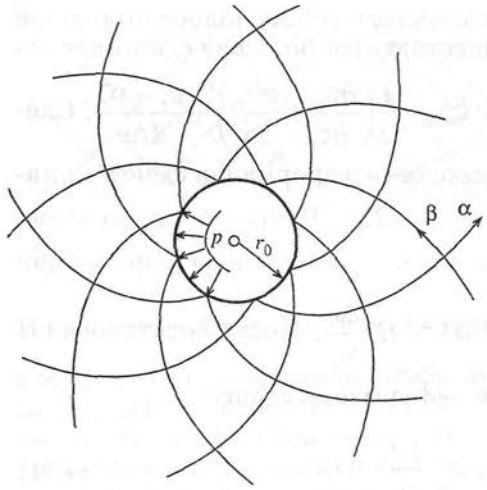


Рис. 4.14. Схема линий скольжения вокруг цилиндрического отверстия

$\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} = 2\tau_s$. Из решения дифференциального уравнения равновесия $\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0$ найдем:

$$\sigma_{rr} = -p + 2\tau_s \ln\frac{r}{r_0},$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{rr} + 2\tau_s. \qquad (4.73)$$

Для плоского радиального течения металла вокруг отверстия ($\xi_{zz} = 0$) из условия несжимаемости $\frac{\partial \upsilon_r}{\partial r} = -\frac{\upsilon_r}{r}$ определяется радиальная компонента скорости

$$\upsilon_r = \upsilon_0 \cdot \frac{r_0}{r}, \qquad (4.74)$$

где υ_0 — скорость на границе отверстия при $r = r_0$.

4.3.2. Растяжение полосы с вырезами

Применение на образцах различной формы надрезов, концентраторов напряжений и деформации дает возможность обеспечить условия хрупкого разрушения металла, оценить сопротивление хрупкому разрушению и изучить закономерности изменения пластичности и сопротивления деформации сталей и сплавов в условиях неблагоприятного напряженного состояния, когда среднее нормальное напряжение превышает предел текучести на сдвиг.

Решение задач осуществляется для изотропной, несжимаемой, идеально-пластической среды. Предполагается, что длина полосы достаточно большая, поэтому характер закрепления концов не влияет на пластическое течение в области сечения, ослабленного симметричными глубокими вырезами.

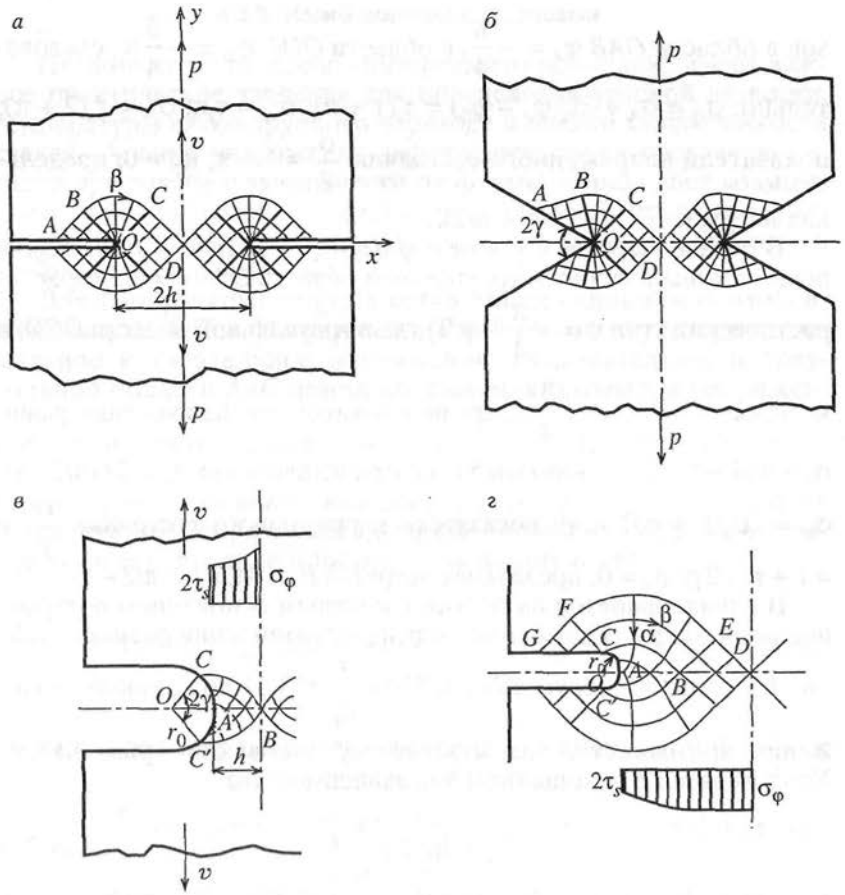


Рис. 4.15. Поле линий скольжения в растягиваемой полосе с бесконечно тонкими вырезами (*а*); с угловыми вырезами (*б*); с круглыми вырезами (*в*, *г*)

На рис. 4.15,*а* показана схема растяжения образца в направлении оси y со скоростью v_0. В момент, когда сила достигает критического значения, возникает поле линий скольжения, состоящее из жесткой зоны (выше *ABCD*) и трех идеально-пластических зон *ABO*, *BOC* и *OCD*. С использованием граничных условий на свободной поверхности *OA* ($\sigma_{yy} = 0$, $\sigma_{xy} = 0$) определяется область однородного напряженного состояния *OAB*, в которой $\sigma_{xx} = 2\tau_s$, а среднее нормальное напряжение $\sigma = \sigma_{zz} = \tau_s$. Границей пластической области является линия скольжения β (*ABCD*), вдоль которой постоянным является параметр $\eta = \sigma + 2\tau_s\varphi =$ = const. Для рассматриваемого случая бесконечно тонких вырезов в области *OAB* $\varphi_A = -\frac{\pi}{4}$, в области *ODC* $\varphi_D = -\frac{3}{4}\pi$, следовательно: $\sigma_D = \sigma_A + 2\tau_s(\varphi_A - \varphi_D) = \tau_s(1 + \pi)$; $\sigma_{xx} = \tau_s\pi$; $\sigma_{yy} = \tau_s(2 + \pi)$; показатели напряженного состояния $\frac{\sigma}{T} = 1 + \pi$; $\mu_\sigma = 0$; предельная нагрузка $P_* = 4\tau_s h(1 + \pi/2)$.

В случае вырезов с углом при вершине 2γ (рис. 4.15,*б*) задача решается аналогично: в треугольной области *OAB* $\sigma = \tau_s$, характеристический угол $\varphi = -\frac{\pi}{4} - \gamma$. Тогда в треугольной области *OCD*, в которой угол $\varphi_A = -\frac{3}{4}\pi$, среднее нормальное напряжение равно $\sigma_D = \tau_s(1 + \pi - 2\gamma)$; компоненты тензора напряжений $\sigma_{xx} = 2\tau_s(\pi/2 - \gamma)$; $\sigma_{yy} = 2\tau_s(1 + \pi/2 - \gamma)$; показатели напряженного состояния $\frac{\sigma}{T} =$ $= 1 + \pi - 2\gamma)$; $\mu_\sigma = 0$; предельная нагрузка $P_* = 4\tau_s h(1 + \pi/2 - \gamma)$.

В случае вырезов на полосе с круглым основанием построение поля линий скольжения зависит от отношения размера шейки $2h$ к радиусу закругления r_0. При $\frac{h}{r_0} \le 3{,}81$ поле линий скольжения примыкает лишь к круглому основанию (рис. 4.15,*в*). Угол γ связан с отношением h/r_0 зависимостью

$$\gamma = \ln\left(1 + \frac{h}{r_0}\right). \qquad (4.75)$$

При $h/r_0 \ge 3{,}81$ область линий скольжения, примыкающая к круглому основанию, образована логарифмическими спиралями, причем угол $\gamma = \pi/2$, а отрезок *AB* равен $3{,}81r_0$ (рис. 4.15,*г*). Справа от этой области — треугольная область *BED* равномерного напряженного состояния, равная треугольной области *CGF*. В четырехугольной области CFEB линии скольжения семейства α — прямые линии.

Показатели напряженного состояния в шейке образца равны: $\mu_\sigma = 0$; $\frac{\sigma}{T} = 1 + 2\ln\frac{r}{r_0}$, если $\gamma < \pi/2$; а при $\gamma = \pi/2$ $\left(\frac{h}{r_0} \ge 3{,}1, r = 4{,}81\right)$ на участке *BD* показатель $\frac{\sigma}{T} = (1 + \pi)$.

4.3.3. Изгиб полосы с вырезами

Помимо теоретического интереса это испытание имеет важное практическое значение для определения ударной вязкости, температуры вязко-хрупкого перехода и оценки хладостойкости сталей. Анализ напряженно-деформированного состояния металла при изгибе в зависимости от формы выреза дает возможность выбрать наиболее эффективный способ испытания. Рассмотрим изгиб образцов с двумя типами надреза: *U*-образный и *V*-образный (рис. 4.16,*а*, *б*).

Для *U*-образного надреза сетка линий скольжения изображена на рис. 4.16,*а*. На нижней прямой грани отсутствуют нормальное и касательное напряжения, следовательно, в треугольной области *AAC* линии скольжения прямые, а напряженное состояние однородное: $\sigma = -\tau_s$; $\frac{\sigma}{T} = -1$; $\mu_\sigma = 0$. Круговая дуга *BB* также свободна от напряжений. Сетка линий скольжения в области *BBC* образована логарифмическими спиралями. Напряженное состояние определяется формулами:

$$\sigma_{rr} = 2\tau_s \ln\frac{r}{r_0}; \quad \sigma_{\varphi\varphi} = 2\tau_s\left(1+\ln\frac{r}{r_0}\right); \quad \sigma_{zz} = \sigma = \frac{1}{2}(\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}). \quad (4.76)$$

Показатели напряженного состояния равны: $\mu_\sigma = 0$; $\frac{\sigma}{T} = 1 + 2\ln\frac{r}{r_0}$. Области *AAC* и *BBC* соединяются в точке *C*, положение которой определяется из условия отсутствия осевой нагрузки в образце при изгибе:

$$Q = \int_{r_0}^{r_0+h} \sigma_{\varphi\varphi}\, dr = 0. \quad (4.77)$$

Подставляя значение напряжения

$$\sigma_{\varphi\varphi} = 2\tau_s\left(1+\ln\frac{r}{r_0}\right) \text{ при } r_0 \le r < r_0 + h_1,$$

$$-2\tau_s \text{ при } r_0 + h_1 < r \le r_0 + h,$$

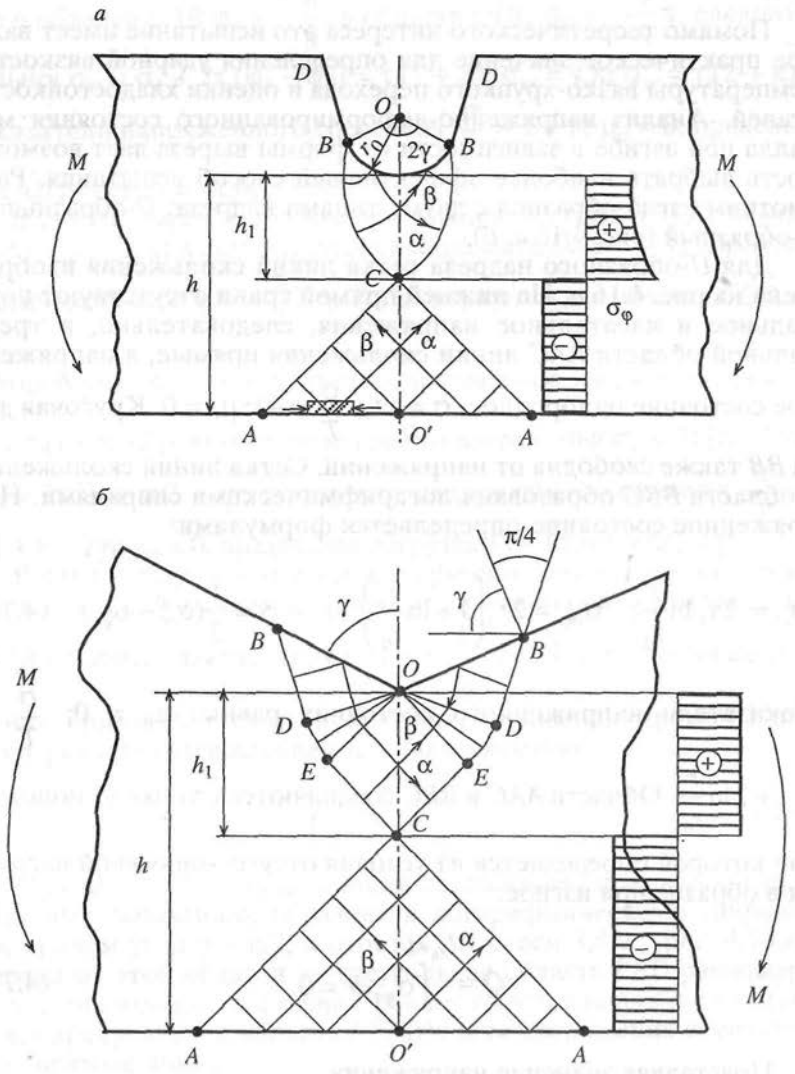


Рис. 4.16. Поле линий скольжения в образце *U*-образным (*а*) и *V*-образным (*б*) надрезами при изгибе

и интегрируя (4.77), получим уравнение

$$\left(1+\frac{h_1}{r_0}\right)\left(1+\ln\left(1+\frac{h_1}{r_0}\right)\right)=1+\frac{h}{r_0}, \qquad (4.78)$$

из которого определяется h_1.

Предельный момент изгиба полосы с надрезом вычисляется из условия равновесия:

$$M_* = -\tau_s \frac{h_2}{2}\left[\left(2+\frac{h}{r_0}+\frac{h_1}{r_0}\right)^2+\left(1+2\frac{h}{r_0}+\right)^2-\right.$$

$$\left.-7\left(1+\frac{h}{r_0}\right)^2+8\left(1+\frac{h_1}{r_0}\right)\right]\cdot\left(\frac{h}{r_0}\right)^2. \qquad (4.79)$$

Жесткие зоны поворачиваются относительно точки C, это позволяет определить нормальные составляющие скорости вдоль линий скольжения AC и BC. Тогда поля скоростей внутри пластических треугольных областей AAC и BBC определяются из решения уравнений Гейрингер.

Рассмотренная на рис. 4.16,*а* конструкция поля линий скольжения является не единственной. При значении геометрического параметра $\frac{h}{h+r_0} > 0{,}64$ треугольные области AAC и BBC как бы отходят друг от друга, но соединяются круговыми линиями скольжения, внутри которых образуется жесткое ядро. В этом случае жесткие концы образца вращаются не вокруг точки C, а по круговым линиям скольжения. По-видимому, возможны и другие варианты полей линий скольжения, что свидетельствует о неединственности решения при определении поля скоростей для идеальнопластичного материала. Критерием выбора решения из известных кинематически возможных полей скоростей, отвечающих условию несжимаемости и граничным условиям в скоростях, используется условие минимизации внешней нагрузки $M_* \to \min$.

Для V-образного надреза сетка линий скольжения изображена на рис. 4.16,*б*. К свободным прямолинейным границам примыкают треугольные области ACD и BDO однородного напряженного состояния, образованные прямыми линиями скольжения α и β. Центрированные поля линий скольжения ODE соединяют треугольники OBD с квадратом $OECE$, в котором напряженное состояние является однородным. В треугольной области BDO характеристический угол $\varphi_в = \frac{3}{4}\pi - \gamma$, а среднее нормальное напряжение $\sigma_в = \tau_s$. Тогда в четырехугольной области $OECE$ $\sigma_c = \tau_s(1 + \pi - 2\gamma)$, так как $\varphi_c = \frac{\pi}{4}$. Показатели напряженного состояния на фронте разрушения (область $OECE$) равны: $\mu_\sigma = 0$; $\frac{\sigma}{T} = 1 + \pi - 2\gamma$. Для острого надреза при $\gamma = 0$ показатель $\frac{\sigma}{T}$ имеет максимальное значение $\frac{\sigma}{T} = 4{,}14$. Положение точки C определяется из условия равенства нулю силы вдоль оси X: $\int_0^h \sigma_{xx} dy = 0$. При этом

$$\sigma_{\varphi\varphi} = 2\tau_s \text{ при } 0 \le y < h - h_1,$$

$$2\tau_s(1 + \pi/2 - \gamma) \text{ при } h - h_1 < y \le h.$$

Жесткие области вращаются вокруг точки C под действием момента

$$M_* = \frac{\tau_s h^2}{2}\left(1+\frac{\pi-2\gamma}{4+\pi-2\gamma}\right). \qquad (4.80)$$

4.3.4. Растяжение полосы с отверстием

Полоса с круглым отверстием в условиях плоской деформации подвергается растяжению под действием напряжений σ_{xx} и σ_{yy}, которые при $r \to \infty$ стремятся к различным значениям: $\sigma_{xx} = p$; $\sigma_{yy} = q$. На поверхности отверстия напряжения отсутствуют: $\sigma_{rr} = 0$; $\sigma_{r\varphi} = 0$. При малой величине напряжений полоса испытывает упругие напряжения. Увеличение значений p и q приводит к появлению пластической области вокруг отверстия, граничащей с упругой областью по поверхности C. Граница C неизвестна, но напряжения на ней неразрывны (рис. 4.17,*а*)

Для случая $p = q$ границей пластической и упругой области является окружность, а в пластической области компоненты

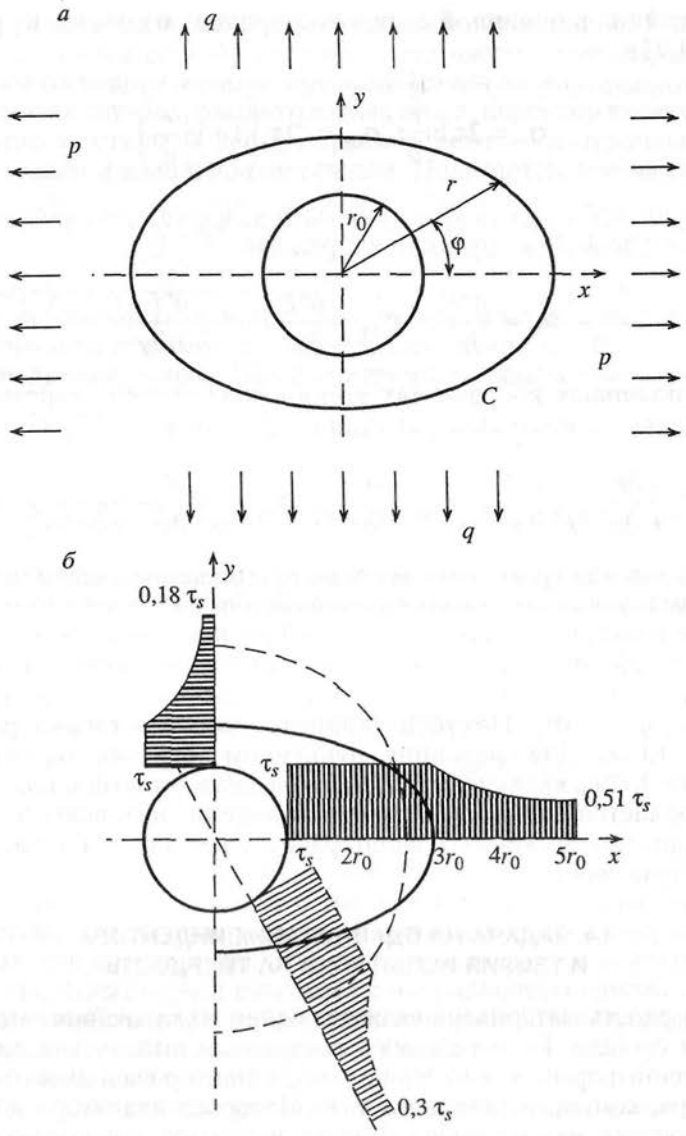


Рис. 4.17. Схема растяжения полосы с отверстием (*а*) и напряженное состояние (*б*)

напряжения в полярной системе координат известны из решения (4.73):

$$\sigma_{rr} = 2\tau_s \ln\frac{r}{a};\ \sigma_{\varphi\varphi} = 2\tau_s\left(1+\ln\frac{r}{r_0}\right).$$

В упругой области компоненты тензора напряжений определяются с помощью функции напряжений $F = F(x, y)$

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2};\quad \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2};\quad \sigma_{xy}\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}. \tag{4.81}$$

В полярных координатах компоненты тензора напряжений определяют с помощью функции напряжений $F = F(r, \varphi)$:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2};\quad \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2};\quad \sigma_{r\varphi} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial F}{\partial \varphi} - \frac{1}{r}\frac{\partial^2 F}{\partial r \partial \varphi}. \tag{4.82}$$

В качестве граничных условий при решении задачи используют условия непрерывности напряжений на границе пластической и упругой областей. На рис. 4.17,*б* приведены эпюры распределения интенсивности касательных напряжений T вдоль осей x, y, вычисленные для случая растяжения полосы при $p = 2{,}4\tau_s$, $q = 3{,}0\tau_s$. Полуоси эллипса C соответственно равны: $3{,}04r_0$, $1{,}64r_0$. Для сравнения, пунктиром показана окружность радиуса $2{,}72r_0$, являющаяся линией раздела упругой и пластической областей при $p = q = 3\tau_s$. Распределение интенсивности касательных напряжений T вдоль радиуса-вектора также изображено пунктиром.

4.4. ЗАДАЧА НА ВДАВЛИВАНИЕ ИНДЕНТОРА И ТЕОРИЯ ИСПЫТАНИЯ НА ТВЕРДОСТЬ

Твердость материалов является одним из важнейших механических свойств. Ее определяют внедрением штампа (индентора) различной формы в тело. Чаще всего индентор выполняется в виде шара, конуса, пирамиды и т. п. Материал индентора должен быть тверже, чем материал образца, например, закаленная сталь или алмаз. При испытании устанавливается определенной величины нагрузка, либо перемещение индентора вглубь тела. При динамических испытаниях твердости первоначально устанавливается определенная величина потенциальной энергии индентора. Одной из актуальных задач материаловедения является установление

связи различных механических свойств и твердости. Решению этой проблемы способствует изучение напряженно-деформированного состояния металла при воздействии на него индентором.

Во всех случаях, рассмотренных ниже, индентор является абсолютно жестким, а деформируемое тело — изотропным, несжимаемым и идеальнопластичным. Полагается, что на поверхности тела лунка, соответствующая форме индентора, заранее подготовлена. Индентор нагружается некоторой предельной силой, при действии которой под индентором возникает пластически деформируемая область. Поверхность тела, примыкающая к поверхности контакта индентора, не искажается, а на поверхности контакта отсутствуют напряжения трения $\tau_n = 0$.

Внедрение шара. Осесимметричная задача была решена А. Ю. Ишлинским для случая малых деформаций: $\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}$; $\varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}$; $\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$. Главные значения деформаци $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} > 0$, а $\varepsilon_{33} < 0$. Следовательно, главные напряжения $\sigma_{11} = \sigma_{22}$, а $\sigma_{33} = \sigma_{22} - \sigma_s$. Обозначим полусумму значений максимального и минимального главных напряжений $(\sigma_{11} + \sigma_{33})0{,}5 = \sigma$, тогда из круга Мора получим соотношения:

$$\sigma_{rr} = \sigma + 0{,}5\sigma_s \sin 2\varphi;$$
$$\sigma_{zz} = \sigma - 0{,}5\sigma_s \sin 2\varphi; \qquad (4.83)$$
$$\sigma_{rz} = -0{,}5\sigma_s \cos 2\varphi,$$

где φ — угол между направлением r и биссектрисой прямого угла, образованного первым и третьим главными напряжениями. Отметим, что на поверхности индентора в связи с отсутствием трения направление напряжения σ_{33} совпадает с нормалью, а $\sigma_{nn} = \sigma_{33}$. Биссектриса совпадает с направлением одного из наибольших касательных напряжений для данной точки среды, или направлением линии скольжения. Окружное нормальное напряжение является главным $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{22}$.

Подставив выражения (4.83) в уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0$$

$$\text{и} \quad \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0,$$

получим систему двух уравнений:

$$\cos\varphi \frac{\partial}{\partial r}(\sigma + \sigma_s) + \sin\varphi \frac{\partial}{\partial z}(\sigma + \sigma_s) = \frac{0{,}5\sigma_s}{r}(\cos\varphi - \sin\varphi);$$

$$-\sin\varphi \frac{\partial}{\partial r}(\sigma - \sigma_s) + \cos\varphi \frac{\partial}{\partial z}(\sigma - \sigma_s) = \frac{0{,}5\sigma_s}{r}(\cos\varphi - \sin\varphi).$$

Вводя новые переменные $\xi = \frac{1}{\sigma_s}(\sigma + \sigma_s\varphi)$ и $\eta = \frac{1}{\sigma_s}(\sigma - \sigma_s\varphi)$, запишем их в системе координат S_α и S_β, связанных с линиями скольжения. В результате приходим к системе уравнений:

$$\frac{\partial \xi}{\partial s_\alpha} = \frac{1}{r}(\cos\varphi - \sin\varphi); \quad (\alpha)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial s_\beta} = \frac{1}{r}(\cos\varphi - \sin\varphi); \quad (\beta), \qquad (4.84)$$

где $\varphi = 0{,}25(\xi - \eta)$.

Уравнения (4.84) показывают закон изменения функций ξ и η вдоль линий скольжения α и β, ортогональных между собой, касательные к которым образуют углы φ и $\pi/2 + \varphi$ с направлением r. При переходе от одной линии скольжения семейства α или β соответствующие параметры ξ или η остаются постоянными. Следовательно, $\xi(\beta)$, а $\eta(\alpha)$. Уравнения линий скольжения в плоскости записываются:

$$\frac{dz}{dr} = \operatorname{tg}\varphi, \ (\alpha); \quad \frac{dz}{dr} = -\operatorname{ctg}\varphi, \ (\beta). \qquad (4.85)$$

Численное решение системы уравнений (4.84) и (4.85), проводилось для треугольной области ACB с плоской свободной поверхностью AB (рис. 4.18), затем для области AGC, наконец, для области AHG. Это позволило построить сетку линий скольжения и определить нормальное напряжение на поверхности контакта AH, $\sigma_{33} = \sigma_n = \sigma - 0{,}5\sigma_s$, где $\sigma = 0{,}25\sigma_s(\xi + \varphi)$.

Общее усилие на индентор будет равно $P = 2\pi \int_{AH} r\sigma_n \sin\alpha ds$,

где α — угол между нормалью к поверхности контакта и осью

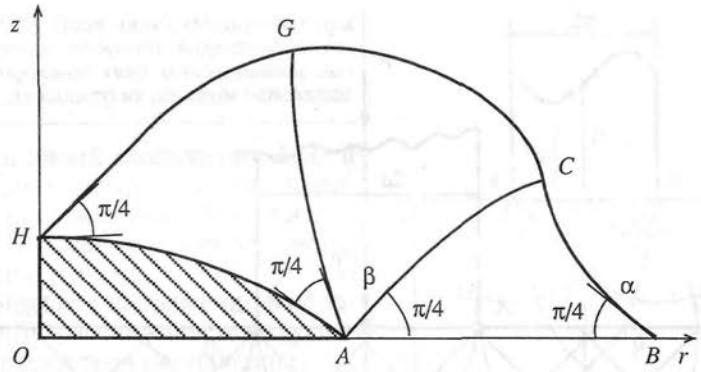


Рис. 4.18. Пластическая область при внедрении сферического индентора в пластическое полупространство

r связаны с характеристичным углом φ зависимостью $\varphi = 0{,}25(\xi - \eta) = \alpha - 0{,}25\pi$.

Твердость среды по определению равняется отношению силы P на площадь поверхности отпечатка F: $HB = P/F$. В результате для отношения диаметра контактной поверхности к диаметру сферического индентора, равного 0,376, определилась связь предела текучести с числом единиц твердости по Бринеллю:

$$\sigma_s = 0{,}3835HB. \qquad (4.86)$$

При рассмотрении задачи о внедрении плоского штампа, как предельной задаче со сферическим индентором с возрастающим диаметром коэффициент пропорциональности в уравнении (4.86) меньше и равен 0,352.

Внедрение плоского индентора при плоской деформации. При внедрении плоского индентора в несжимаемую идеально-пластическую среду изменение геометрии свободной поверхности и трение на контактной поверхности отсутствуют. Предполагается, что давление на индентор равномерно распределено на площади контакта. Под индентором возникает пластическая область. Один из вариантов сетки линий скольжения, полученной Л. Прандтлем, изображен на рис. 4.19. В треугольной области BED, образованной прямыми линиями скольжения, что свидетельствует об однородном напряженном состоянии, среднее нормальное напряжение равно $\sigma_E = -\tau_s$, а характеристический угол $\varphi_E = +\frac{\pi}{4}$ (линия $ACDE$ — линия скольжения α). Область ACB также является областью однородного напряженного состояния с

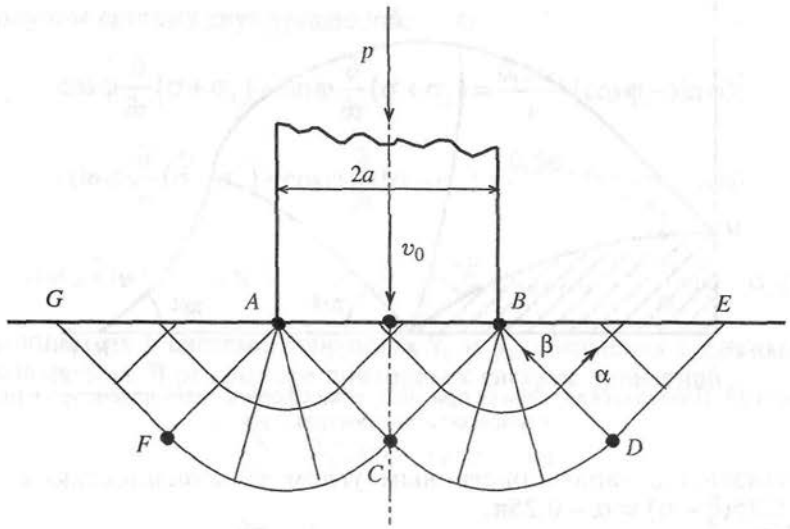


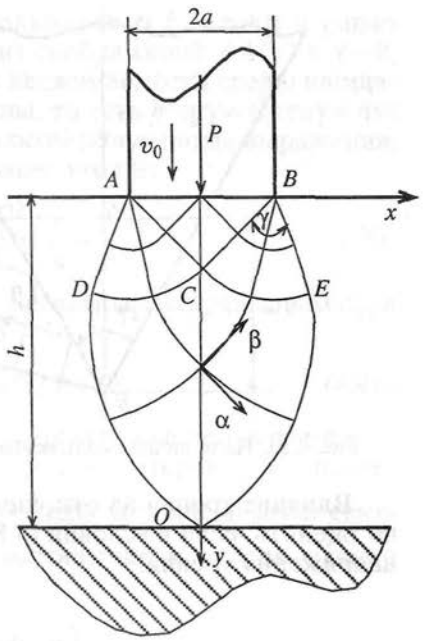
Рис. 4.19. Поле линий скольжения при внедрении жесткого индентора с плоским основанием в пластическое полупространство

углом $\varphi_A = -\frac{\pi}{4}$. Из условия постоянства параметра $\xi = \sigma - 2\tau_s\varphi$ вдоль линии скольжения α определяется $\sigma_A = -\tau_s(1 + \pi)$. Отсюда сила $P_* = \sigma_{yy|AB} \cdot 2a$ будет равна $P_* = 4a\tau_s\left(1+\frac{\pi}{2}\right)$, а твердость $HT = 2\sqrt{3}\sigma_s\left(1+\frac{\pi}{2}\right)$. Тогда определяется связь предела текучести при растяжении и числом единиц твердости HT:

$$\sigma_s = 0{,}337HT. \qquad (4.87)$$

В методологическом отношении важное значение имеет решение задачи о вдавливании плоского индентора в пластическое тело, лежащее на жестком плоском основании, так как показание твердости в опыте существенно зависит от параметра h/a (рис. 4.20). Трение на контактной поверхности индентора AB и на жестком основании отсутствует. Предполагается, что нормальное напряжение равномерно распределено вдоль AB. Следовательно, под индентором находится треугольная область с однородным напряженным состоянием. Угол γ, определяющий центрированные об-

Рис. 4.20. Поле линий скольжения при внедрении плоского индентора в деформируемое тело ограниченной высоты, лежащего на плоском основании



ласти линий скольжения ACD и BCE, находится из условия положения точки O на гладком жестком основании с характеристическим углом $\varphi_0 = -\pi/4$. Среднее нормальное напряжение в области ABC рассчитывается из условия отсутствия осевой силы:

$$\int_{ADO} \sigma_{xx} dy = 0. \qquad (4.88)$$

При определении поля скоростей в пластической области следует удовлетворить граничное условие на AB $v_y = v_0$, а также условие неразрывности нормальной составляющей скорости на границе жесткой и пластической областей (ADO и BEO), являющегося следствием несжимаемости пластического тела. На рис. 4.21 приведены результаты расчета отношения предела текучести материала к числу единиц твердости HT в зависимости от отношения h/a. Видно, что при отношении $h/a = 1$ коэффициент пропорциональности предела текучести от числа единиц твердости равен 0,866, а при $h/a = 8{,}74$ равен значению $\sigma_s/HT = 0{,}337$, соответствующему внедрению плоского индентора в пластическое полупространство (4.87). При дальнейшем увеличении значения параметра h/a отношение σ_s/HT остается неизменным. Поэтому при выборе высоты образца h для определения твердости материала следует учитывать размер индентора $2a$.

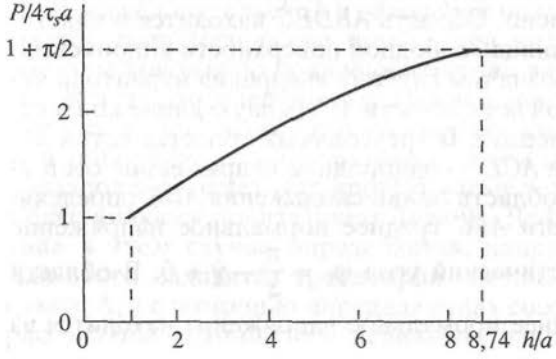


Рис. 4.21. Зависимость между средним напряжением вдавливания и отношением h/a

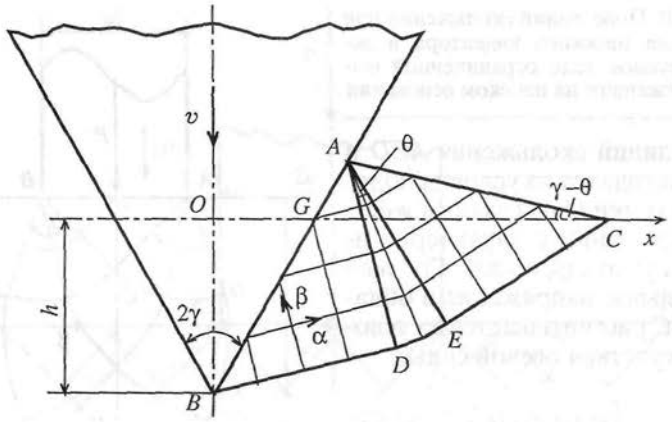


Рис. 4.22. Поле линий скольжения при внедрении клинового индентора

Влияние трения на отношение σ_s/HT в решении задачи можно оценить, если в условии (4.88) учесть подпирающее действие напряжения трения:

$$\int_{ADO} \sigma_{xx} dy = -fa\sigma_{yy|AB}, \qquad (4.89)$$

где f — коэффициент трения.

Очевидно, что с увеличением коэффициента трения ($f > 0$) значение отношения σ_s/HT будет меньше 0,337.

Внедрение клинового индентора. Особенностью решения задачи является учет выдавливания пластической среды при внедрении клина (рис. 4.22). Объем вытесненного индентором среднего ΔBOG равен объему ΔAGC. Угол раствора клина 2γ. Трение на поверхности контакта отсутствует, нормальное давление p равномерно распределено. Область $ABDEC$ находится в пластическом состоянии. Граница свободной поверхности аппроксимируется прямой AC. Обозначим глубину внедрения индентора через h, а длину свободной поверхности AC, равную длине контактной поверхности AB, через l. В треугольных областях сетки линий скольжения ABD и ACE — однородное напряженное состояние. Центрированная область линий скольжения ADE определяется углом θ. В области AEC среднее нормальное напряжение $\sigma_C = -\tau_s$, а характеристический угол $\varphi_C = \frac{\pi}{4} - \gamma + \theta$. В области ABD $\varphi_B = \frac{\pi}{4} - \gamma$, а среднее нормальное напряжение находится из

уравнения Генки вдоль линии скольжения α ξ = const и равно $\sigma_B = -\tau_s(1 + 2\theta)$. Из геометрических соображений $\angle ACG = \gamma - \theta$, а $l\cos\gamma - h = l\sin(\gamma - \theta)$. Из условия несжимаемости среды площади треугольников BOG и AGC равны, то есть $h^2 \cdot \mathrm{tg}\gamma = (l\cos\gamma - h) \times$ $\times [l\cos(\gamma - \theta) + (l\cos\gamma - h)\mathrm{tg}\gamma]$. Используя полученные выражения, получим соотношение, определяющее угол θ:

$$2\gamma = 0 + \arccos\left[\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)\right]. \qquad (4.90)$$

Давление на индентор p является главным напряжением σ_{33} и равняется:

$$p = \sigma_B - \tau_s = -2\tau_s(1 + \theta). \qquad (4.91)$$

Сила на индентор равняется $P = 2pl\sin\gamma$ и является функцией угла γ и глубины внедрения h, а твердость материала по определению $HT = \dfrac{P}{2l} = 2\tau_s(1 + \theta)\cdot\sin\gamma$. Отсюда устанавливается связь между пределом текучести при растяжении и числом единиц твердости:

$$\sigma_s = \frac{1}{1{,}15(1+\theta)\sin\gamma}\cdot HT. \qquad (4.92)$$

В предельном состоянии, если $\gamma = \dfrac{\pi}{2}$ угол $\theta = \dfrac{\pi}{2}$, а коэффициент пропорциональности в зависимости (4.92) равняется 0,337, который был найден ранее из других соображений (4.87).

4.5. ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ИСПЫТАНИИ

В исследовательской и заводской практике широко используются технологические пробы, при которых испытываемые образцы доводят до появления трещин на свободной поверхности. К технологическим испытаниям (пробам) подобного рода относят изгиб, осадку и прокатку образцов с различной формой поперечного и продольного сечений. Изменение формы образцов позволяет варьировать схему течения металла, характеризующуюся показателем Лоде μ_σ. Деформированное состояние в этом случае определяется, например, методом сеток. Для этого находятся траектории частиц, степень деформации сдвига Λ, а с помощью определяющих соотношений могут быть рассчитаны компоненты девиатора напряжений s_{ij} и показа-

тель Лоде $\mu_\sigma = \dfrac{3s_{22}}{s_{11} - s_{33}}$. Для определения среднего нормального напряжения и последующего расчета компонентов тензора напряжений $\sigma_{ij} = s_{ij} + \sigma\delta_{ij}$ используется равенство нулю напряжений на свободной поверхности в виде $p_i = \sigma_{ij}\cdot n_j = 0$, которое для главных напряжений сводится к $\sigma_{22} = 0$. В этом случае показатель Лоде $\mu_\sigma = -\dfrac{\sigma_{11} + \sigma_{33}}{\sigma_{11} - \sigma_{33}}$, среднее нормальное напряжение $\sigma = \dfrac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{33})$, а интенсивность касательных напряжений $T = \dfrac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 3\sigma^2}$. Определив из последнего выражения $\sigma_{11} - \sigma_{33} = \sqrt{4T^2 - 3\sigma^2}$ и подставив его в расчетную формулу для показателя Лоде, получим уравнение, связывающее показатели μ_σ и σ/T:

$$\mu_\sigma = -3\frac{\sigma/T}{\sqrt{4 - 3\left(\dfrac{\sigma}{T}\right)^2}}. \qquad (4.93)$$

Для определения показателя напряженного состояния $\dfrac{\sigma}{T}$ на свободной поверхности несжимаемого тела достаточно знать только компоненты тензоров скорости или приращения деформаций в главной системе координат. Действительно, из уравнения состояния $\sigma_{22} - \sigma = 2\dfrac{T}{d\Lambda}d\varepsilon_{22}$ с учетом условия несжимаемости $d\varepsilon_{22} = -(d\varepsilon_{11} + d\varepsilon_{33})$ и выражения для приращения степени деформации сдвига $d\Lambda = 2\sqrt{d\varepsilon_{11}^2 + d\varepsilon_{11}d\varepsilon_{33} + d\varepsilon_{33}^2}$ получим

$$\frac{\sigma}{T} = -\frac{2}{d\Lambda}(d\varepsilon_{11} + d\varepsilon_{33}), \qquad (4.94)$$

где $d\varepsilon_{11}$ и $d\varepsilon_{33}$ — главные компоненты тензора приращения деформаций, определяемые экспериментально на свободной поверхности.

Покажем на примерах некоторых испытаний справедливость уравнения (4.93). При скручивании образца на свободной поверхности, где появляются трещины, показатель Лоде $\sigma/T = 0$, следовательно, $\mu_\sigma = 0$. При растяжении цилиндрического образца без образования шейки показатель $\frac{\sigma}{T}$ на свободной поверхности $\frac{\sigma}{T} = 1/\sqrt{3}$, а $\mu_\sigma = -1$, что соответствует (4.93). При линейном сжатии $\frac{\sigma}{T} = -1/\sqrt{3}$, тогда в соответствии с формулой (4.93) $\mu_\sigma = 1{,}0$. Продемонстрируем влияние формы образца при одном и том же испытании на значения показателей $\frac{\sigma}{T}$ и μ_σ. Изменением формы продольного сечения образца при осадке, применяя кольцевой выступ, можно добиться увеличения показателя $\frac{\sigma}{T}$ от –0,58 до +0,58. Однако в соответствии с (4.93) одновременно уменьшается μ_σ от 1,0 до –1,0. Аналогично к согласованному изменению показателей σ/T и μ_σ приводит применение образцов для прокатки на клин с различной формой поперечного сечения. Для образцов с вогнутой свободной поверхностью $\frac{\sigma}{T} \approx -0{,}58$, а $\mu_\sigma = +1$. Для образцов с продольными ребрами на свободной поверхности показатель $\frac{\sigma}{T}$ увеличивается до 0,58, однако, μ_σ уменьшается до –1.

4.6. КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕЛ

Исследование упруго и упруго-пластического взаимодействия контактируемых тел имеет большое практическое значение для поиска путей повышения долговечности деталей машин, прочности и износостойкости инструмента при обработке металлов давлением. Теория контактного взаимодействия тел, особенно в присутствии смазочных композиций, помогает разобраться в сложных проблемах трения и износа материалов, а также при исследовании трибологических систем.

Нагружение полупространства сосредоточенной силой, нормальной к граничной плоскости. Пусть сосредоточенная сила P действует на упругое полупространство вдоль оси z. Обозначим упругие перемещения рассматриваемой точки A, не лежащей на оси z, по направлению осей r, φ, z через u_r, u_φ, u_z. Из условий осевой симметрии $u_\varphi = 0$, а u_r и u_z являются функциями координат r и z точки A. Подставляя компоненты тензора малых упругих деформаций $\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}$, $\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$ и $\varepsilon_{rz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)$ в уравнение для обобщенного знака Гука, а затем в уравнения равновесия, получим:

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\left[\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial r}\right] + \frac{1}{2(1-\nu)}\left[\frac{\partial u_r^2}{\partial z \partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial z}\right] = 0;$$

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{u_r}{r}\right) + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{2(1-\nu)}\frac{\partial^2 u_z}{\partial r \partial z} = 0. \qquad (4.95)$$

Решение системы уравнений получено Буссинеском и имеет вид:

$$u_r = \frac{P}{4\pi G}\left[\frac{rz}{\rho^3} - (1-2\nu)\frac{r}{\rho(\rho+z)}\right];$$

$$u_z = \frac{P}{4\pi G}\left[\frac{2(1-\nu)}{\rho} + \frac{z^2}{\rho^3}\right]; \qquad (4.96)$$

$$\rho = \sqrt{z^2 + x^2}.$$

Из выражений (4.96) следует, что по мере удаления от начала координат u_r и u_z уменьшаются до нуля, а в месте действия сосредоточенной силы P возрастают до бесконечности. Практически точечный контакт никогда не имеет места из-за деформации контактируемых тел.

Напряжения в области контакта определяются с помощью физических уравнений Гука, и имеют выражения:

$$\sigma_{rr} = \frac{P}{2\pi}\left[\frac{1-2\nu}{\rho(\rho+z)} - \frac{3zr^2}{\rho^5}\right];$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{P}{2\pi}(1-2\nu)\left[\frac{z}{\rho^3} - \frac{1}{\rho(\rho+z)}\right]; \quad (4.97)$$

$$\sigma_{zz} = -\frac{P}{2\pi}\frac{3z^3}{\rho^5};$$

$$\sigma_{rz} = -\frac{P}{2\pi}\frac{3rz^3}{\rho^5}.$$

Полагая, что $r = 0$; $\rho = z$ в точках на оси действия сосредоточенной силы P (ось z) получим выражения:

$$\sigma_{rz} = \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{P}{2\pi}\frac{1-2\nu}{2z^2};$$

$$\sigma_{zz} = -\frac{P}{2\pi}\cdot\frac{3}{z^2}; \quad (4.98)$$

$$\sigma_{rz} = 0.$$

Нагружение упругого полупространства распределенным давлением. В общем случае нагружение полупространства давлением, действующим на площади эллипса $F = \pi ab$, где a и b — соответственно большая и малая его полуоси, распределение давления задают в виде эллипсоида:

$$p = p_0\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2},$$

где p_0 — давление в центре эллипса. Видно, что на границе эллипсовидного контакта $x = x_*$ и $y = y_*$ давление p равно нулю. При эллипсоидальном законе распределения давления величина наибольшего давления выражается через силу P следующим образом:

$$p_0 = \frac{3}{2}\cdot\frac{P}{\pi ab}. \quad (4.99)$$

Под воздействием давления p перемещение точек поверхности контакта u_z определяется по формуле

$$u_z = \frac{1-\nu^2}{E}\frac{p_0}{a}\left[abK - \frac{b}{a}Dx^2 - \frac{a}{b}(K-D)y^2\right],$$

величины K и D зависят от эксцентриситета эллипса $\varepsilon = \sqrt{1-\left(\frac{a}{b}\right)^2}$. Наибольшее значение перемещение имеет в начале координат $x = y = 0$

$$u_{z0} = K\left(1-\nu^2\right)\frac{p_0}{E}b. \quad (4.100)$$

Обозначим упругое перемещение двух контактируемых тел с радиусами кривизны R_1 и R_2 в начале координат u_{z1} и u_{z2}. В начальный момент контакт тел является точечным, а под воздействием давления тела сближаются на величину

$$\delta = u_{z1} + u_{z2}, \quad (4.101)$$

при этом формируется общая для взаимодействующих тел контактная поверхность, которая зависит от радиусов кривизны контактируемых тел, упругих констант и значения приложенной нагрузки.

Для случая пренебрежения напряжениями трения на контакте величины сближения определяется выражением:

$$\delta - (Ax^2 + By^2) = \eta\frac{p_0}{a}\left[abK - \frac{b}{a}Dx^2 - \frac{a}{b}(K-D)y^2\right],$$

где $\eta = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$.

Приравнивая соответственно свободные члены и коэффициенты при x^2 и y^2 в левой и правой частях равенства (4.102), получим

$$\delta = \eta p_0 bK;$$

$$A = \eta p_0\frac{b}{a^2 D};$$

$$B = \eta p_0\frac{1}{b}(K-D).$$

Функции K и D определяются величиной эксцентриситета контакта поверхности e, а отношение $\frac{A}{B} = f(e)$.

В частности, для контактируемых цилиндров с радиусами кривизны R_1 и R_2 и одинаковыми упругими константами E, а $\nu = 0{,}3$ определим величины: наибольшего давления

$$p_0 = 0{,}1180\sqrt{q \cdot E\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}}; \qquad (4.103)$$

полуширины контакта

$$b = 1{,}522\sqrt{\frac{q}{E}\frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}}; \qquad (4.104)$$

сближения соприкасающихся тел

$$\delta = 0{,}579\frac{q}{E}\left[\ln\frac{4R_1 R_2}{b^2} + 0{,}814\right], \qquad (4.105)$$

где q — нагрузка на единицу длины цилиндра.

Представляет интерес исследование напряженного состояния в области контакта цилиндров:

$$\sigma_{zz} = -p_0\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2}};$$

$$\sigma_{xx} = -p_0 2\nu\left[\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2} - \frac{z}{b}\right]; \qquad (4.106)$$

$$\sigma_{yy} = -p_0\left[\frac{1+2\left(\frac{z}{b}\right)^2}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2}} - 2\frac{z}{b}\right].$$

Для точек средней линии полосы контакта при $z = 0$ имеем: $\sigma_{xx} = -2\nu p_0$; $\sigma_{yy} = -p_0$; $\sigma_{zz} = -p_0$. Для несжимаемого материала $\nu = 0{,}5$, поэтому все три главных напряжения равны между собой, т. е. в рассматриваемых точках на линии контакта имеет место всестороннее равномерное сжатие.

Максимальные значения касательных напряжений равны:

$$\tau_1 = 0{,}5(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) = 0{,}400p_0 \text{ при } \frac{z}{b} = 0;$$

$$\tau_3 = 0{,}5(\sigma_{zz} - \sigma_{xx}) = 0{,}524p_0 \text{ при } \frac{z}{b} = 0{,}5; \qquad (4.107)$$

$$\tau_2 = 0{,}5(\sigma_{zz} - \sigma_{yy}) = 0{,}6p_0 \text{ при } \frac{z}{b} = 0{,}8.$$

4.7. ЛИНЕЙНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ СТЕРЖНЯ ИЗ УПРУГО-ВЯЗКОГО МАТЕРИАЛА

В отличие от упругих и упруго-пластических тел упруго-вязкий материал при нагружении испытывает деформацию, развивающуюся во времени. В некоторых случаях при этом наблюдается не рост из-за упрочнения, а релаксация, или падение напряжений.

Актуальность исследования явления деформации во времени возрастает в связи с развитием энергетических установок (котлов, газовых и паровых турбин, химико-технологических аппаратов, атомных реакторов, двигателей внутреннего сгорания, летательных аппаратов и т. п.), работающих при все более высоких температурах и давлениях. Деформация упруго вязкого тела протекает со сравнительно малой скоростью, и развивается во времени. Примечательно, что деформация может осуществляться под действием постоянного во времени напряжения, значение которого меньше предела текучести. Это явление получило название ползучести. Если же зафиксировать деформацию во времени, то для упруго-вязкого материала характерно уменьшение или релаксация напряжений.

Рассмотрим несколько задач со стержнем, подвергнутым одноосному растяжению. Для материала стержня характерна линейная упруго-вязкая среда, для которой физическое уравнение имеет вид:

$$\sigma_{xx} + n\dot{\sigma}_{xx} = E_1\varepsilon_{xx} + nE\dot{\varepsilon}_{xx} \qquad (4.108)$$

где n, E и E_1 — константы материала, определяемые в опытах.

Постоянство действующего напряжения $\sigma_{xx} = \sigma_0 = \text{const}$. В этом случае из уравнения (4.108) следует $\frac{\sigma_0}{E_1} = \varepsilon_{xx} + \frac{nE}{E_1}\dot{\varepsilon}_{xx}$, а по-

сле интегрирования по времени получим закон относительного удлинения стержня

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_0}{E_1} + C\exp\left(-\frac{E_1}{nE}\tau\right). \qquad (4.109)$$

Постоянная интегрирования C определяется из начального условия при $\tau = 0$ при приложении напряжения σ_0 упругое относительное удлинение стержня равно $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E_1}$, Тогда постоянная $C = \sigma_0\left(\frac{1}{E} - \frac{1}{E_1}\right)$, где $E > E_1$ и их соответственно называют мгновенный и длительный модули упругости. Действительно, в начальный момент $\tau = 0$ деформация определяется мгновенным модулем упругости $\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E}$, но со временем при $\tau \to \infty$ деформация стремится к пределу $\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_0}{E_1}$.

Если в некоторый момент времени $\tau = t_1$ произведем разгрузку ($\sigma_0 = 0$), то изменение удлинения стержня с этого момента будет происходить не мгновенно, как для упругого материала, а по закону

$$\varepsilon_{xx} = C\exp\left(-\frac{E_1}{nE}\tau\right). \qquad (4.110)$$

Если в момент времени $\tau = t_1$ относительное удлинение будет равно ε_1, то из (4.110) получим

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_1\exp\left(-\frac{E_1}{nE}(\tau - t_1)\right). \qquad (4.111)$$

При $\tau \to \infty$ значение $\varepsilon_{xx} = 0$, т. е. деформация полностью исчезает, стержень восстановит свои размеры. Графически развитие деформации стержня в соответствии с (4.109) и (4.111) показано на рис. 4.23.

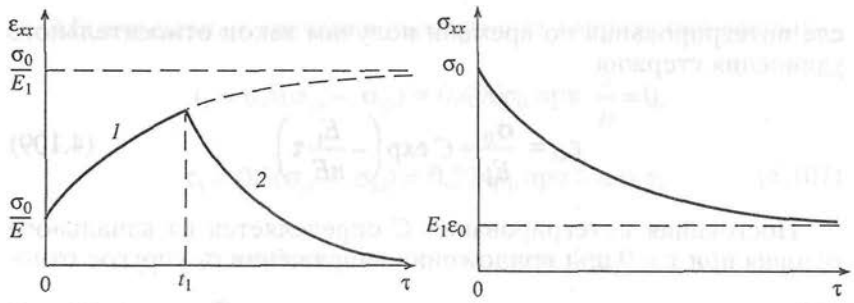


Рис. 4.23. Относительное изменение длины стержня при $\sigma_{xx} = \sigma_0 = \text{const}$ (*1*) и при $\sigma_{xx} = \sigma_0 = 0$ (*2*)

Рис. 4.24. Релаксация напряжений σ_{xx} во времени при постоянной деформации

Постоянство деформации во времени записывается $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_0 = \text{const}$. Тогда $\dot{\varepsilon}_{xx} = 0$, а уравнение (4.108) примет вид $\sigma_{xx} + n\dot{\sigma}_{xx} = E_1 \cdot \varepsilon_0$. После интегрирования получается, что

$$\sigma_{xx} = E_1\varepsilon_0 + (\sigma_0 - E_1\varepsilon_0)\exp\left(-\frac{1}{n}\tau\right), \qquad (4.112)$$

где n — время релаксации.

Уравнение (4.112) характеризует релаксацию напряжений во времени (рис. 4.24). Из рисунка видно, что падение напряжения происходит не до нуля, а до величины $E_1\varepsilon_0$, определяемой длительным модулем упругости.

Постоянство скорости деформации означает, что $\dot{\varepsilon}_{xx} = \dot{\varepsilon}_0 = \text{const}$, следовательно, $\varepsilon = \dot{\varepsilon}_0\tau$. Подстановка последнего соотношения в уравнение (4.108) приведет к уравнению:

$$\sigma_{xx} + n\dot{\sigma}_{xx} = E_1\varepsilon_0\tau + nE\dot{\varepsilon}_0.$$

После интегрирования с учетом того, что при $\tau = 0$ напряжение $\sigma_{xx} = 0$, а ремя τ заменено отношением $\tau = \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_0}$, получим уравнение:

$$\sigma_{xx} = E_1\varepsilon + (E - E_1)\dot{\varepsilon}_0\left(1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon_{xx}}{n\cdot\varepsilon_0}\right)\right). \qquad (4.113)$$

Зависимость между напряжением и деформацией, согласно (4.113), изображена на рис. 4.25. При малых скоростях $\dot{\varepsilon}_0$ кривая

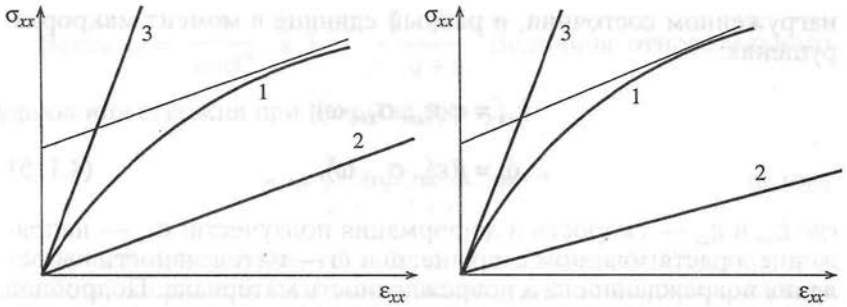


Рис. 4.25. Кривая упрочнения упруго-вязкого тела (*1*) при постоянной скорости деформации $\dot{\varepsilon}_{xx} = \dot{\varepsilon}_0 = \text{const}$ и предельные ее приближения $\sigma_{xx} = E_1\varepsilon_{xx}$ (*2*) при $\dot{\varepsilon}_0 = 0$; $\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}$ (*3*) при $\dot{\varepsilon}_0 \to \infty$

Рис. 4.26. Кривая упрочнения упруго-вязкого тела (*1*) при постоянной скорости изменения напряжения $\dot{\sigma}_{xx} = \dot{\sigma}_0 = \text{const}$ и предельные ее приближения: $\sigma_{xx} = E_1\varepsilon_{xx}$ (*2*) при $\dot{\sigma}_0 \to \infty$; $\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}$ (*3*) при $\dot{\sigma}_0 = 0$

упрочнения приближается к прямой $\sigma_{xx} = E_1\varepsilon_{xx}$, а если $\dot{\varepsilon}_0 \to 0$, то кривая *1* сольется с этой прямой. При больших значениях $\dot{\varepsilon}_0 \to \infty$ кривая *1* сольется с прямой $\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}$.

Постоянство скорости изменения напряжения. В этом случае $\dot{\sigma}_{xx} = \dot{\sigma}_0 = \text{const}$, следовательно, $\sigma_{xx} = \dot{\sigma}_0\tau$. Тогда уравнение (4.108) запишется в виде:

$$\dot{\sigma}_0\tau + n \cdot \dot{\sigma}_0 = n_1 E_{xx} + nE\dot{\varepsilon}_{xx}.$$

Решение дефференциального уравнения имеет вид:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E_1} + \frac{n\dot{\sigma}_0}{E_1}\left(1 - \frac{E}{E_1}\right)\left(1 - \exp\left(-\frac{E_1\sigma_{xx}}{nE\dot{\sigma}_0}\right)\right). \qquad (4.114)$$

Из рис. 4.26 видно, что при высокой скорости изменения напряжения $\dot{\sigma}_0 \to \infty$ кривая упрочнения приближается к прямой $\sigma_{xx} = E_1\varepsilon_{xx}$, а при убывании скорости $\dot{\sigma}_0 = 0$ — к прямой $\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}$. Сравнение зависимостей (4.113) и (4.114) подтверждает известное положение о том, что кривая упрочнения зависит от истории нагружения и является функционалом.

Накопление поврежденности при одноосном растяжении упруго-вязкого стержня, а также деформация ползучести определяются при решении системы уравнений состояния, включающих параметр поврежденности ω, равный нулю в исходном не

нагруженном состоянии, и равный единице в момент макроразрушения:

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = \varphi(\varepsilon_{xx}, \sigma_{xx}, \omega);$$

$$\dot{\omega} = f(\varepsilon_{xx}, \sigma_{xx}, \omega), \qquad (4.115)$$

где $\dot{\varepsilon}_{xx}$ и ε_{xx} — скорость и деформация ползучести; σ_{xx} — напряжение в растягиваемом стержне; $\dot{\omega}$ и ω — интенсивность накопления поврежденности и поврежденность материала. Подробнее об этих величинах будет сказано в главе 5.

В простейшей формулировке, предложенной Ю. Н. Работновым, эти уравнения имеют вид:

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = a\sigma^n{}_{xx}(1-\omega)^{-q};$$

$$\dot{\omega} = C\sigma^{\kappa}_{xx}(1-\omega)^{-r}, \qquad (4.116)$$

где a, n, q, C, к и r — константы материала при определенной температуре.

Пусть $\sigma_{xx} = \sigma_0 = \text{const}$, тогда из второго уравнения (4.116) следует $\dfrac{d\omega}{d\tau} = C\sigma_0^{\kappa}(1-\omega)^{-r}$. После интегрирования и подстановки граничного условия при $\tau = t_p$ $\omega = 1$ получим выражение

$$(1-\omega)^{r+1} = 1 - \frac{\tau}{t_p}, \qquad (4.117)$$

где t_p — время до разрушения, определенное

$$t_p = \frac{1}{C(1+r)\sigma_0^{\kappa}}. \qquad (4.118)$$

Вычислим ω из (4.117), подставим в первое уравнение (4.116) и проинтегрируем его. В результате получим уравнение ползучести:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\lambda}{n}\frac{t_p}{t_1}\left[1 - \left(1 - \frac{\tau}{t_p}\right)^{1/\lambda}\right]. \qquad (4.119)$$

Здесь $t_1 = \dfrac{1}{an\sigma_0^n}$ и $\lambda = \dfrac{r+1}{r-q+1}$. Величина относительного удлинения стержня при разрыве ($\tau = t_p$)

$$\varepsilon_* = \frac{\lambda}{n}\frac{t_p}{t_1} = \frac{\lambda}{1+r}\cdot\frac{a}{c}\sigma_0^{n-к}. \qquad (4.120)$$

Известно, что $n \le к$, тогда, в соответствии с (4.120), с уменьшением напряжения относительное удлинение при разрыве стержня уменьшается, однако, время до разрушения t_p, согласно (4.118), при этом увеличивается.

Глава 5
РАЗРУШЕНИЕ

Под разрушением принято понимать разделение тела на части, либо появление макроскопической, видимой невооруженным взглядом трещины или поры. Момент разрушения чаще всего связывают с достижением напряжений, деформаций, либо работы деформаций критических значений: $\sigma < \sigma_*$; $\varepsilon < \varepsilon_*$; $A < A_*$. Такие представления положены в основу многочисленных теорий прочности материала, которые успешно используются в расчетах долговечности деталей машин и сооружений.

Физическое понимание процесса разрушения связано с изучением механизмов зарождения, развития, а также "залечивания" микротрещин, микропор и основано на представлении о деформации как процесса движения дефектов кристаллического строения металла (вакансии, дислокации, дисклинации и т. п.). Однако до сих пор физические представления о взаимодействии и развитии микротрещин и микропор, особенно об их "залечивании", развиты недостаточно полно, чтобы связать процесс разрушения с условиями нагружения.

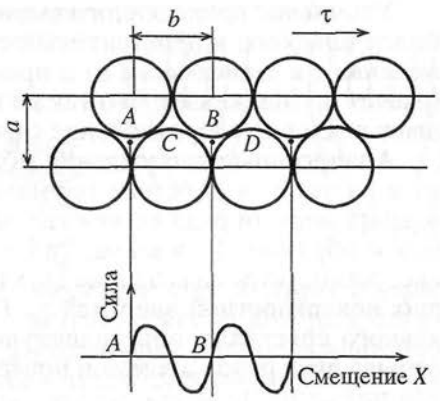
Разрушение следует рассматривать как процесс, состоящий из ряда последовательных стадий: зарождение трещин или пор субмикроскопических размеров, их последующее развитие, образование микротрещин и микропор, их слияние друг с другом с последующим образованием микрополостей и формирование макроскопической магистральной трещины, видимой невооруженным глазом, распространение которой заканчивается разделением тела на части.

5.1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И РЕАЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ МЕТАЛЛА

Теоретический расчет прочности кристалла впервые был выполнен Я. Френкелем. В основу была положена простая модель двух рядов атомов, которые смещаются относительно друг друга под действием касательного напряжения τ (рис. 5.1). При этом предполагалось, что атомы верхнего ряда перемещаются относительно нижнего как одно целое, одновременно. Такой механизм принято называть схемой жесткого сдвига.

На рис. 5.1. межплоскостное расстояние (расстояние между рядами) принято равным a, а расстояние между атомами в направлении скольжения составляет b. Под действием сдвигового напряжения τ атомные ряды будут смещаться относительно друг друга, попадая в равновесные позиции в таких точках, как A и B,

Рис. 5.1. Модель сдвига в идеальном кристалле



где напряжение сдвига, необходимое для сохранения данной конфигурации, равно нулю. Это напряжение равно нулю также и в случае, когда в обоих рядах атомы располагаются точно друг над другом в положениях C и D. В промежуточных позициях напряжение имеет какие-то конечные значения, которые периодически меняются в объеме решетки. Если под действием сдвигового напряжения смещение составляет x, то напряжение будет являться периодической функцией x с периодом b. В наиболее простой форме эта зависимость может быть представлена в виде синусоидальной кривой (см. рис. 5.1):

$$\tau = k\sin(2\pi x/b). \qquad (5.1)$$

Для малых смещений $\tau = k2\pi x/b$. Используя закон Гука, величину напряжения сдвига можно представить в ином виде: $\tau = Gx/a$, где G — модуль сдвига; x/a — деформация сдвига.

Если приравнять приведенные выражения для τ, то; $x = Gb/2\pi a$; подставляя это значение x в соотношение (5.1), получим:

$$\tau = \frac{Gb}{2\pi a}\sin\left(2\pi x/b\right).$$

Максимальное значение τ, отвечающее напряжению, при котором решетка переводится в неустойчивое состояние, достигается при смещении $b/4$, тогда

$$\tau_{max} = Gb/2\pi a = \tau_{кр}, \qquad (5.2)$$

где $\tau_{кр}$ — критическое напряжение сдвига. Если принять, что $a = b$, тогда теоретическое критическое напряжение сдвига приближенно равно $G/2\pi$. Например, для кристаллов меди G = 46 000 МПа, следовательно, теоретическое значение τ = 7320 МПа. В то же время для реальных кристаллов меди наблюдаемое сопротивление сдвигу составляет всего лишь 1,0 МПа. Таким образом, теоретическое значение прочности на несколько порядков выше действительной величины.

Уточнение приведенного выше расчета путем использования более близкого к действительности закона периодического изменения τ в зависимости от x приводит к выражению $\tau_{кр} = G/30$ (расчет по Маккензи), что также на несколько порядков превышает реальное сопротивление сдвигу.

Аналогичные рассуждения можно провести для случая, когда в результате действия нормальных напряжений происходит одновременный разрыв межатомных связей для двух рядов атомов и образуется трещина. Работа, затрачиваемая на разрушение, расходуется на создание двух новых поверхностей, обладающих поверхностной энергией γ_s. Теоретическую прочность идеального кристалла, определенную из условия равенства работы отрыва двух рядов атомов и поверхностной энергии, образованной при этом трещины, можно вычислить по формуле:

$$\sigma_{теор} = (\gamma_s E/a)^{0,5}, \qquad (5.3)$$

где E — модуль нормальной упругости, a — расстояние между рядами атомов для кристаллической решетки в равновесном состоянии.

Экспериментально установлено, что величина поверхностной энергии пропорциональна модулю нормальной упругости и межплоскостному расстоянию кристаллической решетки, — $\gamma_s = 0{,}05Ea$.

Подставляя полученное значение в (5.3), определим значение *теоретической прочности на отрыв*:

$$\sigma_{теор} \approx 0{,}2E. \qquad (5.4)$$

Согласно (5.2) теоретическая прочность на сдвиг:

$$\tau_{теор} \approx 0{,}2G. \qquad (5.5)$$

Фактическая прочность материалов на несколько порядков меньше значений теоретической прочности. Объяснение расхождения теоретической и реальной прочности материалов дает теория дефектов кристаллического строения, позволившая раскрыть сущность явлений, происходящих при пластической деформации, и установить физическую природу пластичности и прочности металлов и их сплавов.

5.2. МОДЕЛИ ЗАРОЖДЕНИЯ ОБЪЕМНЫХ ДЕФЕКТОВ. ВИДЫ РАЗРУШЕНИЯ

Механизмы зарождения трещин и пор на атомном уровне основаны на представлении о том, что для разрушения необходима пластическая деформация, вызванная движением дислокаций.

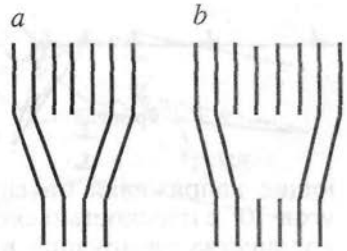


Рис. 5.2. Образование дислокационной трещины (*а*) и ее затупление с превращением в пору (*б*)

Известны несколько моделей соединения дислокаций и образования субмикротрещин. Так, торможение дислокаций и их скопление около препятствий (границы зерен, двойников, либо включения избыточных фаз) способствует сближению нескольких дислокаций, экстраплоскости которых сливаются, а под ними образуется зародышевая микротрещина. Модель образования микротрещины путем слияния дислокаций называется моделью Зинера—Стро.

Микротрещина может преобразовываться в микропору путем вхождения дислокации обратного знака в дислокационную микротрещину и ее затупления (рис. 5.2), что приводит к существенному уменьшению концентрации напряжений в ядре клиновидной дислокационной трещины или сверхдислокации.

Микропоры могут образоваться путем формирования локальных скоплений вакансий с последующей конденсацией их в поры. Вакансионному пересыщению кристаллической решетки способствуют большая пластическая деформация, радиационное облучение, закалка и т. п.

Модель формирования поры в результате сдвиговой деформации, протекающей за счет дислокационных перемещений в пересекающихся плоскостях скольжения, проиллюстрирована на рис. 5.3. Условия такого скольжения реализуются в макроскопическом масштабе, например, при поперечной или винтовой прокатке, при которой в осевой зоне заготовки вскрывается полость.

Особенности производства и эксплуатации металлических материалов способствуют возникновению газовых пор (пузырьков), причем давление газа может быть существенным.

Модель заторможенного сдвига. Эта модель, подобно предыдущей, предполагает блокировку дислокаций барьером. Отличие ее заключается в том, что в голове дислокационного скопления возникают не только касательные напряжения интенсивностью $n\tau$, но и значительные нормальные растягивающие напряжения в области под плоскостью скольжения. Эти растягивающие напряжения максимальны на плоскости, составляющей угол 70° с плоскостью скольжения (рис. 5.4). После достижения количества дислокаций в скоплении до нескольких сотен нормальные напряжения превышают прочность материала на отрыв (теоретическая прочность) и появляется трещина.

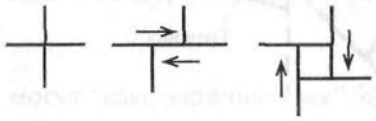


Рис. 5.3. Образование поры на пересечении попеременно активируемых плоскостей скольжения

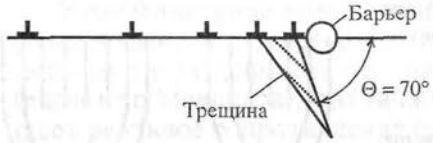


Рис. 5.4. Схема зарождения трещины у вершины дислокационного скопления

Модель Коттрелла. Этот механизм можно использовать для описания процесса образования трещин в металлах с ОЦК решеткой. Возникновение трещин, как и в предыдущих случаях, связывается с необходимостью формирования дислокационных скоплений. Однако в модели Коттрелла не требуется наличия в исходном состоянии готовых барьеров для дислокаций. Препятствия, а затем дислокационные скопления и трещины образуются в результате протекающей пластической деформации. На рис. 5.5 показана схема образования трещины по этой модели. В растягиваемом образце происходит перемещение скользящей дислокации по пересекающимся плоскостям (101) и ($10\bar{1}$) (это плоскости наиболее плотной упаковки в ОЦК кристалле и именно они являются плоскостями легкого скольжения). При встрече этих дислокаций возникает новая дислокация, расположенная в плоскости (100), не являющейся плоскостью скольжения. Дислокация встречи блокирует обе плоскости скольжения, что приводит к скоплению дислокаций и образованию зародышевой трещины в плоскости скола (001).

Модель образования трещины у субграницы. В некоторых случаях для зарождения трещины необязательным является наличие дислокационного скопления. Например, в металлах с гексагональной решеткой (Zn) при низких температурах возможно возникновение трещины в результате перерезания малоугловой границы в процессе сдвига. На рис. 5.6 показано образование микротрещины в результате сдвига, разделяющего малоугловую границу (с углом разориентировки приблизительно 5°) на две части. Такое разделение возможно, если малоугловая грани-

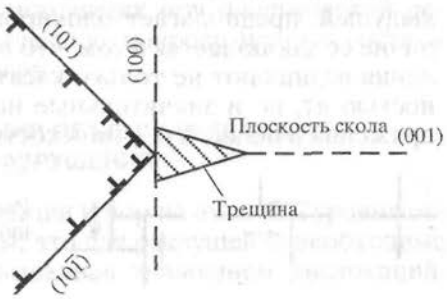


Рис. 5.5. Схема зарождения трещины в ОЦК металлах

Рис. 5.6. Возникновение трещины при перерезании малоугловой границы:
а — до деформации; *б* — зарождение трещины

ца расположена вертикально по отношению к базисным кристаллографическим плоскостям ГПУ кристалла, по которым происходит сдвиг при нагружении.

Модель зарождения трещины при торможении двойника. Двойники деформации распространяются с большой скоростью. Поэтому при встрече растущего двойника деформации с препятствием, например, границей зерна или ранее образовавшимся двойником, для которого характерно другое направление двойникования, создаются благоприятные условия для зарождения трещины (рис. 5.7).

В условиях развитой межзеренной деформации микропоры могут возникать вблизи стыка кристаллитов *A*, *B* и *C* (рис. 5.8).

Вакансионная модель образования пор. Деформация ползучести, особенно при высоких температурах и низких напряжениях, связана не с движущимися дислокациями, а происходит вакансионным путем и является результатом направленного массопереноса. Диффузионные потоки вакансий вдоль границ зерен больше *транскристаллитных* потоков. Это стимулирует зернограничную деформацию и образование трещин и микропор на стыке кристаллитов. Межзеренное проскальзывание вдоль границы со ступенькой способствует образованию микропор.

Микропоры могут образовываться *около частиц избыточных фаз*, которые чаще всего располагаются на границах зерен. С увеличением поверхностной энергии границы матрица — фаза и уменьшением размера частиц избыточной фазы вероятность образования микропор возрастает (рис. 5.9). Следует иметь ввиду, что микропоры с размерами меньше радиуса

$$r_* = 2\gamma_s/\sigma, \qquad (5.6)$$

могут "самозалечиваться".

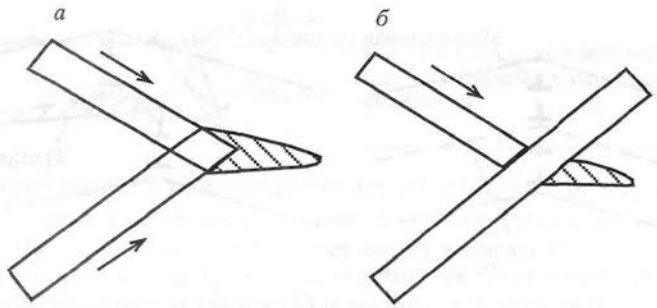


Рис. 5.7. Схема возникновения трещины при встрече развивающихся двойников (*а*) и торможения одного двойника другим (*б*)

Образование микропор по механизму стока вакансий наблюдается при радиационном облучении.

Кроме рассмотренных, возможны и другие механизмы зарождения пор и трещин. Способ образования зародышевых дефектов зависит от типа кристаллической решетки металла и характера микроструктуры. При этом для всех моделей общим принципиально важным условием их возникновения является необходимость перемещения дислокаций (или точечных дефектов), то есть осуществление предварительной пластической деформации, и наличие барьеров, препятствующих рассасыванию возникающих дислокационных скоплений. Дальнейшее поведение пор и трещин, определяющее многие механические характеристики материала, зависит от условий нагружения, под действием которых объемные дефекты развиваются.

В случае хрупкого разрушения развитие дефекта завершается формированием магистральной трещины, которая распространяется со скоростью, близкой к скорости распространения звука в деформируемом теле. Размеры тела при этом мало изменяются. На фрактограмме хрупкого излома видны характерные фасетки скола или отрыва (рис. 5.10*а*, *б*). Для хрупкого разрушения на завершающей стадии,

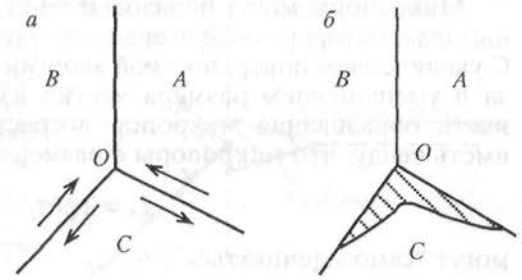


Рис. 5.8. Схема зарождения трещины в стыке трех зерен за счет межзеренной деформации

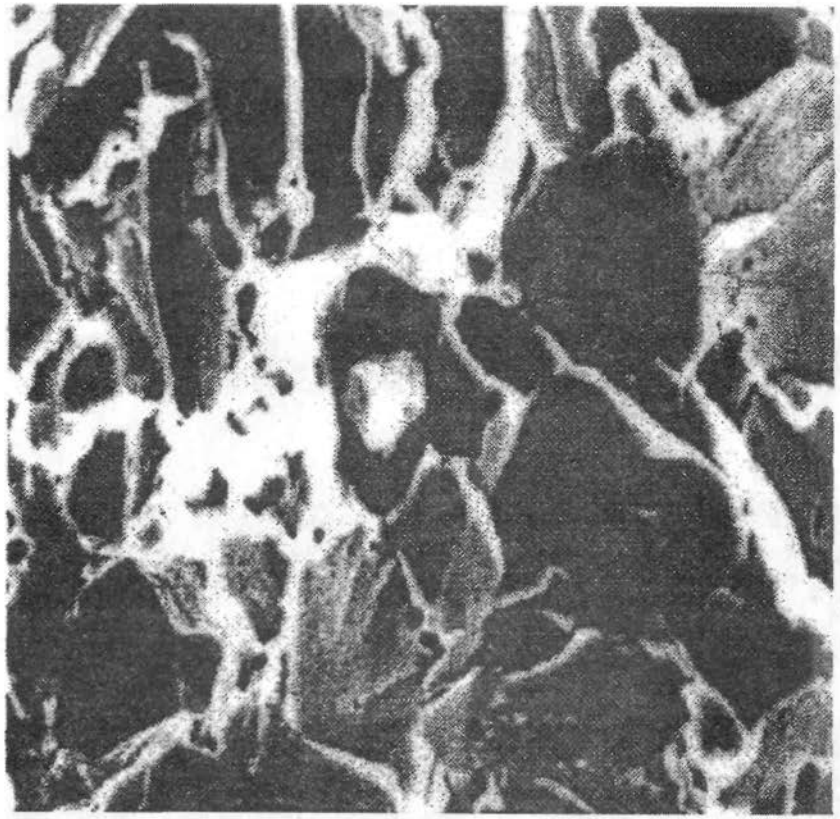


Рис. 5.9. Образование поры вокруг частицы фазы

как правило, не требуется подвода энергии извне, а достаточно запасенной упругой энергии разрушающейся конструкции.

Вязкому разрушению (рис. 5.10*в*) предшествует пластическая деформация, в процессе которой происходит зарождение дислокационных трещин с последующим их ростом, затуплением и превращением в микропоры. Вязкий рост дислокационной трещины имеет замедленный характер. Возможно также возникновение микропор по одному из известных механизмов с последующим образованием микрополостей (рис. 5.11).

На характер разрушения металла (вязкий или хрупкий) влияют химический состав, тип кристаллической решетки, фазовый состав и размер структурных составляющих, а также условия нагружения. В зависимости от условий нагружения раз-

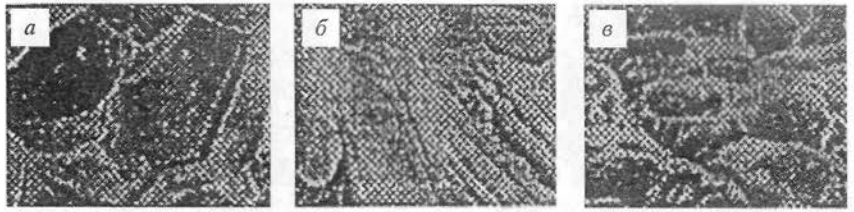


Рис. 5.10. Виды излома:
а — хрупкий межзеренный; *б* — хрупкий внутризеренный; *в* — вязкий

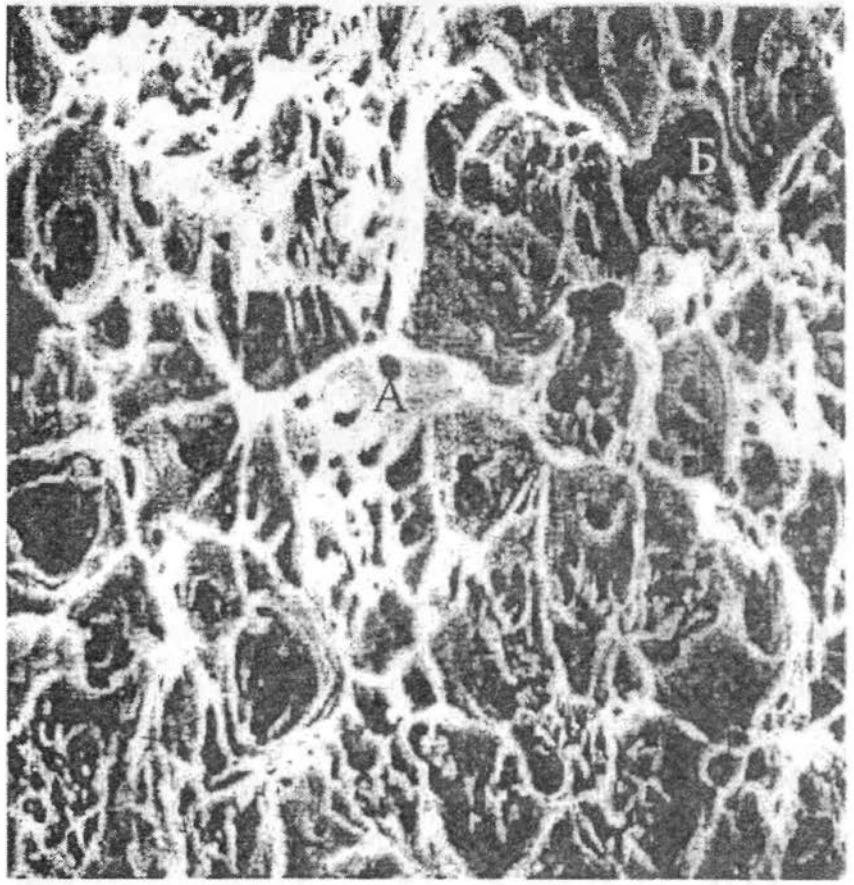
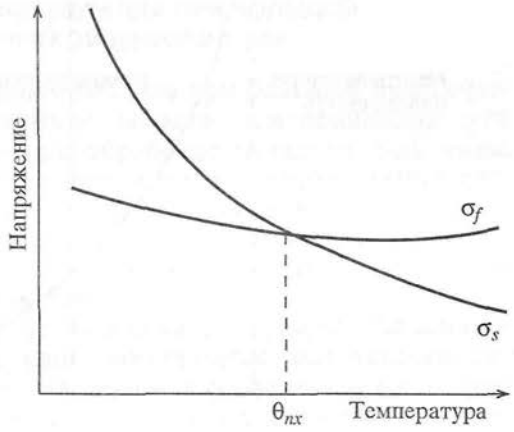


Рис. 5.11. Фрактограмма вязкого излома с микропорами (*А*) и микрополостями (*Б*)

Рис. 5.12. Диаграмма Иоффе



личают усталостное разрушение (которое в свою очередь подразделяют на собственно усталостное, малоцикловое, термически усталостное разрушение и т. д.); разрушение при ползучести; динамическое разрушение; разрушение при статической кратковременной, статической длительной и статически повторной нагрузках и т. п. Количественно условия нагружения характеризуются скоростью приложения и величиной внешней нагрузки, накопленной потенциальной энергией, температурой, химическим составом и динамическими характеристиками газовой или жидкой внешней среды, характеристиками радиационного облучения и т. п.

При пластической деформации основными параметрами нагружения являются показатели напряженного состояния σ/T и μ_σ, температура θ и скорость деформации сдвига H. Наглядные представления о характере разрушения металла дают диаграмма Иоффе (рис. 5.12) и диаграмма пластичности металла (рис. 5.13). С помощью диаграммы Иоффе можно продемонстрировать влияние температуры на характер разрушения. Тип разрушений (вязкий или хрупкий) зависит от того, выше или ниже температуры порога хрупкости (θ_{nx}) осуществляется нагружение. На рис. 5.12 показана температурная зависимость пределов текучести σ_s и хрупкой прочности σ_f.

Пересечение этих кривых позволяет найти температуру порога хрупкости θ_{nx}. Если нагружение осуществляется при температуре выше θ_{nx}, то вслед за упругой наступает пластическая деформация, а разрушение металла будет вязким. Если нагружение осуществляется при температуре ниже θ_{nx}, то разрушение происходит при упругой деформации и имеет хрупкий характер.

Влияние показателя напряженного состояния σ/T на характер разрушения можно проиллюстрировать с помощью диаграммы пластичности (рис. 5.13). Пластичность металла характеризуется степенью деформации сдвига, накопленной материальной

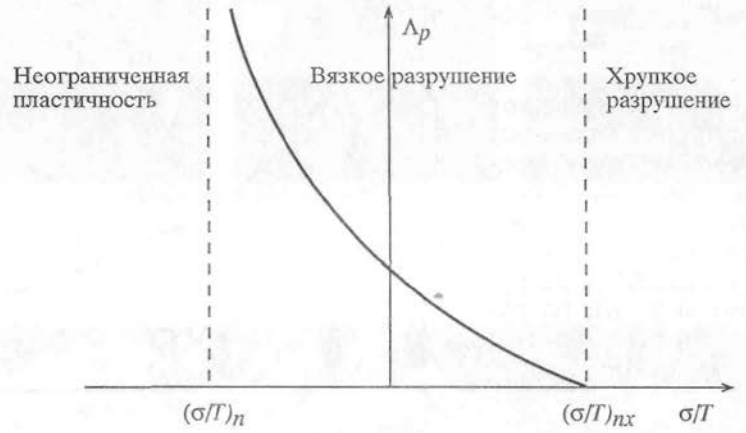


Рис. 5.13. Диаграмма пластичности

частицей от момента возникновения пластической деформации $\tau = 0$ до момента нарушения сплошности или появления макротрещины $\tau = t_p$, если перечисленные выше параметры нагружения (σ/T, μ_σ, θ, H) все время будут постоянными, а деформация монотонной. При испытании образца момент разрушения соответствует разделению его на части. Из рис. 5.13 видно, что при значениях показателя напряженного состояния больше порога хрупкости $\sigma/T > (\sigma/T)_{nx}$ пластичность $\Lambda_p = 0$ и имеет место хрупкое разрушение. Следует указать также на пороговое значение показателя напряженного состояния $(\sigma/T)_n$, при котором в процессе пластической деформации не происходит охрупчивание металла и проявляется неограниченная пластичность, т. к. интенсифицируются процессы "залечивания" пор и трещин. При значениях показателя в диапазоне $(\sigma/T)_n \le \sigma/T \le (\sigma/T)_{nx}$ наблюдается вязкое разрушение.

Пластичность металла Λ_p, а также критические значения показателя $(\sigma/T)_n$ и $(\sigma/T)_{nx}$, зависят от химического состава, типа кристаллической решетки, фазового состояния и структуры сплава, а также от параметров нагружения: показателей напряженного состояния σ/T и μ_σ, температуры θ и скорости деформации H. Указанные зависимости находят аппроксимацией опытных данных о пластичности Λ_p при испытании образцов на растяжение, кручение, выдавливание мембраны через матрицу в испытательной камере с регулируемым давлением и температурой.

5.3. РАЗРУШЕНИЕ МЕТАЛЛА ПРИ БОЛЬШОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Исследование разрушения металла при большой пластической деформации имеет важное значение для понимания сути процессов, происходящих при обработке металлов давлением, позволяет обоснованно подходить к выбору рациональных способов и режимов пластического формоизмерения, не допускающих развития поврежденности металла и, как следствие, снижения механических свойств металла и эксплуатационных характеристик (долговечности) изделий.

В механике деформируемого тела развивается феноменологический подход к исследованию процесса разрушения. Деформируемое тело представляется как среда, чаще всего с однородными и изотропными механическими свойствами, характеризующими упругое, вязкое и пластическое поведение тела под воздействием внешних нагрузок. Наличие микротрещин и микропор не означает нарушения сплошности и определяется тензором поврежденности. В частности, тензор нулевого ранга характеризует скалярную величину поврежденности, которая принимает значения в диапазоне от нуля до единицы. Равенство поврежденности металла нулю означает, что в рассматриваемой частице металла объемные дефекты отсутствуют. Иногда условно полагают, что до деформации, несмотря на наличие микродефектов в исходном состоянии, поврежденность $\omega = 0$. В момент макроразрушения материальная частица, состоящая из большого конгломерата зерен, разрушается, появляется видимая невооруженным глазом макроскопическая трещина. Этот момент характеризуется значением поврежденности металла $\omega = 1$.

Для развития феноменологических представлений о разрушении металла большое значение имеют экспериментальные данные о кинетике развития поврежденности при деформации в зависимости от характеристик напряженно-деформированного состояния и температурно-скоростных условий деформации. Поврежденность металла, определенную тем или иным физическим методом, ставят в зависимость от степени деформации сдвига. Известно, что электросопротивление зависит от накопленной поврежденности металла. Измерение электросопротивления образцов с различным уровнем поврежденности после пластической деформации, закалки и облучения позволило Ван Бюрену дать классификацию дефектов кристаллического строения вещества, а также разделить процесс отжига на пять стадий, на каждой из которых скачком уменьшается

электросопротивление, вызванное "залечиванием" определенного вида дефектов. Развитие методов распознавания дефектов и процессов их "залечивания" связано также с изучением тепловых и объемных эффектов. Было установлено, что каждому элементарному термодинамическому процессу образования и "залечивания" несплошностей соответствует определенное отношение скоростей изменения теплосодержания и объема тела.

Представляют интерес результаты исследования разуплотнения или пластического разрыхления металла в процессе пластической деформации. Показано, что с уменьшением показателей напряженного состояния σ/T и μ_σ интенсивность изменения плотности материала при пластической деформации уменьшается. При одинаковых термомеханических условиях пластической деформации интенсивность образования несплошностей при знакопеременном кручении меньше, чем при скручивании образцов в одном направлении. Это явление можно объяснить тем, что при пластической деформации протекают два конкурирующих процесса: образование и "залечивание" объемных дефектов. При некотором значении показателя $\frac{\sigma}{T} < \left(\frac{\sigma}{T}\right)_n$ процесс "залечивания" несплошностей превалирует над процессом их образования, и пластичность металла может быть неограниченной. Знакопеременный характер деформации, по-видимому, также способствует залечиванию дефектов. Залечивание пор и трещин, по крайней мере, при температуре ниже температуры рекристаллизации, происходит только при деформации. Эксперименты с медными образцами, пораженными микропорами, показали, что гидростатическое сжатие до 10 000 МПа, не сопровождаемое пластической деформацией, не позволяет их устранить, а при растяжении образцов под давлением 400 МПа свойства дефектного и бездефектного металла выравниваются, что свидетельствует о полном "залечивании" несплошностей (рис. 5.14).

Поврежденность металла в опытах можно оценить количеством и размером микротрещин и микропор, определенных оптической или электронной микроскопией. В некоторых случаях для повышения эффективности этого метода после предварительной пластической деформации образцов на различную степень их подвергают термоциклированию с целью увеличения размера появившихся во время предварительной деформации дефектов. На рис. 5.15 показана зависимость числа пор на единицу площади шлифа и среднего их размера после

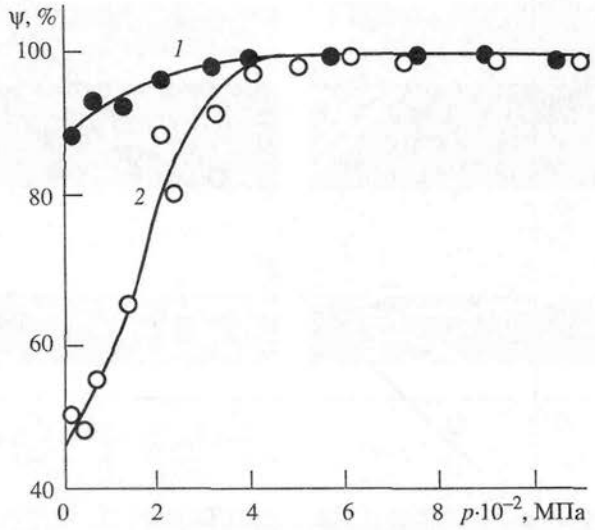


Рис. 5.14. Зависимость относительного сужения ψ от величины гидростатического давления p при разрыве образцов меди:
1 — нормальные образцы; *2* — образцы с микропорами

термоциклирования от степени предварительной холодной деформации. Можно сделать вывод, что интенсивность образования несплошностей с увеличением степени деформации увеличивается.

Для исследования вязкого и хрупкого разрушения металла нашел применение фрактографический метод. Если образцы после предварительной деформации (а часть из них после деформации и последующего рекристаллизационного отжига) подвергнуть хрупкому разрушению при температурах жидкого азота или гелия, то на фрактограммах, полученных методом сканирующей электронной микроскопии, следы вязкого разрушения в виде микропор легко обнаруживаются на фоне фасеток хрупкого излома (рис. 5.16).

При исследовании зависимости поврежденности металла, оцененной различными методами, от степени предварительной дформации можно выделить несколько стадий. На первой стадии, которая соответствует равномерной деформации образца при растяжении, интенсивность накопления поврежденности металла мала. На этой стадии увеличивается средняя плотность дислокаций, а также неравномерность их распределения из-за преимущественной концентрации у барьеров.

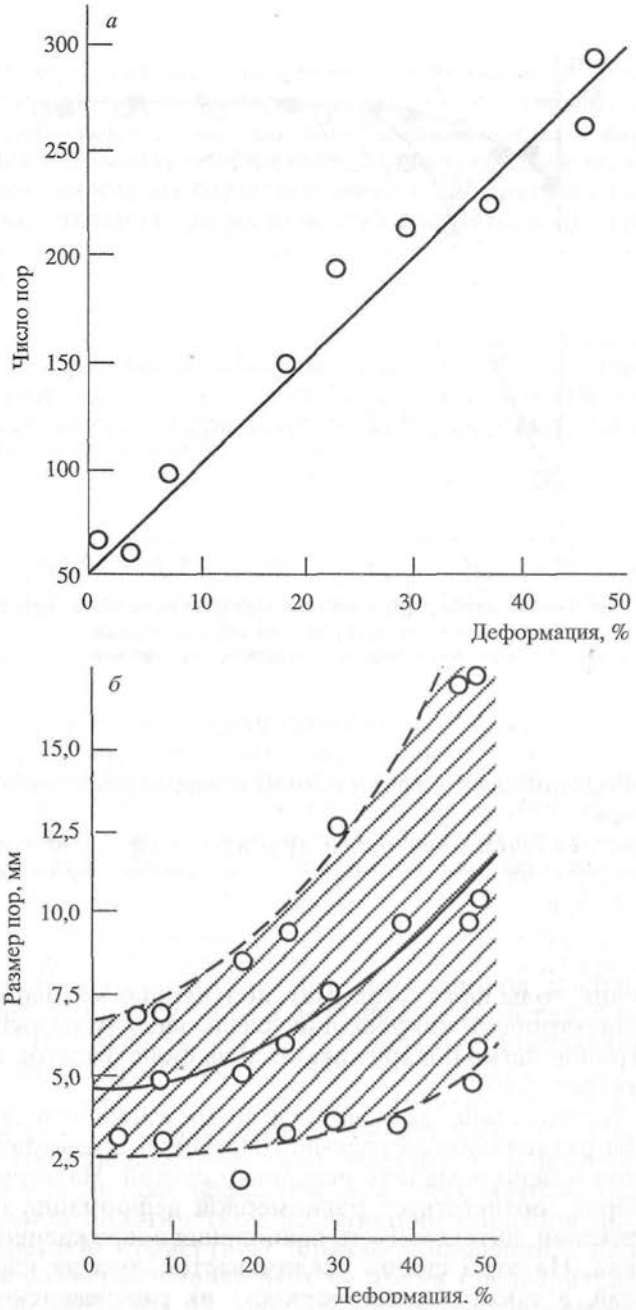


Рис. 5.15. Число (*а*) и размер (*б*) пор в зависимости от степени предварительной холодной деформации после термоциклирования

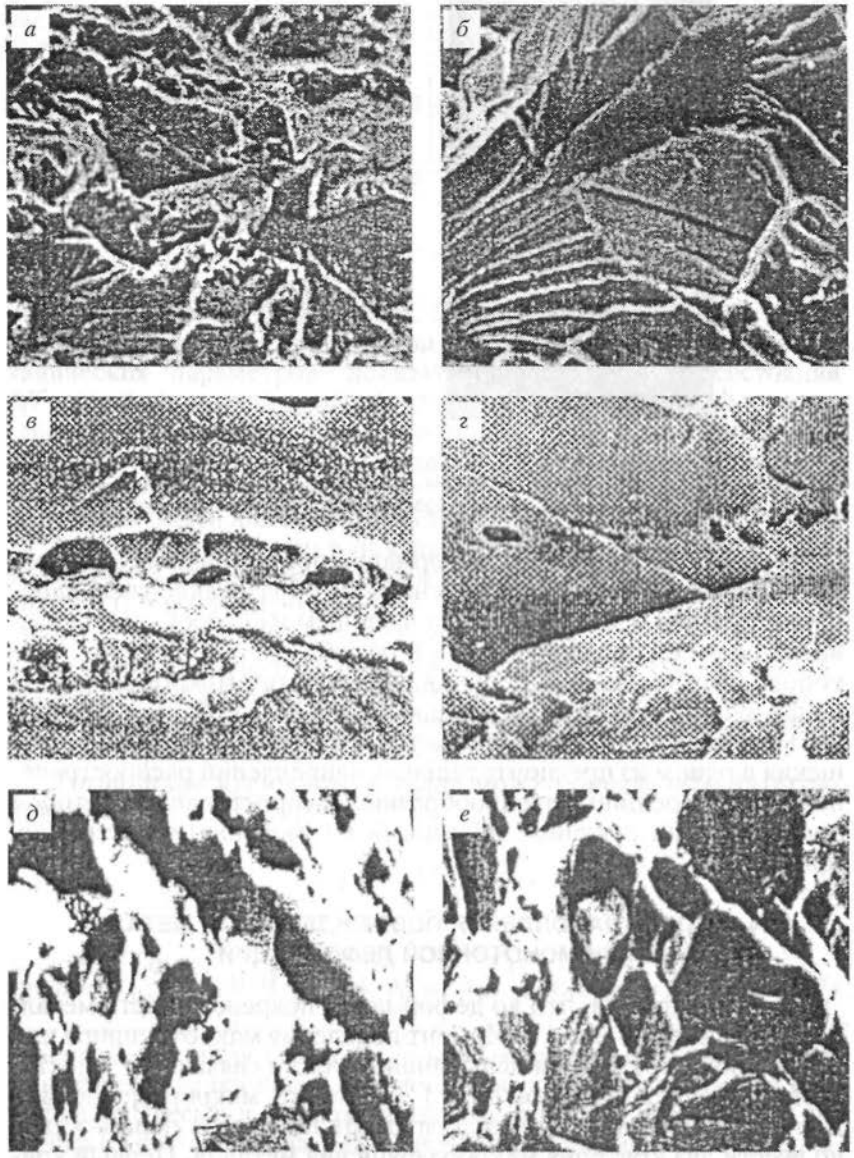


Рис. 5.16. Микропоры после холодной деформации (*а*, *в*, *д*) и после деформации с термообработкой 700 °С, τ = 1 ч (*б*, *г*, *е*) в стали 3сп с различным уровнем поврежденности:
а — ω = 0,19 (×1000); *б* — ω = 0,22 (×1000); *в* — ω = 0,42 (×3000); *г* — ω = 0,57 (×3000); *д* — ω = 0,75 (×1000); *е* — ω = 0,7 (×1000)

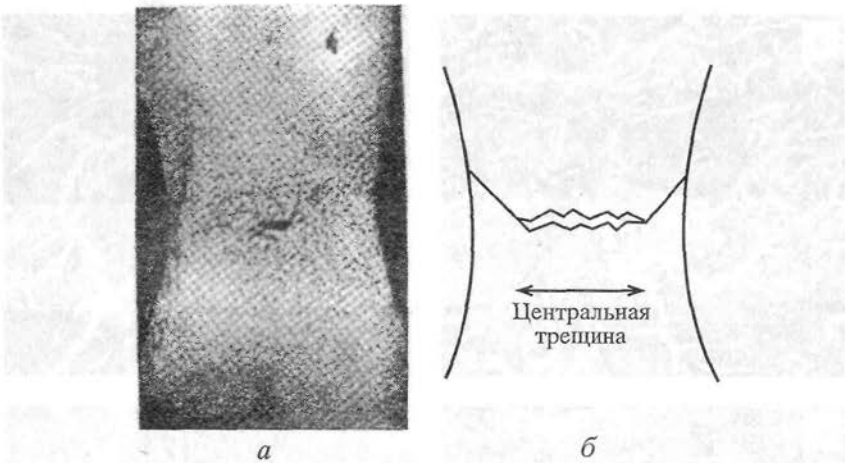


Рис. 5.17. Поврежденность металла при растяжении в конце второй стадии (*а*) и схема локализации вязкого разрушения на третьей стадии (*б*)

В момент локализации деформации при возникновении шейки на образце наблюдается интенсивное образование дислокационных трещин и микропор. В дальнейшем на второй стадии развития поврежденности металла в результате объединения микропор, выстроенных в цепочки, образуются микрополости. В конце второй стадии поврежденность металла ω близка к единице. На третьей стадии наблюдается локализация вязкого разрушения в одном из предпочтительных направлений распространения вязкой трещины, лавинообразное распространение которой приводит к разрушению образца без изменения его размеров (рис. 5.17).

5.4. МОДЕЛЬ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕННОСТИ МЕТАЛЛА ПРИ МОНОТОННОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Предполагается, что до деформации поврежденность металла отсутствует, т. е. $\omega = 0$. Момент появления макротрещины или разделения образца при испытании на части связывают с достижением поврежденности $\omega = 1$ (критерий макроразрушения). Для удобства анализа технологических процессов целесообразно ввести два критерия микроразрушения металла. Первый критерий соответствует такому уровню поврежденности $\omega < \omega_*$, при котором микротрещины и микропоры при рекристаллизации "залечиваются", а при $\omega \geq \omega_*$ остаются, но уменьшаются в размерах (рис. 5.16*а*, *б* и *в*, *г*).

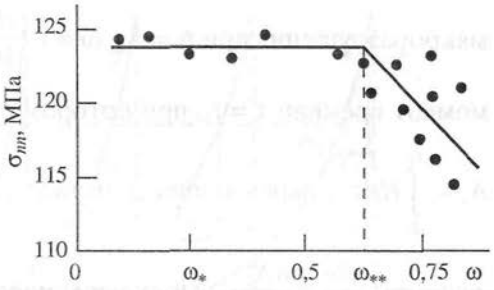


Рис. 5.18. Изменение условного предела ползучести в зависимости от поврежденности стали 12Х1МФ

Второй критерий соответствует такому уровню поврежденности $\omega = \omega_{**}$, когда наблюдается уменьшение прочностных характеристик металла (рис. 5.18). Условимся, что если испытание образца осуществлялось при постоянных значениях термомеханических параметров: показатели напряженного состояния $\sigma/T = \text{const}$ и $\mu_\sigma = \text{const}$; температура $\theta = \text{const}$ и скорость деформации сдвига $H = \text{const}$, а в процессе монотонной деформации не происходили химические и фазовые реакции, то степень деформации сдвига, соответствующую разделению образца на части, будем называть мерой пластичности или просто пластичностью металла (Λ_p).

Будем полагать, что в начальный момент времени $\tau = 0$ интенсивность накопления поврежденности металла равна нулю $d\omega/d\Lambda = 0$, а в момент макроразрушения $\tau = t_p$ обратно пропорциональна пластичности металла $d\omega/d\Lambda = a/\Lambda_p$.

В некоторый момент времени интенсивность накопления поврежденности металла зависит от значения накопленной к данному моменту поврежденности ω, параметров нагружения (σ/T, μ_σ, θ, H) и равна $d\omega/d\Lambda = a\Lambda^{a-1}/\Lambda_p{}^a$.

Тогда поврежденность металла можно определить интегрированием

$$\omega = \int_0^{\Lambda_1} \frac{a\Lambda^{a-1}}{\Lambda_p^a} d\Lambda, \qquad (5.6)$$

где $a = a\left(\frac{\sigma}{T}, \mu_\sigma, \theta, H, c_i, x_i\right)$, $\Lambda_p = \Lambda_p\left(\frac{\sigma}{T}, \mu_\sigma, \theta, H, c_i, x_i\right)$ (5.7)

известные из аппроксимации опытных данных функции. Их называют определяющими соотношениями механики вязкого разрушения. Здесь c_i и x_i характеризуют параметры структуры и химический состав сплава. Если a и Λ_p в процессе испытания образцов не изменяются, то в соответствии с уравнением (5.6) в исходном состоянии при $\Lambda = 0$ $\omega = \frac{\Lambda^a}{\Lambda_p^a} = 0$ и $\frac{d\omega}{d\Lambda} = \frac{a\Lambda^{a-1}}{\Lambda_p^a} = 0$ в момент

макроразрушения при $\Lambda = \Lambda_p$, $\omega = 1$, $\frac{d\omega}{d\Lambda} = \frac{a}{\Lambda_p}$, а в произвольный момент времени $\tau = t_1$, при котором степень деформации сдвига $\Lambda_1 = \int_0^{t_1} H d\tau$, поврежденность металла равна $\omega = \left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_p}\right)^2$, а интенсивность $\frac{d\omega}{d\Lambda} = \frac{a\Lambda_1^{a-1}}{\Lambda_p^a}$. Поврежденность металла, являясь скалярной величиной, обладает свойством аддитивности. Для процесса монотонной деформации, условно поделенного на n этапов, на протяжении каждого из которых степень деформации сдвига равна Λ_i, а термомеханические параметры постоянны, но изменяются скачком при переходе от i-го к $(i + 1)$-му этапу. Тогда с помощью соотношения (5.6) можно получить рекуррентную формулу

$$\omega = \left\langle \left\{ \left[\left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}}\right)^{a_1/a_2} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_{p2}} \right]^{a_2/a_3} + \ldots + \frac{\Lambda_i}{\Lambda_{pi}} \right\}^{a_i/a_{i+1}} + \ldots + \frac{\Lambda_n}{\Lambda_{pn}} \right\rangle^{a_n}. \qquad (5.8)$$

Формула (5.8) удовлетворяет необходимому условию равенства поврежденности металла в конце i-го и начале $(i + 1)$-го этапов. На рис. 5.19 дана иллюстрация накопления поврежденности металла за четыре этапа. Линии 1…4 отражают изменение поврежденности металла в зависимости от степени деформации сдвига на различных этапах деформации.

На первом этапе поврежденность металла составляет $\omega_1 = \left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}}\right)^{a_1}$. В начале второго этапа поврежденность $\omega_1 = \left(\frac{\Lambda_1'}{\Lambda_{p2}}\right)^{a_2}$. Тогда $\Lambda_1' = \Lambda_{p2}\left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}}\right)^{a_1/a_2}$. На втором этапе по-

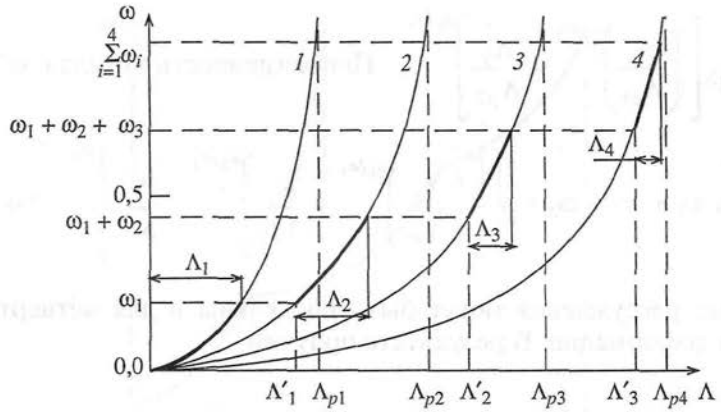


Рис. 5.19. Схема накопления поврежденности металла при монотонной деформации за четыре этапа

врежденность металла $\omega_2 = \left(\frac{\Lambda_2+\Lambda_1'}{\Lambda_{p2}}\right)^{a_2} - \left(\frac{\Lambda_1'}{\Lambda_{p2}}\right)^{a_2}$. После подстановки значения Λ_1' выражение преобразуется в виде $\omega_2 = \left[\left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}}\right)^{a_1/a_2} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_{p2}}\right]^{a_2} - \omega_1$. Вычислим поврежденность металла за два этапа $\omega_1+\omega_2 = \left[\left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}}\right)^{a_1/a_2} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_{p2}}\right]^{a_2}$.

Подсчитаем поврежденность металла за три этапа. На третьем этапе $\omega_3 = \left(\frac{\Lambda_2'+\Lambda_3}{\Lambda_{p3}}\right)^{a_3} - \left(\frac{\Lambda_2'}{\Lambda_{p3}}\right)^{a_3}$. Последний член $\left(\frac{\Lambda_2'}{\Lambda_{p3}}\right)^{a_3} = \left[\left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}}\right)^{a_1/a_2} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_{p2}}\right]^{a_2} = \omega_1+\omega_2$. Отсюда $\Lambda_2' = \Lambda_{p3}\left[\left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}}\right)^{a_1/a_2} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_{p2}}\right]^{a_2/a_3}$. Поврежденность металла за три этапа $\omega_1+\omega_2+\omega_3 = \left\{\left[\left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}}\right)^{a_1/a_2} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_{p2}}\right]^{a_2/a_3} + \frac{\Lambda_3}{\Lambda_{p3}}\right\}^{a_3}$. Аналогичные рассуждения могут быть проделаны и для четвертого этапа деформации. В результате получим

$$\sum_{i=1}^{4}\omega_i = \left\langle\left[\left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}}\right)^{a_1/a} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_{p2}}\right]^{a_2/a_3} + \frac{\Lambda_3}{\Lambda_{p3}}\right\}^{a_3/a_4} + \frac{\Lambda_4}{\Lambda_{p4}}\Bigg\rangle^{a_4}. \quad (5.9)$$

В общем случае за n этапов поврежденность металла определяется по формуле (5.8).

5.5. МОДЕЛЬ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕННОСТИ МЕТАЛЛА ПРИ ЗНАКОПЕРЕМЕННОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Знакопеременная деформация характеризуется количеством этапов n и амплитудой пластической деформации Λ_i на этапе, причем на каждом этапе деформация является либо монотонной, либо квазимонотонной и отвечает соответственно условиям: $\dot{\Phi}_i = 0$; либо $\operatorname{sign}\dot{\Phi}_i = \text{const}$. Здесь $\dot{\Phi}_i$ — компоненты антисимметричного тензора скорости жесткого вращения материальной частицы в сопутствующей системе координат, связанной с базисом собственных векторов тензора скоростей деформации.

При знакопеременной деформации наблюдается меньшая, чем при монотонной деформации, интенсивность накопления поврежденности металла, поэтому степень деформации сдвига до разрушения при знакопеременном кручении Λ_{*n} больше пластичности металла, определенной при скручивании образцов в одном направлении Λ_{p0}. Причем, как показывают опыты, отношение $\Lambda_{*n}/\Lambda_{p0} > 1$ и увеличивается с уменьшением амплитуды Λ_i.

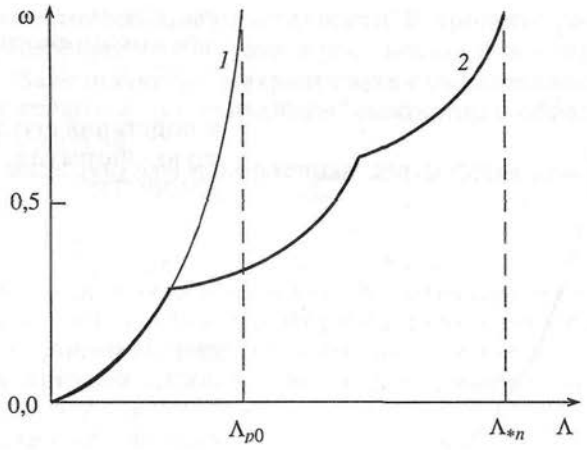


Рис. 5.20. Схема накопления поврежденности металла при монотонной (*1*) и знакопеременной (*2*) деформации при одинаковых значениях параметров нагружения:

$$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_1 = \left(\frac{\sigma}{T}\right)_2;\ (\mu_\sigma)_1 = (\mu_\sigma)_2;\ \theta_1 = \theta_2;\ H_1 = H_2.$$

Феномен уменьшения поврежденности металла при знакопеременной деформации может быть учтен, если считать, что интенсивность накопления поврежденности металла в начале *i*-го этапа равна нулю, и не зависит от накопленной поврежденности металла на предыдущих этапах. Поврежденность металла обладает свойством аддитивности. Поэтому за *n* этапов знакопеременной деформации она определяется суммированием:

$$\omega = \sum_{i=1}^{n} \int_0^{\Lambda_i} \frac{a\Lambda^{a-1}}{\Lambda_p^a} d\Lambda. \qquad (5.10)$$

На рис. 5.20 показано накопление поврежденности металла при скручивании в одном направлении (1) и при знакопеременном кручении (2).

Обозначим число этапов до разрушения n_p, тогда пластичность металла для частного случая знакопеременной деформации, если $\Lambda_i = \Lambda_{i+1}$, а $\Lambda_{*n} = n_p\Lambda_i$. Поврежденность металла $\omega = n_p\left(\frac{\Lambda_i}{\Lambda_p}\right)^a = 1$. Определив n_p из последнего равенства

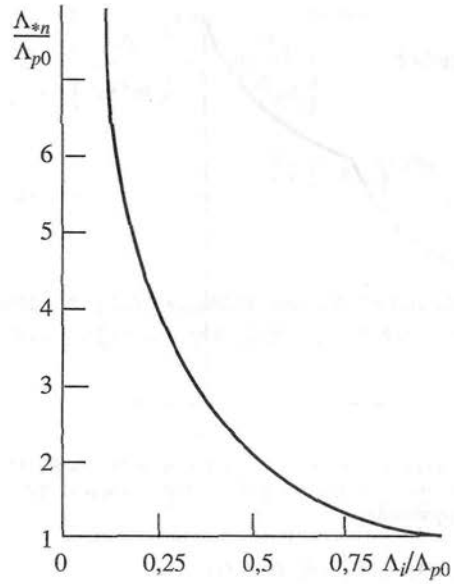


Рис. 5.21. Пластичность металла при знакопеременном кручении

и подставив его в предыдущую формулу, получим уравнение:

$$\Lambda_{*n} = \frac{\Lambda_p^a}{\Lambda_i^{a-1}}, \qquad (5.11)$$

связывающее пластичность металла при монотонной (Λ_p) и знакопеременной (Λ_{*n}) видах деформации. Эта зависимость для случая знакопеременного кручения графически представлена на рис. 5.21. Видно, что чем меньше степень деформации сдвига, или амплитуда пластической деформации в цикле Λ_i, тем больше отношение степени деформации сдвига при знакопеременном кручении Λ_{*n} к пластичности Λ_{po}.

5.6. МОДЕЛЬ УМЕНЬШЕНИЯ ПОВРЕЖДЕННОСТИ МЕТАЛЛА ПРИ РЕКРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Под залечиванием дефектов подразумевают совокупность физических процессов миграции, перераспределения, частичной или полной аннигиляции различного рода несовершенств в кристаллах. Эти процессы сопровождаются уменьшением свободной энергии, однако для протекания некоторых из них необходима термическая активация. Как уже отмечалось выше, Ван Бюрену, исследуя процессы образования и "залечивания" дефектов, удалось составить физическую картину термодинамически необратимых процессов "залечивания" и классифицировать их. В процессе возврата, т. е. до температуры рекристаллизации, может происходить аннигиляция пар Френкеля, бивакансий и дислокаций, дефектов упаковки. В заключительной стадии возврата, которая называется полигонизацией, происходит образование субзерен, их рост и разворот, происходит частичный возврат механических свойств, т. е. снижение упрочнения

металла и восстановление пластичности. В процессе рекристаллизации происходит зарождение и рост новых зерен, что сопровождается "залечиванием" микротрещин с образованием дислокационных стенок и "залечиванием" микропор с образованием скоплений вакансий.

Будем полагать, что накопленная при деформации поврежденность металла может быть уменьшена при рекристаллизации на величину $\Delta\omega$. Она зависит от уровня накопленной при деформации поврежденности. Учитывая введенные ранее критерии микроразрушения $\omega = \omega_*$ и $\omega = \omega_{**}$, отметим, что если поврежденность металла после деформации находится в интервале $0 \le \omega \le \omega_*$, то после рекристаллизационного отжига $\Delta\omega = \omega$. Если поврежденность металла после деформации находится в интервале $\omega_* \le \omega \le \omega_{**}$, то после рекристаллизационного отжига $\Delta\omega < \omega$. Для случая, когда $\omega > \omega_{**}$, уменьшение поврежденности $\Delta\omega << \omega$.

На уменьшение поврежденности металла при отжиге влияют режимы термообработки. Однако диаграмму "залечивания" дефектов $\Delta\omega(\omega)$ целесообразно находить для принятых по технологии режимов.

Примечательно, что в результате динамической рекристаллизации, сопровождаемой пластической деформацией, особенно для случая, когда преобладают сжимающие напряжения $\sigma/T = \left(\frac{\sigma}{T}\right)_n$, "залечиванию" подвергаются не только микронесплошности, но и макроскопические полости и трещины, если этому не препятствует состояние поверхности дефектов. В этой ситуации $\omega_* = \omega_{**} = 1$. Способность металлов для "залечивания" полостей используется при пластическом компактировании порошков и гранул, при производстве биметалла, при некоторых технологических процессах, когда за появлением макродефектов следует их "залечивание", например, прессование сложных профилей через язычковую матрицу, получение слитков с макропузырями в подкорковой зоне с последующей прокаткой их на блюминге. Во всех перечисленных случаях в процессе деформации "залечиваются" не только микродефекты, но и макрополости.

Диаграммы "залечивания" поврежденности металла при рекристаллизации приведены на рис. 5.22. Они получены в опытах деформации — термообработка — деформация до разрушения (рис. 5.23). Если в опытах определены значения поврежденности металла при деформации до термообработки ω_1 и после термо-

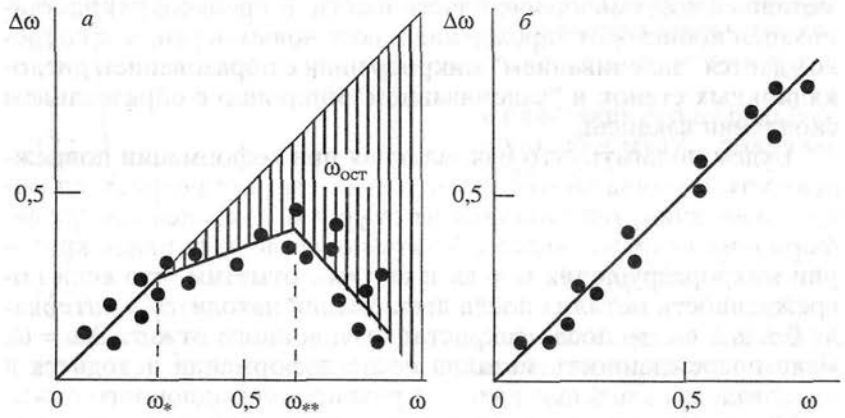


Рис. 5.22. Диаграмма уменьшения поврежденности металла при рекристаллизации:
$а$ — $\left(\frac{\sigma}{T}\right) = 0$; $б$ — $\frac{\sigma}{T} \le \left(\frac{\sigma}{T}\right)_n$

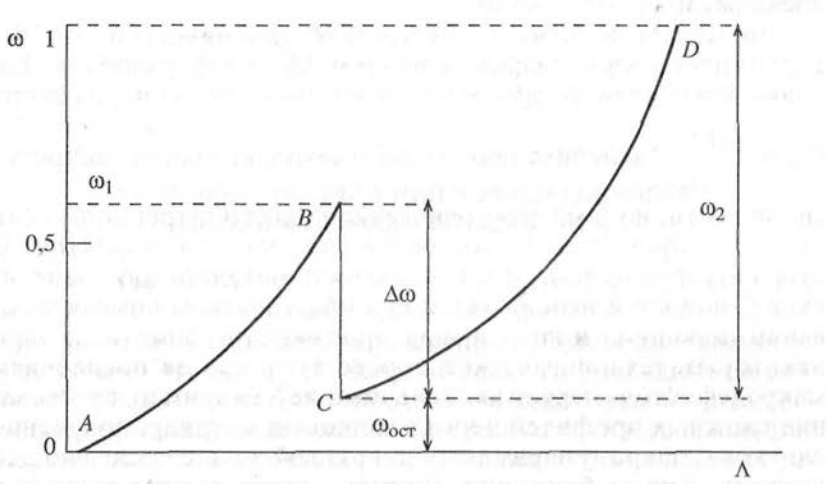


Рис. 5.23. Изменение поврежденности металла в опытах по схеме: холодная деформация — термообработка — деформация до разрушения

обработки ω_2, то уменьшение поврежденности металла при термообработке определяется по формуле

$$\Delta\omega = \omega_1 + \omega_2 - 1. \qquad (5.12)$$

5.7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МОДЕЛЕЙ НАКОПЛЕНИЯ И ЗАЛЕЧИВАНИЯ ПОВРЕЖДЕННОСТИ

При разработке моделей накопления поврежденности металла при монотонной и знакопеременной видах деформации был использован ряд положений и допущений, которые необходимо проверить для уточнения области применения предложенных моделей. В частности, при конструировании модели предполагалось, что при $\tau = 0$ поврежденность $\omega = 0$ и интенсивность накопления поврежденности $d\omega/d\Lambda = 0$; при $\tau = t_p$ поврежденность $\omega = 1$ и $d\omega/d\Lambda = \dfrac{a}{\Lambda_p}$, где Λ_p — пластичность металла, a — коэффициент, характеризующий интенсивность накопления поврежденности металла, он зависит также, как и пластичность Λ_p, от термомеханических параметров процесса $\dfrac{\sigma}{T}$, μ_σ, H и θ. При холодной деформации, если $\mu_\sigma = \text{const}$, то с увеличением $\dfrac{\sigma}{T}$ пластичность Λ_p уменьшается, а коэффициент a увеличивается. Опытные данные аппроксимируются зависимостями:

$$\Lambda_p = \chi \exp\left(\lambda \frac{\sigma}{T}\right);$$

$$a = a_0^{1+b\sigma/T}, \qquad (5.13)$$

где χ, λ, a_0, b — коэффициенты зависят от марки стали или сплава, их находят, используя опытные данные, по методу наименьших квадратов.

В основу модели разрушения металла при знакопеременной пластической деформации положена идея о том, что интенсивность накопления поврежденности металла в начале

каждого этапа равна нулю, а в конце этапа определяется следующим образом:

$$\left.\frac{d\omega}{d\Lambda}\right|_{\tau=t_i} = \frac{a\Lambda_i^{a-1}}{\Lambda_p^a} \qquad (5.14)$$

и зависит от амплитуды знакопеременной деформации Λ_i.

Справедливость этих положений, а также использованных критериев микро- и макроразрушения будет доказана, если в опытах подтвердится свойство аддитивности поврежденности металла. В противном случае следует сделать вывод о неприемлемости модели и тех положений, которые лежат в ее основе. Все опыты проводились при комнатной температуре и неизменной скорости деформации. Показатели напряженного состояния σ/T и μ_σ изменялись в широком диапазоне. Деформация при испытании образцов имела характер монотонной, квазимонотонной и знакопеременной деформации.

Монотонная деформация. Произведем расчет степени деформации сдвига до разрушения Λ_* для двух траекторий нагружения образцов, когда показатель напряженного состояния уменьшается (первая траектория) и когда он увеличивается (вторая траектория). Деформация в обоих случаях осуществлялась за три этапа, на протяжении каждого из которых показатели $\dfrac{\sigma}{T}$ и μ_σ были неизменны, но скачком изменялись при смене номера этапа. Пластичность металла Λ_p и значения a определяли по аппроксимационным формулам (5.13). Дополнительно были произведены расчеты, полагая, что a не зависит от напряженного состояния и $a_1 = a_2 = a_3$(вариант 3), а во втором варианте, наоборот, считали эту зависимость более выраженной, чем это соответствовало для варианта 1. Для трехэтапного нагружения, если для первых двух этапов степень деформации сдвига Λ_1 и Λ_2 заданы, то из условия разрушения определяется степень деформации сдвига на третьем этапе

$$\Lambda_3 = \Lambda_{p3}\left\{1 - \left[\left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}}\right)^{a_1/a_2} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_{p2}}\right]^{a_2/a_3}\right\}, \qquad (5.15)$$

Затем, суммируя степень деформации сдвига за три этапа, рассчитывается степень деформации сдвига до разрушения Λ_*. В ре-

зультате можно оценить влияние траектории нагружения на Λ_*. В табл. 5.1 приведены значения степени деформации сдвига на первом и втором этапах Λ_1 и Λ_2, показателей напряженного состояния, пластичности Λ_p и коэффициента a на всех этапах нагружения, а также расчетные значения Λ_3 и $\Lambda_* = \sum_{i=1}^{3} \Lambda_i$ для каждой из вариантов расчета.

Таблица 5.1

Влияние траектории нагружения $\sigma/T(\tau)$ на степень деформации сдвига за три этапа монотонной деформации для трех вариантов расчета поврежденности металла

Характеристика траектории нагружения	Вариант	Свойства материала						Степень деформации сдвига на 3-м этапе Λ_3	Степень деформации сдвига до разрушения Λ_*
		Λ_{p1}	a_1	Λ_{p2}	a_2	Λ_{p3}	a_3		
$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_1 > \left(\frac{\sigma}{T}\right)_2 > \left(\frac{\sigma}{T}\right)_3$	1	0,5	2,2	1,0	2,0	1,5	1,8	0,39	0,99
$\Lambda_1 = 0{,}2;\ \Lambda_2 = 0{,}4$	2	0,5	2,4	1,0	2,0	1,5	1,6	0,48	1,08
	3	0,5	1,0	1,0	1,0	1,5	1,0	0,3	0,90
$\left(\frac{\sigma}{T}\right)_1 > \left(\frac{\sigma}{T}\right)_2 > \left(\frac{\sigma}{T}\right)_3$	1	1,5	1,8	1,0	2,0	0,5	2,2	0,12	0,82
$\Lambda_1 = 0{,}3;\ \Lambda_2 = 0{,}4$	2	1,5	1,6	1,0	2,0	0,5	2,4	0,09	0,79
	3	1,5	1,0	1,0	1,0	0,5	1,0	0,2	0,90

Видно, что степень деформации сдвига до разрушения Λ_* не зависит от траектории нагружения для варианта расчета, для которого отсутствует зависимость a от σ/T (вариант 3, для которого $a_1 = a_2 = a_3 = 1$). Согласно формуле (5.13) коэффициент a при увеличении $\frac{\sigma}{T}$ фактически возрастает. В строках 1 и 2 приведены результаты расчета с учетом зависимости a от σ/T. Для обоих вариантов влияние траектории нагружения на степень деформации сдвига Λ_* очевидно: для первого варианта различие достигает 20,7 %, а для второго — 36,7 %. Аналогичные результаты были получены в опытах при растяжении образцов с кручением. В случае, когда опыт начинался растяжением, а затем увеличивался крутящий момент, и, уменьшая силу растяжения, заканчивался скручиванием, степень деформации сдвига Λ_* была на 15—20 % больше значения, полученного в опыте, когда кручение заканчивалось растяжением.

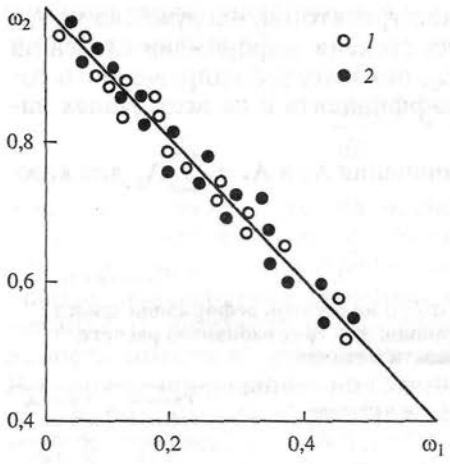


Рис. 5.24. Экспериментальная проверка модели разрушения (5.6) для стали Ст3сп при различных траекториях нагружения:

$1 - \left(\frac{\sigma}{T}\right)_1 > \left(\frac{\sigma}{T}\right)_2$; $2 - \left(\frac{\sigma}{T}\right)_1 < \left(\frac{\sigma}{T}\right)_2$

Для проверки достоверности модели разрушения (5.6) были поставлены опыты на растяжение образцов из стали Ст3сп по двум траекториям нагружения, состоящим из двух этапов деформации до разрушения. Для первой траектории характерно, что на первом этапе деформации $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_1$ больше, чем $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_2$, имеющем место на втором этапе, а для второй наоборот $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_1 < \left(\frac{\sigma}{T}\right)_2$. Расчет поврежденности металла за два этапа деформации осуществлялся по формуле

$$\omega = \left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}}^{a_1/a_2} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_{p2}} \right)^{a_2} = 1,$$

значения Λ_{p1} и a_1, Λ_{p2} и a_2 вычислялись при соответствующих значениях $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_1$ и $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_2$ по формулам (5.13). Степень деформации сдвига на первом этапе изменяли в диапазоне $0 < \Lambda < \Lambda_{p1}$. Результаты опытов представлены на рис. 5.24. Зависимость ω_2 от ω_1 линейная. Среднее значение поврежденности $\omega = \omega_1 + \omega_2$ по всем опытам $\bar{\omega} = 1{,}01$, а дисперия $s^2(\omega) = 0{,}0094$. Это свидетельствует, что при использовании предложенной модели накопления поврежденности металла при монотонной пластической деформации (5.6.) свойство аддитивности поврежденности выполняется. Для сравнения приведены (рис. 5.25) результаты расчета поврежденности металла в соответствии с моделью

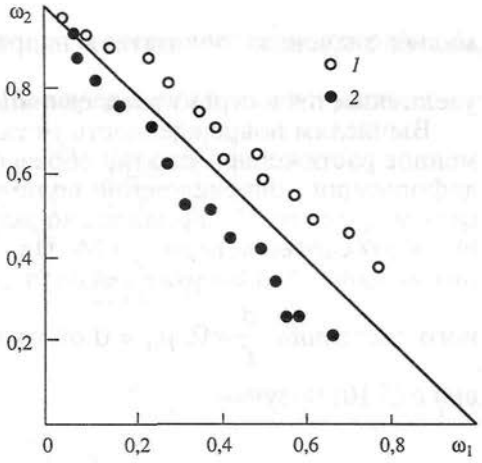


Рис. 5.25. Расчет поврежденности металла по формуле (5.6) при условии, что $a\left(\frac{\sigma}{T}\right) = \text{const} = 1$ для траектории нагружения: $1 - \left(\frac{\sigma}{T}\right)_1 > \left(\frac{\sigma}{T}\right)_2$; $2 - \left(\frac{\sigma}{T}\right)_1 < \left(\frac{\sigma}{T}\right)_2$

$\omega = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_{p2}}$, т. е. для случая, когда $a_1 = a_2 = 1$. Видно, что для последней модели поврежденность металла в момент макроразрушения отличается от единицы, а результат расчета зависит от траектории нагружения. Напрашивается вывод о неправомерности использования этой модели, т. к. свойство аддитивности поврежденности не удовлетворяется.

Знакопеременная деформация

Примерами знакопеременной деформации являются циклическое кручение и изгиб, растяжение с последующим сжатием, растяжение с последующим кручением и т. п. Экспериментальные исследования разрушения металла при малой упруго-пластической знакопеременной деформации обобщены в теории малоцикловой усталости.

Если амплитуду или размах пластической деформации обозначить $\Delta\varepsilon_{пл}$, а число циклов до разрушения образца N, то опытные данные, полученные при одноосной циклической деформации растяжение—сжатие, удовлетворяют уравнению Мансона—Коффина:

$$\Delta\varepsilon_{пл} \cdot N^{\gamma} = C, \qquad (5.16)$$

где γ и C — константы материала. По предложению Коффина $\gamma = 0{,}5$, а $C = 0{,}5\varepsilon_f$, где ε_f — истинная (логарифмическая) деформация до разрушения. Более поздние исследования малоцикловой усталости алюминиевых, титановых, никелевых сплавов и сталей показали, что величина γ зависит не только от химического состава и структуры сплава, но и от температурно-скоростных условий и напряженного состояния. Величина γ изменяется в широком диапазоне от 0,1 до 1. При высоких температурах и

малых значениях показателя напряженного состояния $\left(\frac{\sigma}{T}\right)$ γ увеличивается и стремится к единице.

Вычислим поврежденность металла в опытах на знакопеременное растяжение—сжатие образцов с неизменной амплитудой деформации, определенной величиной степени деформации сдвига $\Lambda_i = \text{const}$. Число этапов до разрушения n_f связано с числом циклов N соотношением $n_f = 2N$. Пластичность металла при средних за один цикл нагружения значениях показателей напряженного состояния $\frac{\sigma}{T} = 0$; $\mu_\sigma = 0$ обозначим Λ_{p_0}. Тогда в соответствии с (5.10) получим

$$\omega = \left(\frac{\Lambda_i}{\Lambda_{p0}}\right)^{a_0} \cdot n_f = 1.$$

Заменив $\Lambda_i = \sqrt{3}\Delta\varepsilon_{пл}$, правую и левую части равенства возведем в степень $1/a_0$ и получим

$$\Delta\varepsilon_{пл} N^{1/a_0} = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot 2^{1/a_0}} \cdot \Lambda_{p_0}. \qquad (5.17)$$

Сравнивая (5.17) и (5.16), находим, что коэффициент Мансона—Коффина связан с коэффициентом зависимостью $\gamma = 1/a_0$. Коэффициент a_0 находят в опытах на знакопеременное кручение образцов $\left(\frac{\sigma}{T} = 0; \mu_\sigma = 0\right)$ с постоянным углом при закручивании и раскручивании. Константа C определяется значением пластичности металла при скручивании образцов Λ_p: $C = 1/\sqrt{3} \cdot 2^{1/a_0} \cdot \Lambda_{p_0}$.

Нетрудно обобщить уравнение Мансона—Коффина для случая знакопеременной деформации с изменяющейся амплитудой. Пусть отношение амплитуды на четном этапе к амплитуде на нечетном этапе деформации будет меньше единицы и определено коэффициентом формы цикла $\beta = \frac{\Lambda_{2i}}{\Lambda_{2i-1}}$. Тогда $\Lambda_{2i} = \beta \cdot \Lambda_{2i-1} = \Delta\Lambda$. Если при знакопеременной деформации показатели напря-

женного состояния $\frac{\sigma}{T}=0$ и $\mu_\sigma = 0$, тогда пластичность равна Λ_{p_0}.

Из условия разрушения (5.10) определяется соотношение

$$\omega = N\cdot\left[\left(\frac{\Delta\Lambda}{\Lambda_{p_0}}\right)^{a_0}+\left(\frac{\beta\Delta\Lambda}{\Lambda_{p_0}}\right)^{a_0}\right]=1,$$

$$\text{или } N\cdot\Delta\Lambda^{a_0} = \Lambda_{p_0}^{a_0}\Big/\left(1+\beta^{a_0}\right)^{-1}.$$

Тогда окончательно имеем

$$\Delta\varepsilon\cdot N^{1/a_0} = \frac{1}{\sqrt{3}\left(1+\beta^{a_0}\right)^{1/a_0}}. \qquad (5.18)$$

В частном случае, когда $\beta = 1$, выражение (5.18) преобразуется в известное уравнение Мэнсона—Коффина (5.17).

Данные опытов на знакопеременное кручение образцов из стали 30 с изменяющейся во время опыта формой цикла были обработаны, на каждом этапе рассчитывалось значение поврежденности металла $\omega_i = \left(\frac{\Lambda_i}{\Lambda_{p_0}}\right)^{a_0}$, а затем определялось опытное значение поврежденности металла в момент макроразрушения $\omega = \sum_{i=1}^{n_f}\omega_i$.

Результаты расчета по опытным данным приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Экспериментальная проверка модели накопления поврежденности металла при знакопеременном кручении образцов

№ пп	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	$\sum_{i=1}^{n_f}\omega_i$
1	0,58	0,08	0,34	—	—	—	—	1,0
2	0,51	0,08	0,38	—	—	—	—	0,97
3	0,35	0,26	0,25	—	—	—	—	0,86
4	0,62	0,06	0,35	—	—	—	—	1,03
5	0,17	0,04	0,13	0,02	0,20	0,07	0,25	0,95
6	0,31	0,11	0,01	0,01	0,44	—	—	0,88

Среднее значение по результатам испытания шести образцов $\bar{\omega} = 0{,}95$, $\bar{\omega} = \frac{1}{6}\sum_{\varkappa=1}^{6}\omega_\varkappa$, а среднеквадратичное отклонение 0,068.

Таким образом, свойство аддитивности поврежденности металла при знакопеременной деформации в соответствии с моделью (5.10) подтверждается сравнением $\bar{\omega}$ с теоретическим значением $\omega = 1$ в результате проверки статистической гипотезы о равенстве средних по критерию Стьюдента.

К аналогичному результату привели опытные данные суммирования поврежденности металла, рассчитанные в соответствии с моделью (5.10), которые получены при растяжении образцов на различную степень деформации сдвига с последующим их скручиванием до разрушения. Среднее значение поврежденности $\bar{\omega} = \frac{1}{12}\sum_{\varkappa=1}^{12}\omega_\varkappa$ по двенадцати опытам составило 1,01, а среднеквадратичное отклонение $s = 0{,}04$.

Многократная холодная деформация с промежуточными отжигами. В процессе холодной деформации накапливается поврежденность металла, которую в общем случае, когда деформация является знакопеременной, можно определить по формуле

$$\omega = \sum_{i=1}^{n}\int_0^{\Lambda_i}\frac{a\Lambda^{a-1}}{\Lambda_p^a}d\Lambda,$$

где n — число этапов знакопеременной деформации.

Первый цикл обработки металла заканчивается рекристаллизационным отжигом, который проводят с целью уменьшения сопротивления деформации (снятия наклепа), а также уменьшения поврежденности металла. Таким образом осуществляется подготовка ко второму циклу холодной деформации и термической обработки. Если число циклов обработки обозначить k, то остаточная поврежденность металла после многократной холодной деформации с промежуточными отжигами определяется следующим образом:

$$\omega_{ост} = \sum_{\dot{y}=1}^{k}\left(\omega_j - \Delta\omega_j\right), \qquad (5.19)$$

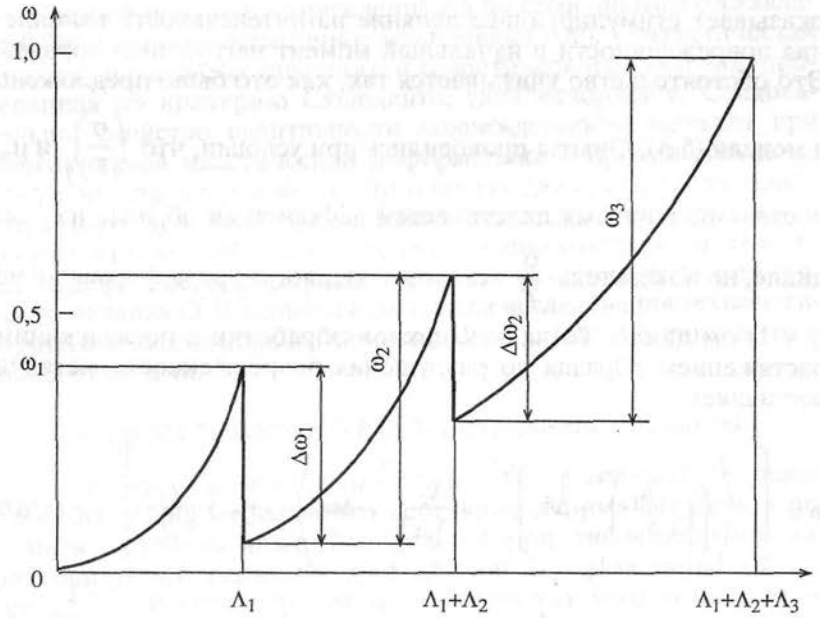


Рис. 5.26. Схема опытов двух циклов пластической и термической обработки образцов с последующим растяжением их до разрыва

где ω_j — поврежденность металла, накопленная при пластической деформации, а $\Delta\omega_j$ — уменьшение поврежденности при термической обработке на j-ом цикле. Величина $\Delta\omega_j$ определяется с помощью диаграммы залечивания для статической рекристаллизации (рис. 5.22*а*), для динамической рекристаллизации (рис. 5.22*б*).

Для оценки точности расчета по формуле (5.19) и доказательства свойства аддитивности поврежденности металла были поставлены опыты с двумя циклами пластической и термической обработки с последующим испытанием образцов до разрушения. Как на предварительных циклах, так и на последнем третьем цикле образцы подвергались одноосному растяжению (монотонная деформация) на различную степень деформации сдвига, следовательно, в образцах появлялась различная величина поврежденности металла. Схема опытов изображена на рис. 5.26. В зависимости от уровня накопленной в процессе холодной деформации поврежденности металла ω_j после рекристаллизационного отжига может появиться остаточная поврежденность $\omega_{остj}$, которая при последующей деформации на $(j + 1)$-ом цикле

оказывает стимулирующее влияние на интенсивность накопления поврежденности в начальный момент нагружения образца. Это обстоятельство учитывается так, как это было предложено в модели (5.3). Опыты проводились при условии, что $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_j$ и $\mu_{\sigma j}$ постоянны во время пластической деформации образца на j-ом цикле, но показатель $\frac{\sigma}{T}$ скачком изменяется при деформации на $(j + 1)$-ом цикле. Тогда за k-циклов обработки с последующим растяжением образца до разрушения поврежденность металла составляет

$$\omega = \left[\cdots \left\langle \left\{ \left[\left(\frac{\Lambda_1}{\Lambda_{p1}} \right)^{a_1} - \Delta\omega_1 \right]^{a_1/a_2} + \frac{\Lambda_2}{\Lambda_{p2}} \right\}^{a_2} - \Delta\omega_2 \right\rangle^{1/a_3} + \ldots + \frac{\Lambda_k}{\Lambda_{p_{(k+1)}}} \right]^{a_{(k+1)}} \cdot \quad (5.20)$$

где Λ_j — степень деформации сдвига при растяжении образца, Λ_{pj} и a_j — пластичность и коэффициент, определяющий интенсивность накопления поврежденности металла, вычисляются по формулам (5.13). Теоретическое значение поврежденности равно единице, а опытные значения приведены в табл. 5.3.

Таблица 5.3

Экспериментальная проверка модели уменьшения поврежденности металла при термообработке

№ пп	Степень деформации сдвига и показатель напряженного состояния на j-ом цикле						ω_1	$\Delta\omega_1$	ω_2	$\Delta\omega_2$	ω_3	ω
	Λ_1	σ/T_1	Λ_2	σ/T_2	Λ_3	σ/Λ						
1	1,32	0,84	1,39	1,40	1,02	1,69	0,38	0,30	0,52	0,29	0,68	0,99
2	1,48	0,85	1,20	1,39	1,20	1,71	0,42	0,32	0,46	0,26	0,69	0,99
3	1,42	0,84	1,07	1,37	1,51	1,72	0,39	0,31	0,34	0,20	0,86	1,08
4	1,49	0,85	1,33	1,12	1,24	1,60	0,42	0,32	0,28	0,15	0,66	0,89
5	1,47	0,84	0,43	1,12	1,48	1,56	0,41	0,31	0,12	0,05	0,88	1,05
6	1,36	0,82	0,57	1,14	1,69	1,61	0,36	0,31	0,13	0,07	0,83	0,94
7	1,52	0,85	0,46	1,12	1,55	1,52	0,44	0,33	0,13	0,05	0,80	0,99

$\bar{\omega} = 0{,}99$

Среднее значение поврежденности по семи опытам составляет 0,99, а среднеквадратичное отклонение 0,06. Статистическая гипотеза о равенстве опытного и теоретического значений, проверенная по критерию Стьюдента, удовлетворяется. Следовательно, свойство аддитивности поврежденности металла при многократной пластической деформациии с промежуточными отжигами, представленными опытными данными, подтверждается. Поэтому модель уменьшения поврежденности металла при рекристаллизационном отжиге достоверно отображает залечивание дефектов, а формула для расчета остаточной поврежденности металла (5.19) рекомендуется для исследования технологических процессов обработки металлов давлением с промежуточными отжигами.

5.8. МОДЕЛЬ ВЯЗКОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТРЕЩИНЫ

Рассмотрим вязкое распространение трещины в условиях плоского деформированного состояния. Форма дефекта в исходном состоянии может быть либо порой, либо трещиной, характеризуемой радиусом r_0 и длиной $2c_0$. Для поры $c_0 = 0$ (рис. 5.25). Радиус дефекта может быть как угодно мал, но не может быть меньше параметра кристаллической решетки. Под воздействием сплошной среды пора или трещина могут деформироваться двумя способами: с увеличением или уменьшением радиуса кривизны дефекта на линии фронта предполагаемого распространения вязкой трещины $OO'O''$ (рис. 5.28). Способ изменения формы дефекта определяется из граничных условий знаком радиальной компоненты вектора скорости. Если $v_\rho < 0$, то радиус в точке О будет уменьшаться. Если $v_\rho > 0$, то радиус дефекта увеличивается.

Пластическая область на фронте распространения трещины, определяемая сеткой линий скольжения, в обоих случаях будет

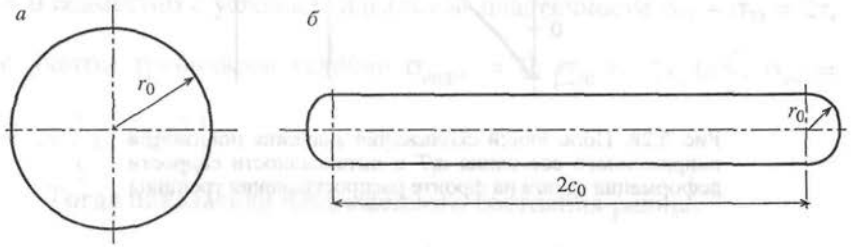


Рис. 5.27. Форма дефекта:
а — пора; *б* — трещина

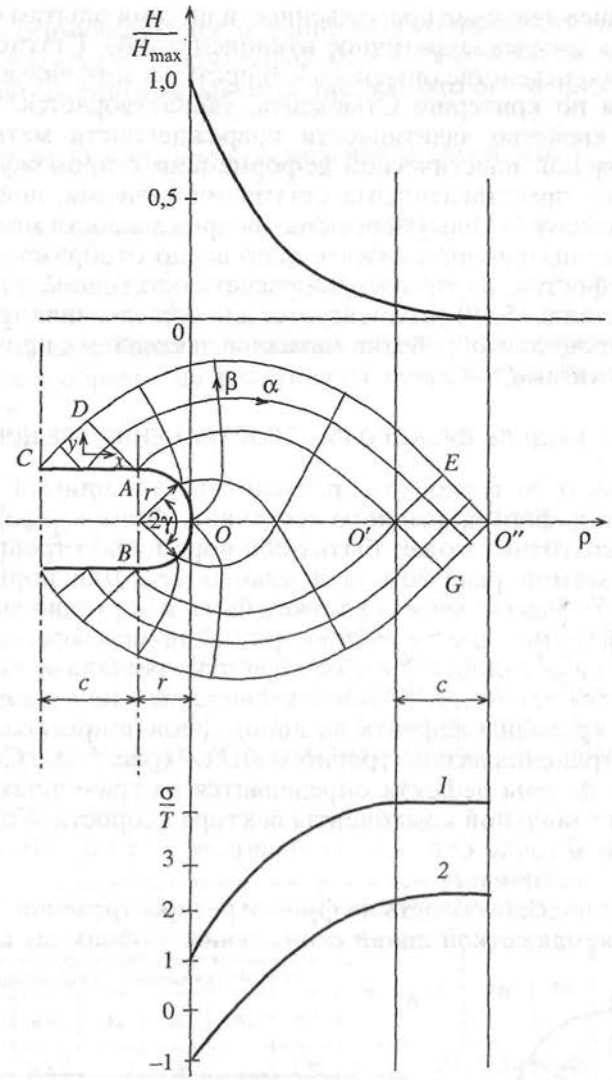


Рис. 5.28. Поле линий скольжения значения показателя напряженного состояния σ/T и интенсивности скорости деформации сдвига на фронте распространения трещины

одинаковой. Размеры дефекта в некоторый момент времени обозначим r и $2c$. В полярной системе координат (ρ, φ), поскольку поверхность дефекта свободна от напряжений ($\sigma_{\rho\rho/\rho=r} = 0$), компоненты тензора напряжений легко определить: $\sigma_{\rho\rho} = 0$; $\sigma_{\rho\varphi} = 0$; $\sigma_{\varphi\varphi} = \pm 2\tau_s$; $\sigma_{zz} = \pm\tau_s$, причем знак напряжений σ_{zz} и $\sigma_{\varphi\varphi}$ определяется из физических соображений. Знак плюс для напряжений $\sigma_{\varphi\varphi}$ и σ_{zz} соответствует увеличению, а минус — уменьшению радиуса дефекта. Сетка линий скольжения в области $AO'B$ образуется двумя семействами логарифмических спиралей. Протяженность пластической области определяется координатой точки O' $\rho = \rho_*$. Протяженность пластической области, характеризуемая длиной отрезка OO', определяется углом 2γ, который может изменяться от нуля до π. В процессе развития деформации угол γ монотонно растет, и он связан с координатой границы пластической области по фронту распространения трещины в точке O' выражением

$$\rho_* = r\exp(\gamma). \qquad (5.21)$$

В предельном случае при значении $\gamma = \pi/2$ значение $\rho_* = 4{,}81r$, поэтому протяженность пластической области OO' равна $3{,}81r$. В случае формоизменения металла по всему периметру трещины длина пластической области увеличится на величину $O'O''$, тогда

$$\rho_* = (\exp\pi/2 + c)r. \qquad (5.22)$$

Напряжения σ_{rr} и $\sigma_{\varphi\varphi}$ в области $AO'B$ определяются из решения дифференциального уравнения равновесия $\frac{\partial\sigma_{\rho\rho}}{\partial\rho} + \frac{\sigma_{\rho\rho} - \sigma_{\varphi\varphi}}{\rho} = 0$ совместно с условием идеальной пластичности $\sigma_{11} - \sigma_{33} = 2\tau_s$ с учетом граничного условия $\sigma_{\rho\rho/\rho=r} = 0$: $\sigma_{\rho\rho} = 2\tau_s \ln\frac{\rho}{r}$; $\sigma_{\varphi\varphi} = 2\tau_s\left(\pm 1 + \ln\frac{\rho}{r}\right)$.

Тогда показатели напряженного состояния равны:

$$\mu_\sigma = 0 \text{ и } \frac{\sigma}{T} = \left(\pm 1 + 2\ln\frac{\rho}{r}\right). \qquad (5.22)$$

Знак плюс соответствует увеличению, а минус — уменьшению радиуса дефекта. В первом случае показатель $\frac{\sigma}{T}$ изменяется от значения 1 в точке O до значения 4,14 в точке O', на участке $O'O''$ напряженное состояние однородное, а показатель напряженного состояния является постоянной величиной и равен 4,14 (рис. 5.28, кривая *1*). Во втором — $\frac{\sigma}{T}$ изменяется от значения –1 в точке O до значения 2,14 в точке O' (кривая *2*). Таким образом, при превращении трещины в пору или в случае роста поры напряженное состояние более неблагоприятное, чем при превращении поры в трещину.

Определим деформированное состояние на фронте распространения трещины $OO'O''$. Мгновенное состояние движения определяется полем скоростей в пластической области. В области $AO'B$ имеет место радиальное течение, для которого $v_\varphi = 0$. Радиальную компоненту вектора скорости найдем из решения условия несжимаемости $\frac{\partial v_\rho}{\partial\rho} + \frac{v_\rho}{\rho} = 0$ с учетом граничного условия $v_{\rho/\rho=r} = \pm v_0 = \text{const}$, а радиус дефекта определим в соответствии с уравнением $r = r_0 \pm v_0 t$.

В результате решения в момент времени $\tau = t$ получим $v_\rho = \pm v_0\frac{r}{\rho}$. Тогда интенсивности скорости деформации сдвига $H = 2v_0\frac{r}{\rho^2}$. Максимальное значение имеет место на поверхности дефекта в точке O при $\rho = r$, равное $H_{\max} = 2\frac{v_0}{r}$. На участке $r \geq \rho \leq \left(\exp\frac{\pi}{2} + c\right)r$ значение интенсивности скорости деформации сдвига изменяется в соответствии с формулой

$$H = 2\frac{v_0}{r}\cdot\frac{r^2}{\rho^2}. \qquad (5.23)$$

На рис. 5.28 показана зависимость отношения H/H_{max} от ρ. Видно, что максимальное значение интенсивность деформации сдвига имеет на поверхности дефекта, а при удалении отношение H/H_{max} резко уменьшается. Аналогичный характер имеет зависимость степени деформации сдвига от радиуса:

$$\Lambda = \left| 2\frac{r_1^2}{\rho_2} \ln\frac{r_1}{r_0} \right|, \qquad (5.24)$$

где r_0 и r_1 — значение радиуса дефекта на фронте его распространения до и после деформации.

Рассмотрим возможные варианты формоизменения поры или трещины в зависимости от условий деформации. Пусть пора или трещина растут в условиях плоской деформации ($\mu_\sigma = 0$), а радиус их увеличивается так, что $r_1 > r_0$, где r_0 и r_1 — радиус дефекта до и после деформации. Материал, в котором расположен дефект, находится в состоянии сверхпластичности при $\frac{\sigma}{T} < 1{,}0$. Поскольку показатель напряженного состояния на фронте развития дефекта $\frac{\sigma}{T} \geq 1{,}0$, то все материальные частицы на линии $OO'O''$ (рис. 5.28) накапливают поврежденность. Очевидно, что наиболее интенсивный ее рост имеет место в точке O, т. к. интенсивность деформации сдвига имеет максимальное значение. За время $\tau = t$ поврежденность металла в точке O достигнет значения $\omega = \left(\frac{2\ln\frac{r_1}{r_0}}{\Lambda_{p1}} \right)^{a_1}$, где Λ_{p1} — пластичность металла при показателях напряженного состояния $\mu_\sigma = 0$ и $\frac{\sigma}{T} = 1$. В момент макроразрушения $\omega = 1$, тогда можно определить радиус дефекта r_1, соответствующий образованию новой трещины на фронте ее развития: $r_1 = r_0 \exp(\Lambda_{p1}/2)$. В течение последующего времени в других точках фронта $OO'O''$ поврежденность достигнет критического значения $\omega = 1$ и можно говорить о возникновении новой макроскопической трещины с радиусом r_0', которая развивается аналогично развитию трещины в исходном состоянии (рис. 5.29*а*).

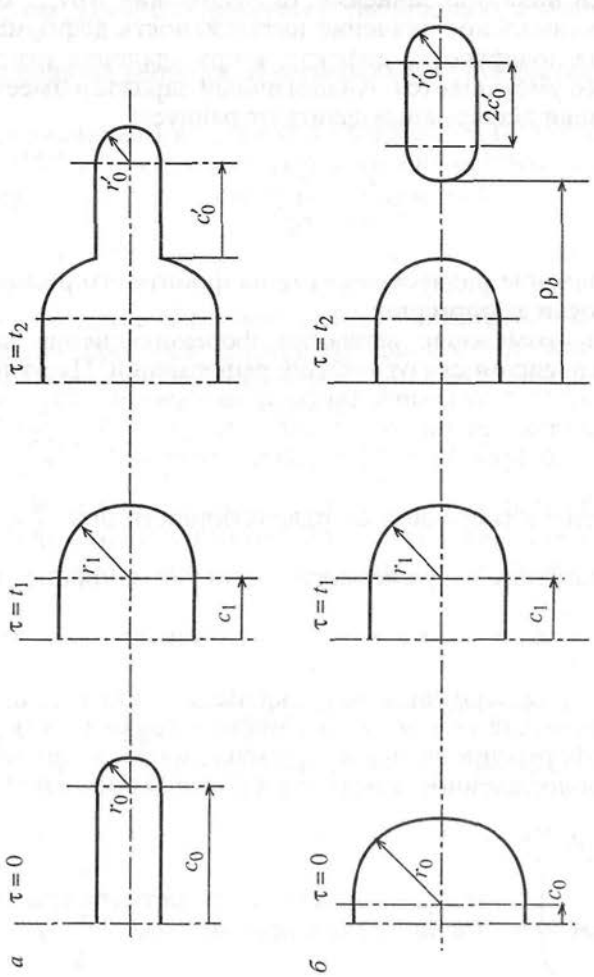


Рис. 5.29. Схемы развития трещины в зависимости от положения границы вязкого разрушения и неограниченной пластичности металла:

a — $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_n < 1$; $б$ — $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_n = \left(\frac{\sigma}{T}\right)_{\eta(\rho=\rho_b}$

Рассмотрим случай, когда материал, в котором расположен дефект с увеличивающимся в процессе деформации радиусом, на участке OO' находится в состоянии неограниченной пластичности, т. к. $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_b = \left(\frac{\sigma}{T}\right)_n$. Тогда на OO' $\Lambda_p \to \infty$, а поврежденность $\omega = 0$. Новая трещина возникнет в точке с координатой $\rho > \rho_b$, где поврежденность металла достигнет значения единицы и появится новая макротрещина с радиусом r_0', которая будет развиваться самостоятельно по механизму, описанному выше. Не исключено соединение первоначальной и вторичной микротрещин друг с другом (рис. 5.29*б*).

Представляет интерес формоизменение пор и трещин, сопровождающееся уменьшением радиуса, когда показатель напряженного состояния на фронте развития дефекта в условиях плоской деформации изменяется от –1 до 2,14. Рассмотрим случай, когда материал, в котором расположен дефект, находится в состоянии неограниченной пластичности при показателе $(\sigma/T)_n = 2{,}14$. В этом случае поврежденность металла во все время формоизменения дефекта остается равной нулю, а пора или трещина исчезнут ("залечатся").

5.9. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ ОБРАБОТКЕ ДАВЛЕНИЕМ

В технологических процессах изготовления изделий способами обработки металлов давлением в зависимости от технологических режимов и пластичности металла происходит накопление, либо уменьшение поврежденности. В связи с локальностью разрушения расчет поврежденности металла выполняется для конкретной частицы, а интегрирование по формуле (5.10) осуществляется вдоль ее траектории. Таким образом, моделирование разрушения металла при обработке давлением требует решения краевой задачи с целью определения траектории частиц, которые разрушаются в первую очередь. Вдоль траектории устанавливаются закономерности изменения температуры θ и скорости деформации сдвига H, показателей напряженного состояния σ/T и μ_σ. В результате исследования знака скорости вращения частицы вдоль траектории определяется число этапов знакопеременной деформации n и на каждом из них амплитуда деформации $\Lambda_i = \int_0^{t_i} H d\tau$.

Предполагается, что для деформируемого металла или сплава в опытах определены аппроксимационные зависимости пластичности Λ_p, коэффициента a и уменьшения поврежденности металла при рекристаллизации $\Delta\omega$:

$$\Lambda_p = \Lambda_p\left(\frac{\sigma}{T}, \mu_\sigma, H, \theta, c_i, x_i\right);$$

$$a = a\left(\frac{\sigma}{T}, \mu_\sigma, H, \theta, c_i, x_i\right); \qquad (5.25)$$

$$\Delta\omega = \Delta\omega\left(\omega, \frac{\sigma}{T}, \mu_\sigma, H, \theta, c_i, x_i\right),$$

где c_i — параметры структуры, а X_i — химический состав. Практически первое уравнение хорошо аппроксимируется зависимостью

$$\Lambda_p = \exp[b_1 + b_2\mu_\sigma + (b_3 + b_4\mu_\sigma)\sigma/T], \qquad (5.26)$$

где b_i — эмпирические коэффициенты для сплава в состоянии до обработки давлением. Второе уравнение получают при аппроксимации опытных данных на знакопеременное кручение образцов в виде

$$a = a_0^{1+b\sigma/T}, \qquad (5.27)$$

где a_0 и b — коэффициенты, характеризующие свойства материала.

Третье уравнение обычно задают графически (рис. 5.22*а*, *б*) в зависимости от типа рекристаллизационного процесса и значения σ/T, при котором протекает динамическая рекристаллизация.

Расчет поврежденности в общем случае осуществляется с помощью формул (5.10) и (5.19) для нескольких частиц с наибольшей интенсивностью накопления. При дальнейшем анализе технологического процесса выбирается частица с максимальным уровнем остаточной поврежденности $\omega_{ост}$, значение которой сравнивается с разницей $(\omega_{**} - \omega_*)$ или $(1 - \omega_*)$. Если $\omega_{ост} > (\omega_{**} - \omega_*)$, то для рассматриваемой частицы характерна потеря прочностных характеристик, а если $\omega_{ост} = 1$, то появляется макроскопическая трещина или пора.

Для исследования технологических процессов обработки металлов давлением целесообразно применять вероятностные

оценки потери служебных характеристик металлопродукции или появления макродефектов. В соответствии с детерминированными критериями микроразрушения $\omega = \omega_*$ и $\omega = \omega_{**}$, а также макроразрушения металла $\omega = 1$, при их удовлетворении в рассматриваемом процессе вся продукция не соответствует принятому стандарту. В действительности при достижении поврежденности $\omega = [\omega]$, только часть продукции может быть забракована. Оценкой объема забракованной продукции по тому или иному критерию микро- или макроразрушения является вероятность события $\omega = [\omega]$:

$$P(\omega = [\omega]) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\omega) \cdot f_2\big([\omega]\big)\, d\omega, \qquad (5.28)$$

где $[\omega]$ — критическое значение поврежденности металла в зависимости от принятого критерия микро- или макроразрушения; $f_1(\omega)$ и $f_2[(\omega)]$ — функции плотности распределения поврежденности и критического значения поврежденности металла. Функции f_1 и f_2 зависят от случайного характера технологических режимов и пластичности металла. Параметры распределения функций f_1 и f_2 для известных законов распределения технологических факторов и пластичности металла определяются одним из методов анализа неслучайной функции от случайных аргументов, например, методом Монте-Карло. Аппроксимация законов распределения f_1 и f_2 эффективно осуществляется применением универсального метода Джонсона.

Заключительным этапом исследования процесса обработки металлов давлением является анализ влияния технологических факторов на поврежденность, или вероятность изготовления некондиционной продукции.

5.9.1. Моделирование разрушения металла при волочении полосы через клиновую матрицу

Напряженно-деформированное состояние. Полоса, подвергаемая волочению, является изотропным, несжимаемым и идеально-пластичным телом: $T = \tau_s$; $\xi_{ii} = 0$. Давление на инструменте равномерно распределено, а напряжение трения равно нулю. Деформация плоская. Полоса с начальной толщиной h_0 обжимается до толщины h_1. Угол наклона образующей инструмента δ. На входе в очаг задано противонатяжение $\sigma_0 \cdot h_0$. Скорости жестких концов полосы связаны между собой условием постоянства секундных объемов $v_0 \cdot h_0 = v_1 h_1$ (рис. 5.30*а*).

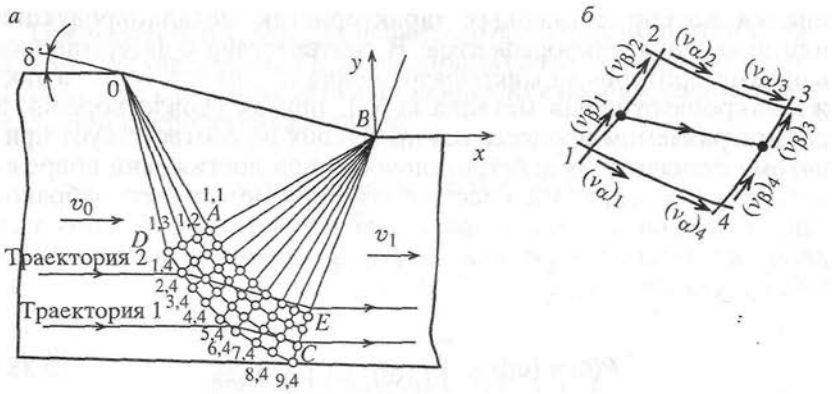


Рис. 5.30. Схема очага деформации и сетка линий скольжения (*а*), элементарная ячейка очага деформации (*б*) при волочении полосы через клиновую матрицу

Сетка линий скольжения, впервые предложенная Р. Хиллом, включает треугольную область однородного напряженного состояния *ABO* вблизи контактной поверхности инструмента, примыкающие к ней два центрированных веера линий скольжения *AEB* и *OAD* и четырехугольную область, в которой все линии скольжения криволинейные.

Решение осуществляется конечно-разностным методом. Последовательно определяются координаты узлов в плоскости напряжений (σ, φ), в физической плоскости (x, y) и в плоскости скоростей (v_α, v_β). В точке *C* трение отсутствует, поэтому линии скольжения наклонены к оси *x* под углом $\pm\pi/4$. На *OB* трение также отсутствует. Тогда углы раскрытия вееров линий скольжения θ и ψ связаны простой зависимостью $\delta = \psi - \theta$. Конкретные значения углов θ и ψ найдем методом последовательных приближений из условия, чтобы точка *C* находилась на оси *x*.

Вычислив таким образом углы φ в точках *D*, *E* и в произвольных узлах *i* на дуге *AD*, *j* на дуге *AE* по формуле $\varphi_{ij} = \varphi_i + \varphi_j - \varphi_c$, можно найти характеристический угол φ_{ij} в любом узле четырехугольной области *DAEC*.

Для определения напряженного состояния воспользуемся граничным условием на входе в очаг деформации, по которому сумма проекций всех сил на координатную ось *x* должна равняться противонатяжению $\sigma_0 h_0$. В конечно-разностной форме это условие записывается в виде

$$\sum_{i=1}^{n} \big(\sigma_i \sin\varphi_i - \tau_s \cos\varphi_i\big)\, l_i = \sigma_0 h_0, \qquad (5.29)$$

где σ_i, φ_i, l_i — соответственно среднее нормальное напряжение, характеристический угол и длина i-го участка вдоль линии скольжения CDO; n — количество таких участков.

Найдя с помощью выражения (5.29) среднее нормальное напряжение в треугольной области OAB по уравнениям Генки $\sigma - 2\tau_s\varphi = x$ (вдоль линий скольжения семейства α) и $\sigma + 2\tau_s\varphi = \eta$ (вдоль β), находим σ во всем очаге деформации. Показатели напряженного состояния равны: $\mu_\sigma = 0$; $\frac{\sigma}{T} = \frac{\sigma}{\tau_s}$, где τ_s — предел текучести на сдвиг.

Для определения деформированного состояния применим условие несжимаемости в виде условия непрерывности нормальной составляющей вектора скорости для линии скольжения $v_n^+ = v_n^-$. Для любой точки линии скольжения α (ODC) получим $v_\beta = v_0\sin\varphi$, а для точек линии скольжения β (BEC) — $v_\alpha = v_1 \cdot \cos\varphi$.

Причем $v_1 = v_0\lambda$, где $\lambda = \frac{h_0}{h_1}$ — коэффициент вытяжки.

Численное решение уравнений Гейрингер (4.65), поскольку в точке C известны и v_α и v_β, дает эти значения в любой точке четырехугольной области $ADCE$, а затем в центрированных полях линий скольжения OAD и BAE и, наконец, в треугольной области OAB, которая движется вдоль линии контакта OB как жесткое тело. Таким образом, в узлах каждой ячейки (рис. 5.30*б*) определены компоненты вектора скорости v_α и v_β. Будем полагать, что материальная частица, проходя очаг деформации и траектории движения внутри каждой ячейки, перемещается как жесткое тело, но деформируется и совершает жесткий поворот относительно главной оси 2, совпадающей с осью z при пересечении линий скольжения. Приращение степени деформации сдвига на линии скольжения определяется по формуле (4.71), $\Delta\Lambda = \frac{|\Delta v_\tau|}{v_n}$, где $\Delta v_\tau = v_\tau^+ - v_\tau^-$ — скачок касательной составляющей вектора скорости при переходе частицы через линию скольжения. Угол поворота частицы при переходе через линию скольжения $\Delta\Phi_1$ по модулю равен $\Delta\Lambda$. Следует иметь ввиду, что одновременно с частицей осуществляется поворот системы координат главных напряжений, начало координат которой совпадает с материальной частицей M. Плоскость координат $1M3$, также как и частица, поворачивается относительно

оси 2, но на угол $\Delta\bar{\Phi}_2$. Тогда угол поворота частицы в главной системе координат равен $\Delta\Phi = \Delta\Phi_1 - \Delta\Phi_2$.

Средняя скорость v и угол γ между вектором скорости $\bar{v}$ и осью x частицы внутри каждой ячейки определяются из следующих соотношений:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}; \quad \gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{v_y}{v_x}\right), \tag{5.30}$$

где $v_x = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[v_{\alpha i}\cos\varphi_i + v_{\beta i}\sin\varphi_i\right]$,

$$v_y = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[-v_{\alpha i}\sin\varphi_i + v_{\beta i}\cos\varphi_i\right].$$

Переходя от ячейки к ячейке, таким образом, определяется траектория движения частицы, угол жесткого поворота Φ ее относительно оси 2 в главной системе координат и степень деформации сдвига Λ, которую она претерпела при движении вдоль траектории. В табл. 5.4 приведены результаты численного решения задачи при волочении полосы с коэффициентом вытяжки $\lambda = 1{,}37$ и при угле наклона образующей $\delta = 15°$. Обозначение узлов соответствует рис. 5.30. На рис 5.31 показано изменение угла жесткого вращения Φ для двух частиц, перемещающихся по траекториям, изображенным на рис. 5.30. Видно, что деформация частиц является знакопеременной, так как скорость вращения изменяет знак. Число этапов два и для каждого из них определена амплитуда знакопеременной деформации.

Разрушение. Будем полагать, что для материала полосы определяющие соотношения механики разрушения металла при пластической деформации найдены из опытов и получены аппроксимационные зависимости в виде (5.26 и 5.27). Тогда поврежденность металла для любой из частиц, проходящих очаг деформации вдоль траектории, рассчитывается по формуле:

$$\omega = \int_0^{\Lambda_1}\frac{a_\varkappa\Lambda^{a-1}}{\Lambda_p^a}d\Lambda + \int_0^{\Lambda_2}\frac{a\Lambda^{a-1}}{\Lambda_p^a}d\Lambda. \tag{5.31}$$

При волочении в рассмотренных условиях полосы из стали 30ХГСА поврежденность металла за один проход, рассчитанная

Таблица 5.4

Результаты расчета напряженно-деформированного состояния при волочении листа (ξ_{yy}, ξ_{xy}, ω, H — средние для ячейки, номер которой совпадает с номерами левого нижнего узла)

Номер узла	σ	φ	v_α	v_β	x	y	v_x	v_y	ξ_{yy}	ω	ξ_{xy}	H
1,1	–0,906	–1,047	0,819	0,819	–0,866	–0,500	1,120	–0,300	—	—	—	—
1,2	–0,801	–1,099	0,754	–0,860	–0,911	–0,525	1,109	–0,281	–0,305	0,042	–0,166	0,696
1,3	–0,696	–1,152	0,688	0,898	–0,959	–0,547	1,101	–0,263	–0,259	0,044	–0,179	0,631
1,4	–0,591	–1,204	0,620	0,932	–1,007	–0,567	1,093	–0,245	0,071	–0,076	–0,201	0,426
2,1	–0,801	–0,994	0,861	0,791	–0,838	–0,544	1,133	–0,290	—	—	—	—
2,2	–0,696	–1,047	0,798	0,835	–0,885	–0,573	1,123	–0,273	–0,294	0,016	–0,138	0,651
2,3	–0,591	–1,099	0,734	0,875	–0,934	–0,600	1,114	–0,256	–0,247	0,027	–0,150	0,579
2,4	–0,486	–1,151	0,668	0,912	–0,984	–0,623	1,118	–0,266	–0,314	–0,087	–0,001	0,628
3,1	–0,696	–0,942	0,902	0,762	–0,808	–0,587	1,147	–0,281	—	—	—	—
3,2	–0,591	–0,994	0,842	0,808	–0,856	–0,620	1,137	–0,265	–0,289	0,015	–0,099	0,611
3,3	–0,486	–1,047	0,780	0,850	–0,906	–0,651	1,127	–0,250	–0,268	0,018	–0,106	0,577
3,4	–0,382	–1,099	0,716	0,890	–0,957	–0,679	1,119	–0,233	–0,239	0,024	–0,132	0,547
4,1	–0,591	–0,890	0,941	0,730	–0,777	–0,629	1,160	–0,271	—	—	—	—
4,2	–0,486	–0,942	0,883	0,778	–0,825	–0,666	1,149	–0,256	–0,287	–0,004	–0,058	0,587
4,3	–0,381	–0,994	0,823	0,823	–0,875	–0,701	1,139	–0,241	–0,250	0,013	–0,090	0,532
4,4	–0,277	–1,047	0,762	0,865	–0,928	–0,733	1,131	–0,227	–0,229	–0,018	–0,100	0,500
5,1	–0,486	–0,837	0,978	0,696	–0,743	–0,669	1,173	–0,260	—	—	—	—
5,2	–0,382	–0,890	0,923	0,746	–0,791	–0,710	1,162	–0,247	–0,271	–0,024	–0,030	0,546
5,3	–0,277	–0,942	0,866	0,793	–0,842	–0,749	1,152	–0,234	–0,245	–0,007	–0,055	0,504
5,4	–0,172	–0,994	0,806	0,837	–0,895	–0,786	1,142	–0,219	–0,226	0,018	–0,080	0,481
6,1	–0,381	–0,785	1,014	0,661	–0,706	–0,707	1,185	–0,249	—	—	—	—
6,2	0,277	–0,837	0,962	0,712	–0,755	–0,752	1,174	–0,237	–0,258	–0,028	0,006	0,518
6,3	–0,172	–0,890	0,907	0,761	–0,806	–0,796	1,163	–0,225	–0,245	–0,015	–0,021	0,492
6,4	–0,067	–0,941	0,849	0,807	–0,860	–0,838	1,153	–0,212	–0,230	–0,004	–0,050	0,471
7,1	–0,277	–0,732	1,048	0,623	–0,668	–0,743	1,197	–0,236	—	—	—	—
7,2	–0,172	–0,785	0,998	0,676	–0,716	–0,793	1,185	–0,227	–0,251	–0,035	0,036	0,507
7,3	–0,067	–0837	0,946	0,727	–0,767	–0,841	1,174	–0,215	–0,233	–0,27	0,002	0,467
7,4	–0,037	–0,890	0,891	0,776	–0,821	–0,888	1,165	–0,204	–0,221	–0,013	–0,026	0,445
8,1	–0,172	–0,680	1,079	0,583	–0,629	–0,777	1,206	–0,225	—	—	—	—
8,2	–0,67	–0,732	1,032	0,638	–0,657	–0,832	1,195	–0,215	–0,237	–0,045	0,043	0,482
8,3	–0,037	–0,785	0,983	0,691	–0,726	–0,885	1,185	–0,206	–0,223	–0,038	0,026	0,449
8,4	0,140	–0,837	0,931	0,742	–0,780	–0,936	1,175	–0,194	–0,189	–0,022	–0,033	0,379
9,1	–0,067	–0,628	1,109	0,542	–0,587	–0,809	1,217	–0,213	—	—	—	—
9,2	0,037	–0,680	1,065	0,599	–0,633	–0,868	1,206	–0,204	—	—	—	—
9,3	0,141	–0,732	1,018	0,653	–0,682	–0,926	1,195	–0,195	—	—	—	—
9,4	0,245	–0,785	0,971	0,705	–0,736	–0,983	1,187	–0,188	—	—	—	—

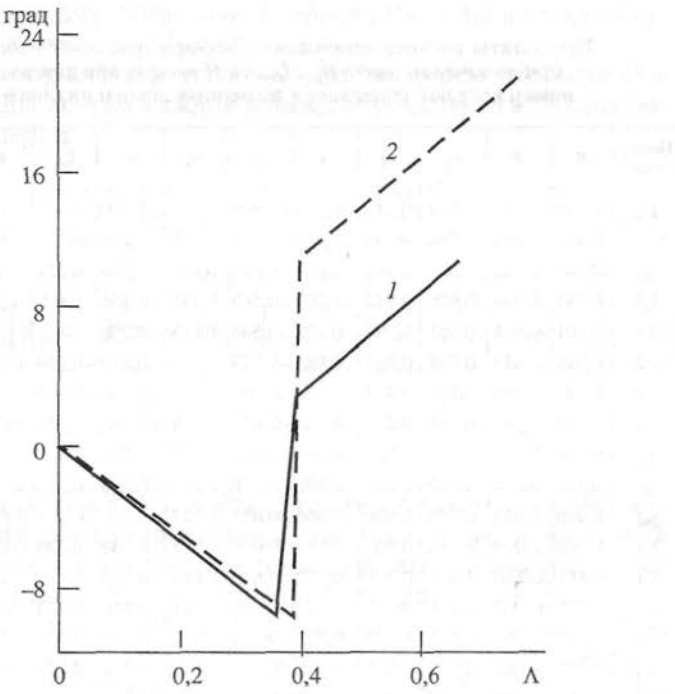


Рис. 5.31. Изменение угла поворота частицы металла относительно оси 2 главной системы координат тензора скорости деформации для двух траекторий при волочении полосы через клиновую матрицу

для траектории 2, составляет ω = 0,13. Таким образом, между отжигами можно сделать пять проходов без опасения снижения прочностных характеристик после отжига по сравнению с требованиями стандарта к продукции.

5.9.2. Влияни технологических факторов на вероятность разрушения металла при волочении

Изменим постановку предыдущей задачи волочения полосы через клиновую матрицу, считая, что нижняя часть матрицы подвижная, а наклонная часть — неподвижная. Скорость подвижной части матрицы совпадает со скоростью переднего конца полосы v_1. Скорость полосы на входе в очаг деформации

$v_0 = \frac{h_1}{h_0} \cdot v_1$, где h_0 и h_1 —толщина полосы до и после матрицы.

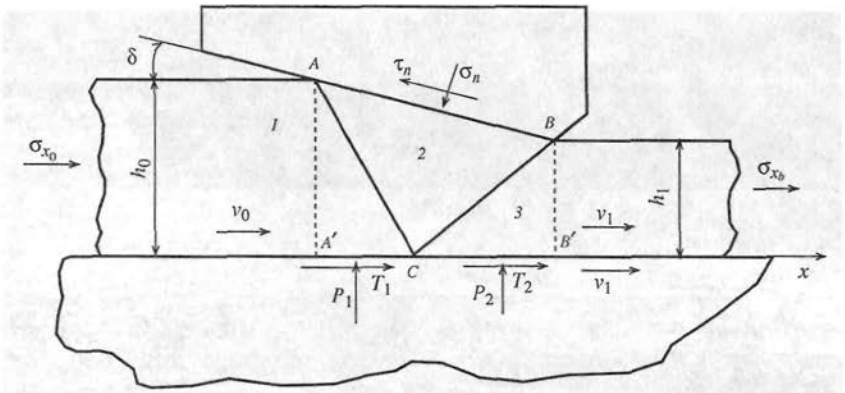


Рис. 5.32. Схема очага деформации при волочении полосы на подвижной плите

Нормальное напряжение на инструменте равномерно распределено, однако, действуют напряжения трения, определяемые законом Амантона—Кулона $\tau_n = f \cdot \sigma_n$; $T_1 = fP_1$. Материал полосы является изотропным, несжимаемым и идеальнопластичным. На входе в очаг деформации действует напряжение подпора σ_{x_0}. Такая постановка задачи соответствует технологическому процессу волочения тонкостенных труб на длинной подвижной оправке, характерной особенностью которого является возможность достижения больших коэффициентов вытяжки за проход $\lambda \approx 1{,}8 \ldots 2{,}2$. Этому способствуют активные напряжения трения на оправке (подвижной части матрицы).

При увеличении коэффициента вытяжки для условий предыдущей задачи в п. 5.2.1. угол θ уменьшается до нуля. В пределе угол $\psi = \delta$, а область *DAEC* исчезает, точка *E* совпадет с точкой *C* и будет находиться на поверхности инструмента. Это случай, характерный для максимально возможного значения коэффициента вытяжки λ_*, который зависит от угла наклона матрицы δ

$$\lambda_* = 1 + \frac{\sin\delta}{\sin^2 \pi/4}. \qquad (5.32)$$

Линия скольжения *BE* прямая, а линию *OAE* предлагается заменить прямой. Тогда очаг деформации можно представить в виде трех жестких блоков 1, 2, и 3 (рис. 5.32). Деформация и поворот материальных частиц осуществляется на линиях разрыва скоростей *AB* и *BC*. Правомерность предложенной схемы очага деформации подтверждается экспериментальным исследованием течения металла при вытяжке с утонением (рис. 5.33). Видно,

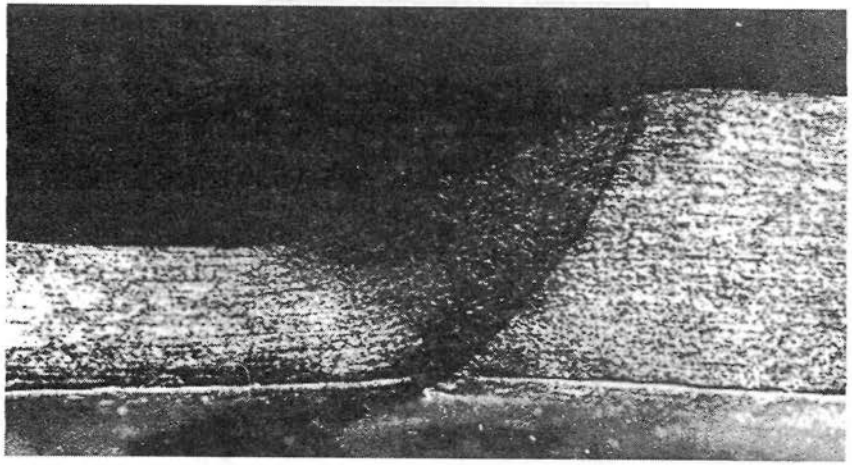


Рис. 5.33. Экспериментальное исследование линий тока и линий разрыва скоростей при вытяжке с утонением

что в зоне интенсивного сдвига произошло даже разрушение металла по всей толщине стенки стакана. Положение точки *C* определяется параметром $\xi = \dfrac{A'C}{h_0}$, который вычисляется в зависимости от уровня технологических параметров напряжения подпора σ_{x_0}/σ_s, коэффициентов трения f_1 и f_2, коэффициента вытяжки λ, угла наклона образующей волоки γ из условия минимума работы: $\partial A/\partial\xi = 0$.

Вычислив ξ_c, определяют показатель напряженного состояния на линиях *AC* и *BC*: $\mu_\sigma = 0$ и $\left(\dfrac{\sigma}{T}\right)_1$ — на *AC* и $\dfrac{\sigma}{T_2}$ — на *BC*.

Кроме того, на линиях разрыва скорости *AC* и *BC* определяется степень деформации сдвига Λ_1 и Λ_2 в виде отношения скачка в касательной составляющей к нормальной составляющей вектора скорости частицы на линии разрыва. Анализ вращения частицы относительно оси 2 в системе координат главных скоростей деформации показывает, что при переходе через линию разрыва скорости *AC* частица вращается по часовой стрелке, а на линии *BC* — против часовой стрелки, т. е. имеет место знакопеременная деформация в два этапа с амплитудами Λ_1 и Λ_2.

За один проход волочения поврежденность металла рассчитывается по формуле (5.31). Таким образом, расчеты могут быть

выполнены для любого сочетания технологических факторов x_i между собой, чтобы получить модель $\omega = \omega(x_i)$, адекватность которой должна быть проверена по критерию Фишера после ее линеаризации. Эта процедура осуществляется с помощью теоретической модели, используя линейный ортогональный план эксперимента. В результате получают линейное уравнение регрессии

$$\omega = b_0 + \sum_{i=1}^{\varkappa} b_i x_i, \qquad (5.33)$$

где b_i — коэффициенты линейной регрессии, а $\varkappa$ — число факторов. Среди технологических факторов часть из них можно считать детерминированными, если коэффициент вариации $\frac{s_{xi}}{\bar{x}_i}$ меньше 0,05, а часть из них нуждается в дополнительном определении моментов распределения или законов распределения случайных величин. В табл. 5.5 приведены значения моментов распределения случайных величин: коэффициента вытяжки при волочении λ; пластичности металла Λ_{ρ_0} при $\sigma/T = 0$, $\mu_\sigma = 0$; коэффициента a_0, характеризующего интенсивность накопления поврежденности металла при показателе $\sigma/T = 0$; коэффициента трения f и угла конусности волоки δ на разных стадиях износа. В таблице приведены также нормированные коэффициенты β_1 и β_2 для закона выбора распределения случайной величины по Джонсону.

Таблица 5.5

К выбору закона распределения технологических факторов и поврежденности металла при волочении

Параметры	λ	Λ_{ρ_0}	a_0	δ	f	ω
$\partial\omega/\partial x_i$	0,635	–0,14	–0,13	–0,045	–0,215	—
m	1,4	2	2	12	0,1	0,127
s^2	$4{,}9\cdot10^{-3}$	$9\cdot10^{-2}$	$1\cdot10^{-2}$	$5{,}8\cdot10^{-4}$	$8\cdot10^{-5}$	$3{,}9\cdot10^{-3}$
m_3	$3{,}59\cdot10^{-4}$	$3{,}3\cdot10^{-2}$	$2{,}1\cdot10^{-9}$	$1{,}7\cdot10^{-7}$	$7{,}2\cdot10^{-8}$	$-5{,}8\cdot10^{-10}$
m_4	$1{,}49\cdot10^{-4}$	$4{,}46\cdot10^{-2}$	$2{,}97\cdot10^{-4}$	$1{,}01\cdot10^{-6}$	$1{,}97\cdot10^{-8}$	$4{,}6\cdot10^{-5}$
$\frac{s}{m}100\ \%$	5	15	5	2	3	20,4
β_1	1,07	1,49	$4{,}4\cdot10^{-12}$	$2{,}\cdot10^{-4}$	0,1	$-5{,}3\cdot10^{-12}$
β_2	6,2	5,5	2,97	3,02	3,08	3,02

Коэффициенты регрессии в уравнении (5.33) $b_i = \partial\omega/\partial x$, а $b_0 = M(\omega) = 0{,}127$. Анализ моментов распределения для поврежденности металла, полученных методом Монте-Карло с использованием модели (5.33), а также нормированных коэффициентов β_1 и β_2 распределения Джонсона показали, что для ω можно воспользоваться нормальным законом распределения с параметрами $m(\omega)$ и $s^2(\omega)$.

Для закона распределения критического значения поврежденности $[\omega] = \omega_{**}$ хорошей аппроксимацией, как показали исследования статистических характеристик закона распределения пластичности металла, является логарифмически нормальный закон распределения с параметрами $m(\omega_{**}) = 0{,}65$, $s^2(\omega_{**}) = 3{,}8 \cdot 10^{-2}$.

Оценка вероятности разрушения. Вероятность получения изделий с поврежденностью, превышающей ω_{**}, после одного прохода волочения определим численным интегрированием формулы (5.28), приняв область совместного определения функций $f_1(\omega)$ и $f_2(\omega_{**})$ в пределах от 0 до ∞, и получим $P = 0{,}012$. Это значит, что 1,2 % общего выпуска продукции будут иметь дефекты, приводящие к ухудшению эксплуатационных характеристик. За два таких же прохода без промежуточного отжига эта величина составит 5,4 %, за три прохода — 19,4 %, а за четыре — 42,9%. По этим данным может быть построена зависимость вероятности $P(\omega \geq \omega_{**})$ от коэффициента вытяжки за несколько проходов при коэффициенте вытяжки за проход $\lambda = 1{,}4$ (табл. 5.2, строка 1).

Интересно, что в случае применения в каждом проходе заготовки с допуском по толщине полосы ±15 %, по сравнению с допуском ±10 %, который был принят в предыдущем расчете, вероятность разрушения металла увеличивается (см. строка 2).

Значительно меньшая вероятность образования микродефектов при многократном волочении полосы будет, если разнотолщинность ее ликвидируется при первом проходе (см. строку 3; здесь, начиная со второго прохода, разнотолщинностью полосы пренебрегали). Значительного уменьшения вероятности образования микродефектов можно достичь, сузив интервал разброса пластических свойств металла заготовки. Так, уменьшение коэффициента вариации пластичности металла с 15 до 8 % при волочении полосы за четыре прохода позволяет уменьшить вероятность микроразрушения металла в 4,7 раза. Это видно из сравнения данных четвертой и первой строк.

Уменьшение поврежденности металла, а, следовательно, и снижение процента выпуска продукции с пониженными эксплуатационными характеристиками может быть получено улучшением структуры металла в исходном состоянии при увеличении

Таблица 5.6

Количество изделий с пониженными эксплуатационными свойствами при многократном волочении без промежуточного отжига, %

Номер	Поврежденность за один проход	Коэффициент вытяжки/число проходов			
		1,4/1	1,96/2	2,74/3	3,84/4
1	0,127	1,2	5,4	19,4	42,9
2	0,127	2,1	7,2	23,0	52,2
3	0,127	1,2	1,39	5,37	21,2
4	0,127	0	0	1,80	9,20
5	0,059	0	0	0,44	1,24
6	0,045	0	0	0,32	0,68
7	0,062	0	0	0,72	1,64
8	0,036	0	0	0	0

его ресурса пластичности. Предположим, что благодаря изменению технологии производства заготовки удалось увеличить пластичность, и при этом значение параметра χ на нулевом уровне в 1,4 раза больше, чем в предыдущем случае. Статистические характеристики факторов остались такими же, как в базовом варианте (см. строку 1). В результате после первого и второго проходов волочения гарантируется выпуск бездефектной продукции, а после четвертого прохода (суммарный коэффициент вытяжки $\lambda = 3{,}84$) процент продукции с пониженными эксплуатационными свойствами уменьшится в 34,8 раза и составит 1,24 % (см. строку 5). Если же ресурс пластичности увеличивается и при этом χ возрастает в 1,4 раза, а величина a_0 — в 1,1 раза, то этот процент уменьшится до 0,68 (см. строку 6).

Ресурс пластичности можно увеличить не только улучшением структуры, но и созданием благоприятной схемы напряженного состояния. В нашем примере это можно обеспечить созданием напряжения подпора σ_{x0} на входе в очаг деформации. Так, при $\sigma_{x0}/\tau_s = -1$, поврежденность металла за один проход волочения составит $\omega = 0{,}062$. Процент продукции с пониженными эксплуатационными свойствами, получаемый за четыре прохода без промежуточных отжигов, составит 1,64 % (см. строку 7). Это в 26,1 раза меньше, чем в случае волочения при $\sigma_{x0} = 0$.

Но наиболее эффективным оказалось уменьшение коэффициента вытяжки за проход с 1,4 до 1,18. Таким образом, суммарный коэффициент вытяжки 3,84 может быть достигнут не за четыре, а за восемь проходов волочения. При этом гарантируется выпуск бездефектной продукции (см. строку 8).

5.10. ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛА

Особенностью хрупкого разрушения является высокая скорость распространения трещины (до 0,6...0,9 значений скорости распространения звука в материале), а также большие конечные размеры трещины, сравнимые с размерами сооружения (мост, корабль, газгольдер, магистральный газопровод и т. п. (рис. 5.34)).

В механике хрупкого разрушения металла используются два подхода к объяснению распространения трещины в упругой среде. Первый из них энергетический, предложенный Гриффитсом. Пусть в тонкой пластине имеется эллиптическая трещина длиной $2c$, радиусом закругления r, который стремится к нулю. Рассмотрим ее распространение за некоторый малый промежуток времени. Для тонкой пластины характерно плоское напряженное состояние. Если известна удельная поверхностная энергия стенок трещины γ_s, то поверхностная энергия трещины равна $U_s = 4c\gamma_s$. Потенциальная энергия деформируемого тела при образовании трещины длиной $2c$ уменьшается на величину $U_\sigma = -\pi c^2\sigma^2/2E$, где σ — растягивающее напряжение, приложенное к пластине на достаточном удалении от трещины. Свободная энергия деформируемого тела с появлением трещины изменится на величину

$$U_c = U_s - U_\sigma = 4c\gamma_s - \frac{\pi c^2\sigma^2}{2E}. \qquad (5.34)$$

Согласно второму закону термодинамики трещина будет расти, если свободная энергия пластины с растущей трещиной будет уменьшаться, для этого должно быть выполнено условие

$$\frac{\partial U_c}{\partial c} \le 0. \qquad (5.35)$$

Если $\frac{\partial U_c}{\partial c} \ge 0$, то трещина устойчива и без дополнительного внешнего воздействия расти не будет. Критическое состояние, после достижения которого трещина может самопроизвольно расти, определяется из условия

$$\frac{\partial U_c}{\partial c} = -\frac{\pi c\sigma^2}{E} + 4\gamma_s = 0.$$

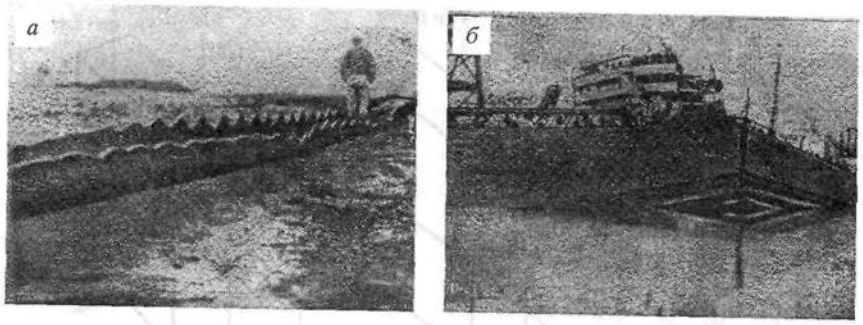


Рис. 5.34. Хрупкое разрушение магистрального газопровода (*а*) и корпуса танкера (*б*)

Отсюда находим критическое значение напряжения, под действием которого трещина длиной $2c$ будет расти

$$\sigma_{кр} = \sqrt{\frac{4E\gamma_s}{\pi c}}. \qquad (5.36)$$

Из формулы видно, что по мере роста трещины длина ее $2c$ увеличивается, а напряжение $\sigma_{кр}$, которое необходимо приложить к пластине, уменьшается. Поэтому процесс распространения трещины после достижения напряжения критического значения становится самопроизвольным. Эксперименты Гриффитса по изучению распространения хрупкой трещины в кварцевом стекле подтвердили правильность формулы (5.36). Но для металлов, в связи с тем, что при вершине трещины возникает пластическая зона, для роста трещины необходима дополнительная энергия, равная работе пластической деформации. Ирвин ввел понятие потока упругой энергии в вершину трещины, отнесенного к единице площади ее поверхности

$$G = \left(\sigma_{кр}\sqrt{c}\right)^2 \frac{\pi}{2E} = 2\gamma_{эфф}, \qquad (5.37)$$

где $\gamma_{эфф} = \gamma_s + \gamma_{пл} \approx \gamma_{пл}$, т. к. $\gamma_s << \gamma_{пл}$.

Критическое значение потока энергии G_c, характеризующее вязкость разрушения материала, позволяет найти критический размер трещины $c_{кр}$, при достижении которого наступает самопроизвольное ее распространение.

$$c_{кр} = \frac{2EG_c}{\sigma_{кр}^2 \pi}. \qquad (5.38)$$

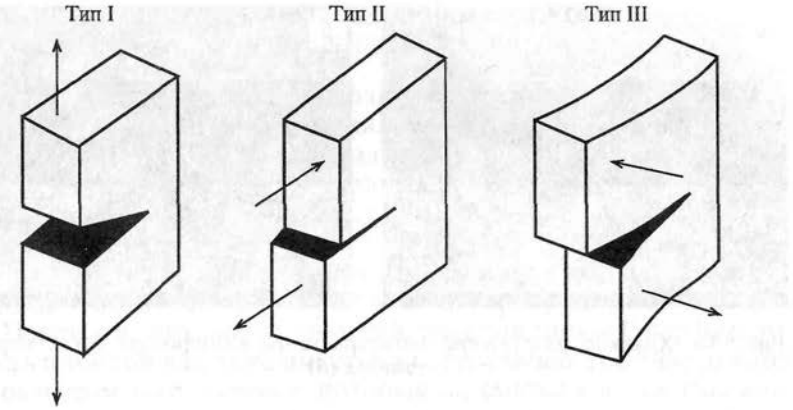


Рис. 5.35. Типы раскрытия трещины

Возникновение трещины критического размера связывают с термофлуктационными процессами, которые позволяют зародышевым трещинам подрасти до необходимого размера $c_{кр}$.

Раскрытие трещины бывает трех типов (рис. 5.35). Под действием нормальных напряжений трещина раскрывается по типу разрыва (I). Трещина может раскрываться под действием касательных напряжений путем сдвига (II и III типы). Величина G_c, характеризующая вязкость разрушения материала, соответственно обозначается G_{1c}, G_{2c} и G_{3c} и они имеют разные значения.

Второй подход основан на изучении поля напряжений при вершине трещины. Рассмотрим сквозную трещину длиной $2c$, развивающуюся по типу I под действием нормальных растягивающих напряжений σ, приложенных к тонкой пластине на достаточно большом расстоянии от трещины (рис. 5.36). В упругой области материальная частица, расположенная от вершины трещины на расстоянии ρ под углом θ к оси x, испытывает напряжения:

$$\sigma_{xx} = \sigma\sqrt{\frac{c}{2\rho}}\cos\frac{\theta}{2}\left[1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right];$$

$$\sigma_{yy} = \sigma\sqrt{\frac{c}{2\rho}}\cos\frac{\theta}{2}\left[1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right]; \qquad (5.39)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma\sqrt{\frac{c}{2\rho}}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{3\theta}{2};$$

$$\sigma_{zz} = 0.$$

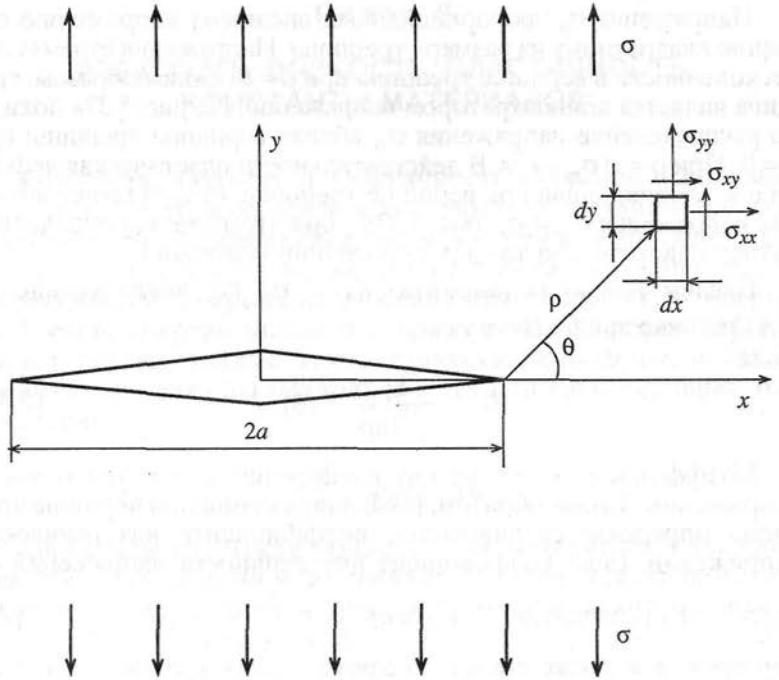


Рис 5.36. К определению напряжений при вершине трещины в тонкой пластине под действием растягивающих напряжений

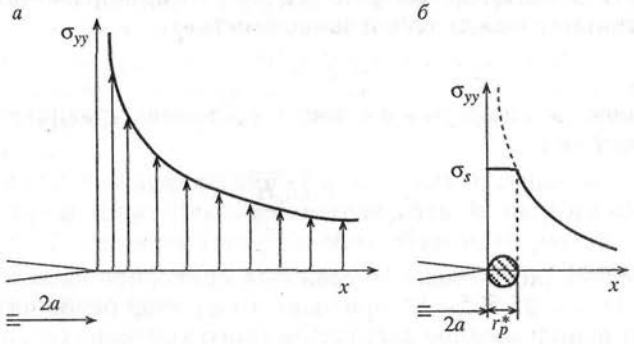


Рис. 5.37. Распределение напряжения σ_{yy} при вершине трещины (*а*) и определение зоны пластической деформации на фронте распространения хрупкой трещины (*б*)

Напряжения σ_{ij} пропорциональны внешнему напряжению σ и корню квадратному из размера трещины. Напряжения стремятся к бесконечности в вершине трещины при $\rho = 0$. Таким образом, трещина является концентратором напряжений. На рис. 5.37*а* показано распределение напряжения σ_{yy} вблизи вершины трещины при $\theta = 0$. При $\rho = 0$ $\sigma_{yy} \to \infty$ В действительности пластическая деформация, возникающая при вершине трещины, ограничивает значение напряжения $\sigma_{yy} = \sigma_s$ (рис. 5.37*б*), при этом удается определить размер пластической зоны ρ_* при вершине трещины.

Введем новую переменную $K_1 = \sigma\sqrt{\pi c}$, тогда уравнения (5.41) можно записать

$$\sigma_{ij} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi\rho}} \cdot f(\theta). \qquad (5.40)$$

Коэффициент K_1 называют коэффициентом интенсивности напряжений. Таким образом, поле напряжений при вершине трещины определяется значением коэффициента интенсивности напряжений. Если коэффициент интенсивности напряжений K_1 достигнет критического значения $K_1 = K_{1c} = \sigma_{кр}\sqrt{\pi c_{кр}}$, то размер трещины также достигнет критического значения $c = c_{кр}$, а трещина будет развиваться самопроизвольно. В связи с этим коэффициент K_{1c} можно считать константой материала, характеризующей, также как и константа G_{1c}, вязкость разрушения. Кстати, эти константы для условий плоского напряженного состояния связаны между собой зависимостью

$$K_{1c} = \sqrt{G_{1c}E}. \qquad (5.41)$$

Для плоского деформированного состояния уравнение связи (5.41) имеет вид

$$K_{1c} = \sqrt{\frac{G_{1c}E}{1-\nu^2}}. \qquad (5.42)$$

Среди большого числа возможных критериев вязкости разрушения ГОСТ 25.505—85 признает в качестве основного K_{1c} и допускает использование энергетического критерия G_{1c}, а также деформационного критерия — величины раскрытия в вершине трещины δ_{1c}. Величина δ_{1c} связана с критическим значением коэффициента интенсивности напряжений уравнением

$$K_{1c} = (\sigma_s \delta_{1c} E)^{1/2}. \qquad (5.43)$$

Глава 6

УПРУГОСТЬ, ВЯЗКОСТЬ, ПЛАСТИЧНОСТЬ. КОНСТАНТЫ МАТЕРИАЛОВ

Упругость, вязкость и пластичность являются основными свойствами материала, определяющими его механические характеристики и напряженное состояние при воздействии на него внешней нагрузки, а также характер изменения напряжений и деформаций во время нагружения или после снятия нагрузки. В свою очередь знание о напряжениях и деформациях помогает решить многие технологические проблемы, а также оценить срок службы материала в тех или иных условиях эксплуатации.

6.1. УПРУГОСТЬ

Свойством упругости обладают все материалы в твердом, жидком и газообразном состояниях. Однако, для жидкостей и газов характерно, в основном, упругое изменение объема, а для твердого тела еще и упругое изменение формы. Воздействие внешней нагрузки и температуры на тело приводит к изменению расстояния между частицами (атомами или молекулами), следовательно, к изменению их энергетического и силового взаимодействия друг с другом. Для большинства материалов снятие внешней нагрузки и температуры после упругого нагружения тела приводит к восстановлению его объема и формы без остаточных деформаций и напряжений. Это свойство обеспечивает высокую работоспособность деталей машин и элементов сооружений, а также длительную прочность материала.

При упругой деформации связь между частицами не нарушается, а происходит лишь изменение силы и энергии их взаимодействия. Благодаря этому можно объяснить распространение упругих колебаний в теле, волновое распространение упругой деформации и звука.

6.1.1. Константы (модули) упругости

Упругое состояние деформируемого тела с изотропными свойствами отражает обобщенный закон Гука, основанный на пропорциональной зависимости среднего нормального напряжения σ и относительного изменения объема ε, а также компонентов девиаторов напряжений и деформаций:

$$\sigma = \frac{1}{3}E_0\varepsilon; \tag{6.1}$$

$$(\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij}) = 2G\left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\varepsilon\delta_{ij}\right), \tag{6.2}$$

где E_0 и G — константы, определяющие упругие свойства изотропного материала, ε_{ij} и σ_{ij} — компоненты тензоров упругой деформации и напряжений.

Объемный модуль упругости имеет E_0 размерность напряжения и характеризует сопротивление материала упругому изменению объема без изменения формы частицы. Для несжимаемого материала модуль E_0 имеет бесконечно большое значение.

Модуль упругости при чистом сдвиге G, наоборот, характеризует сопротивление материала упругому изменению формы без изменения объема, также имеет размерность напряжения, Используя гипотезу о пропорциональности компонентов девиаторов напряжений и малых упругих деформаций, подставляя (6.2) в выражение для интенсивности касательных напряжений $T = \left(\frac{1}{2}s_{ij}\varepsilon_{ij}\right)^{1/2}$, получим значение модуля упругости при сдвиге $G = \frac{T}{\Lambda}$, где Λ — степень упругой деформации сдвига. Для чистого сдвига среднее нормальное напряжение равно нулю, поэтому из определяющего соотношения (6.1) следует, что относительное изменение объема также равно нулю.

При линейном растяжении цилиндрического образца радиальная и окружная компоненты тензора упругой деформации равны друг другу $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33}$, а отношение поперечной деформации к продольной, взятое с обратным знаком, называется коэффициентом Пуассона и обозначается

$$\nu = -\left(\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}}\right). \tag{6.3}$$

Для несжимаемого материала ($\varepsilon_{ii} = 0$) следует, что $\nu = 0{,}5$. Определяющие соотношения (6.2) для линейного напряженного состояния преобразуются в одно уравнение

$$\sigma_{11} = 2G(1 + \nu) \cdot \varepsilon_{11},$$

которое иногда записывается в виде

$$\sigma_{11} = E \cdot \varepsilon_{11}, \tag{6.4}$$

где E — модуль нормальной упругости.

Упругое состояние изотропного тела характеризуется четырьмя константами, которые связаны между собой соотношениями: $E = 2(1 + \nu)G$ и $E_0 = \dfrac{E}{(1-2\nu)}$. Последнее соотношение легко получить из (6.1). Таким образом, зная две константы упругости, например, G и E_0, можно определить оставшиеся константы E и ν.

6.1.2. Определение констант упругости. Факторы, влияющие на константы упругости

Константы упругости принято относить к структурно малочувствительным и стабильным характеристикам материалов. Тем не менее, разные материалы имеют различные константы упругости. Определяют константы упругости тремя основными способами: при стандартных механических испытаниях образцов на одноосное растяжение (модуль нормальной упругости E) и на кручение (модуль упругости при чистом сдвиге G); при динамических колебательных испытаниях на основе явления резонанса при совпадении частоты вынужденных колебаний образца с собственной частотой, зависящей от упругих констант материала; при рентгенографическом анализе, определяя параметр кристаллической решетки упруго деформированного образца в направлениях главных напряжений при одноосном растяжении.

Для определения модулей упругости G и E уровень внешней нагрузки (крутящий момент и силу растяжения) при механических испытаниях поддерживают на минимально возможном уровне, чтобы исключить движение дислокаций в микрообъемах, которое уменьшает значения G и E. Диаграмма нагружения $M = M(\varphi)$ и $P = P(\Delta\ell)$, полученные при испытаниях на кручение и растяжение образцов, перестраиваются по известной методике соответственно в диаграммы для интенсивности касательных напряжений $T = T(\Lambda)$ и для напряжения одноосного растяжения $\sigma_{11} = \sigma_{11}(\varepsilon_{11})$. Прямолинейные участки диаграмм соответствуют упругой деформации, поэтому модули упругости определяются по формулам:

$$G = \frac{T}{\Lambda};$$

$$E = \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}}. \tag{6.5}$$

Динамические методы определения модулей упругости дают более высокую точность, т. к. осуществляются при малых деформациях и высоких скоростях нагружения, при которых явления нелинейной упругости не проявляются. Механические колебания возбуждаются, например, в крутильном маятнике. К образцу в виде проволоки или ленты крепится инерционная масса таким образом, чтобы не вызывать в образце осевых напряжений. Вынужденные колебания образца обеспечиваются внешними магнитами с частотой, близкой к частоте собственных колебаний. Совпадение частот приводит к явлению резонанса. Варьируя частоту вынужденных колебаний, строят резонансную кривую зависимости амплитуды от частоты и определяют частоту собственных колебаний, которая равна частоте резонанса $f = f_{рез}$. Затем вычисляется модуль сдвига

$$G = \frac{128\pi\ell \cdot J}{d^4} \cdot f^2, \tag{6.6}$$

где ℓ и d — длина и диаметр проволочного образца; J — момент инерции крутильной системы.

Модуль нормальной упругости определяется в аналогичных опытах на изгибные колебания образца:

$$E = 1{,}6388 \cdot 10^{-8} \left(\frac{\ell}{d}\right)^4 \cdot \frac{m}{\ell} f^2, \tag{6.7}$$

где ℓ, d и m — длина, диаметр и масса образца, $f = f_{рез}$ — частота собственных колебаний определяется по резонансной кривой.

Модули упругости могут быть определены также с помощью импульсных методов. Применение этих методов основано на зависимости скорости распространения упругих волн от констант упругости среды, в которой он распространяется. Упругие волны возбуждаются механическим способом, например, ударом молотка, ультразвуковым, магнитным, емкостным, пьезоэлект-

Таблица 6.1

Константы упругости металлов с изотропными свойствами

Металл	$E_0 \cdot 10^{-4}$, МПа	$E \cdot 10^{-4}$, МПа	$G \cdot 10^{-4}$, МПа	ν	Металл	$E_0 \cdot 10^{-4}$, МПа	$E \cdot 10^{-4}$, МПа	$G \cdot 10^{-4}$, МПа	ν
Li	4,17	1,17	0,43	0,36	*Co*	56,1	20,4	7,63	0,31
Na	2,49	0,91	0,35	0,32	*Ni*	56,1	20,5	7,85	0,31
K	1,23	0,36	0,13	0,35	*Cu*	42,6	12,5	4,64	0,34
Mg	10,17	4,52	1,77	0,28*	*Ag*	30,6	8,05	2,94	0,38
Al	22,38	7,19	2,72	0,34	*Au*	52,5	8,02	2,82	0,42
Zr	21,45	9,75	3,68	0,33	*Zn*	18,5	8,4	3,73	0,29
Hf	33,6	14,1	5,40	0,30*	*Cd*	14,55	6,35	2,46	0,30
V	49,5	13,0	4,76	0,36	*Jn*	13,35	1,07	0,38	0,46*
Nb	50,1	10,6	3,73	0,38	*Te*	11,13	0,81	0,28	0,46*
Ta	63,3	18,8	7,00	0,35	*Si*	9,66	11,5	4,05	0,44*
Cr	58,2	24,0	9,00	0,30	*Ge*	21,33	10,1	4,00	0,28
Mo	84,0	34,7	12,2	0,30	*Sn*	15,60	5,54	2,08	0,33
W	95,7	39,6	15,1	0,29	*Pb*	12,66	1,66	0,57	0,44
Mn	38,1	20,2	7,8	0,24*	*Sb*	12,00	5,60	2,04	0,28
Fe	51,6	21,7	8,47	0,28	*Bi*	10,80	3,48	1,31	0,33
Ti	37,8	10,8	4,06	0,34					

* — рассчитано по значениям других констант упругости.

рическим или другими способами. Помимо возбудителя упругих волн необходимо в установке иметь приемник для регистрации скорости прохождения волн в образце. Установив в опытах скорость распространения продольной υ_ℓ и поперечной υ_τ волн, определяются константы (модули) упругости:

$$G = \upsilon_\tau^2 \cdot \rho;$$

$$E = \upsilon_\ell^2 \rho \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu}, \qquad (6.8)$$

где ρ — плотность материала, а ν — коэффициент Пуассона.

В таблице 6.1 приведены константы упругости чистых поликристаллических металлов при комнатной температуре:

Модули нормальной упругости и упругости на сдвиг характеризуют прочность межатомной связи. Чем больше, например, E или G, тем труднее сместить атомы из положения равновесия в кристаллической решетке. Модуль нормальной упругости E связан с равновесным межатомным расстоянием a_0 зависимостью $E = n/a_0^m$, где n и m — постоянные для каждого материала. С увеличением температуры растет величина a_0, соответственно из-

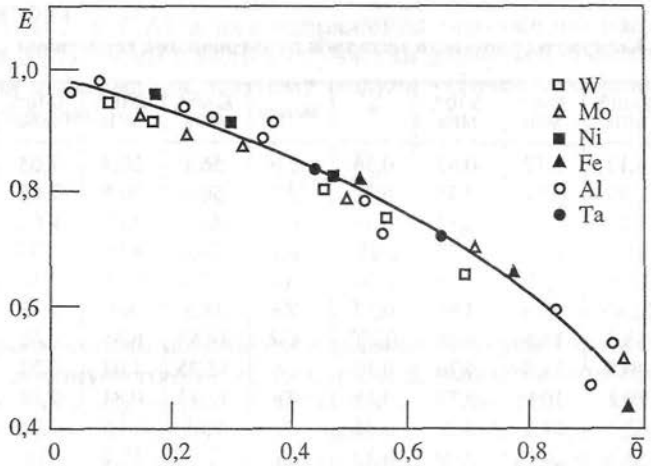


Рис. 6.1. Зависимость нормативного модуля нормальной упругости от гомологической температуры

меняется коэффициент температурного расширения и модуль упругости. С повышением температуры от абсолютного нуля до температуры плавления по шкале Кельвина модуль упругости снижается в 2...2,5 раза. На рис. 6.1 изображена зависимость нормированного значения модуля упругости $\bar{E}$, равного отношению модулей упругости при данной температуре и при нулевой температуре по шкале Кельвина от гомологической температуры.

$$\bar{\theta} = \frac{\theta}{\theta_{пл}},$$

где $\theta_{пл}$ — температура плавления.

Для представленных на рисунке металлов эта зависимость едина. Интенсивность уменьшения $\bar{E}$ с увеличением температуры повышается. В среднем уменьшение модуля при повышении температуры на 100 °С составляет 2—4 %. Для металлов, имеющих полиморфные превращения, температурная зависимость модуля упругости имеет скачки. Так, при превращении α-Fe в γ-Fe при температуре 910 °С модуль нормальной упругости увеличивается скачком, рис. 6.2.

Модуль упругости сплавов отличается от модуля упругости чистого металла, использованного в качестве основы, что также связано с изменением межатомного расстояния и сил взаимодействия между атомами в кристаллической решетке. Зависимость модуля упругости от содержания легирующего элемента в сплаве, как правило, близка к линейной. Причем, модули упругости спла-

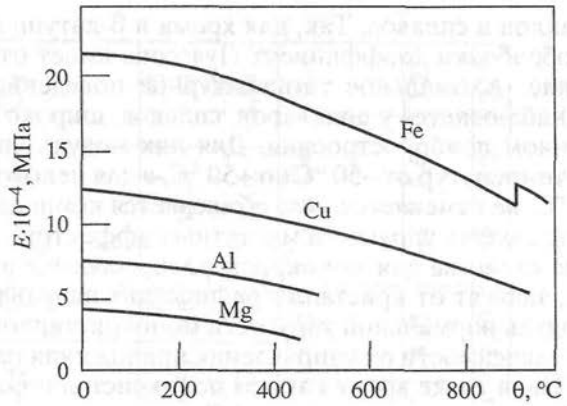


Рис. 6.2. Влияние температуры на модуль нормальной упругости

вов могут увеличиваться, если сила связи растворенных атомов и атомов основы больше, чем в чистом металле, но могут и уменьшаться, если сила связи атомов меньше, чем в чистом металле.

Структурные изменения, вызванные легированием, в связи с образованием второй фазы оказывают влияние на модуль упругости. Причем, если модуль упругости второй фазы больше, чем из чистого металла, то модуль упругости сплава растет, рис. 6.3. Графитовые включения в чугуне уменьшают модуль упругости по сравнению с железом: у железа $E = 217$ ГПа, у серого чугуна марки СЧ 28-48 $E = 135$ ГПа, а у чугуна с шаровидным графитом $E = 175$ ГПа.

Размер зерна почти не влияет на модуль упругости. Упрочнение металла, вызванное холодной деформацией, также практически не оказывает влияние на модуль упругости. Однако, формирование текстуры при холодной деформации объясняет анизотропию упругих свойств и влияние фактора ориентировки, характеризующего направление приложения нагрузки по отношению к осям координатной системы, связанной с направлениями текстуры.

Коэффициент Пуассона для сплавов сохраняет свое значение чистого металла основы, при увеличении температуры имеет слабую тенденцию к росту.

В некоторых случаях наблюдается аномальное повеление металлов и сплавов. Так, для хрома и β-латуни после специальной обработки коэффициент Пуассона имеет отрицательное значение. Аномальное температурное поведение модулей упругости наблюдается у элинваров, сплавов, широко используемых в точном приборостроении. Для них модуль упругости в диапазоне температур от –50 °С до +50 °С, а для некоторых сплавов до 200 °С, не изменяется. Это объясняется компенсирующим влиянием на модуль упругости магнитных эффектов.

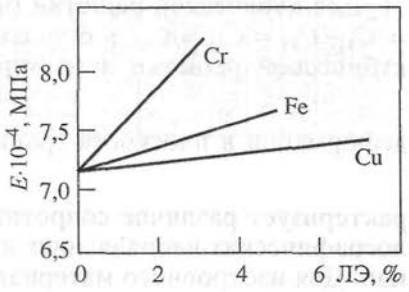


Рис. 6.3. Влияние легирующих элементов, образующих вторую фазу, на модуль нормальной упругости алюминия

Упругие свойства для монокристаллов являются анизотропными, т. е., зависят от кристаллографических направлений. Например, модуль нормальной упругости монокристаллов меди колеблется в зависимости от направления приложения нагрузки от 68 до 200 ГПа, в то же время как для поликристаллической меди $E = 125$ ГПа. В связи с этим под воздействием среднего нормального напряжения происходит не только упругое изменение объема, но и изменение формы, а каждая компонента тензора напряжений связана со всеми шестью компонентами тензора упругой деформации. Для записи обобщенного закона Гука необходимо знание не двух констант упругости, как для изотропного тела, а тридцати шести констант (модулей) упругости C_{ij}, где i и j принимают значения от 1 до 6. Матрица коэффициентов упругости симметрична относительно главной диагонали C_{ii}, поэтому количество независимых констант уменьшается с 36 до 21.

Свойство симметрии, характерное для различных типов кристаллической решетки, позволяет уменьшить количество независимых констант упругости. Так, если для кубической решетки систему координат, в которой определено направление нагружения, совместить с направлениями ребер куба, то вследствие высокой симметрии решетки количество независимых модулей упругости уменьшается до трех (C_{11}, C_{12}, C_{44}), а для монокристаллов с гексогональной кристаллической решеткой — до пяти (C_{11}, C_{12}, C_{13} C_{33} и C_{44}). В табл. 6.2 приведены модули упругости некоторых металлов с различным типом кристаллической решетки.

Для кубической решетки модули $C_{11} = C_{22} = C_{33}$; $C_{12} = C_{23} = C_{31}$; $C_{44} = C_{55} = C_{66}$, а остальные равны нулю. Модуль C_{44} для кубической решетки характеризует сопротивление сдвиговой деформации в плоскости грани куба. Отношение $\dfrac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}}$ характеризует различие сопротивления сдвигу в разных кристаллографических направлениях и называется фактором анизотропии. Для изотропного материала это отношение равно единице,

Таблица 6.2

Константы упругости для монокристаллов, МПа 10^{-4}

Металл кубической системы	C_{11}	C_{12}	C_{44}	Металл гексогональной системы	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{33}	C_{44}
Al(20^0C)	10,82	6,23	2,85	Cd	12,10	4,81	4,42	5,13	1,85
Cu(20^0C)	10,84	12,14	7,54	Co	30,70	16,50	10,30	35,81	7,53
Ge(20^0C)	12,89	4,83	7,61	Mg	5,97	2,62	2,17	6,17	1,64
Au(20^0C)	18,60	15,70	4,20	Zn	16,10	3,42	5,01	6,10	3,83
Fe(20^0C)	28,70	14,10	11,60	Металл тетрагональной системы	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{33}	C_{44}	C_{66}
Pb(20^0C)	4,66	3,92	1,44							
Li(78^0K)	1,48	1,25	1,08							
Mo(20^0C)	46,00	17,60	11,00	In	4,45	3,95	4,05	4,44	0,66	1,22
Ni(20^0C)	24,65	14,73	12,47							
Ca(83^0K)	0,46	0,37	0,26	Sn	7,35	2,34	2,80	8,70	2,20	2,27
Si(20^0C)	16,57	6,39	7,96							
Ag(20^0C)	12,40	9,34	4,61							
Na(90^0K)	0,60	0,46	0,59							
Th(20^0C)	7,53	4,89	4,78							
W(20^0C)	50,10	19,80	15,14							

а $2C_{44} = C_{11} — C_{12}$; поэтому независимых модулей упругости будет всего два: модуль упругости на сдвиг $G = C_{44}$ и объемный модуль упругости $E_0 = C_{11} + 2C_{12}$.

Для монокристалла с гексогональной решеткой независимыми являются константы упругости $C_{11} = C_{22}$; C_{12}; $C_{13} = C_{23}$; C_{33} и

C_{44}, $C_{66} = \dfrac{C_{11} - C_{12}}{2}$ а остальные равны нулю.

6.1.3. Нелинейная упругость и внутреннее трение

Модель упругой среды или обобщенный закон Гука устанавливает однозначную связь между компонентами тензоров напряжений и деформаций, а изменение состояния системы в моменты приложения или снятия нагрузки происходит мгновенно. После снятия нагрузки в идеально упругом теле остаточные напряжения и деформации отсутствуют. Таким образом, процессы нагружения и разгрузки в энергетическом смысле являются обратимыми и многократное повторение цикла нагружение — разгрузка не вызывает рассеяния энергии. Для реальных материалов наблюдается нелинейная упругая деформация, которая возникает при нагружении в течение некоторого времени и исчезает после разгрузки также с запаздыванием за некоторый промежуток времени. Запаздывающая реакция кристаллической решетки на упругое ее искажение может быть вызвана тепловой, магнитной и атомной перестройкой под действием приложенного напряжения. Связь между напряжением и деформацией становится нелинейной, а на диаграмме $\sigma_и$ ($\varepsilon_и$) появляется петля гистерезиса. На рис. 6.4 показаны кривые нагружения и разгрузки, отличающиеся от идеальной упругости. Помимо линейной упругой составляющей деформации $\varepsilon_{лин}$ во времени развивается деформация последействия, или нелинейная упругая деформация $\varepsilon_{нелин}$. Нелинейные эффекты приводят к необратимым потерям энергии при циклической нагрузке — разгрузке. Площадь петли гистерезиса характеризует удельную энергию, которая поглощается элементарной частицей за один цикл.

Способность материала рассеивать, и благодаря этому демпфировать механическую энергию, сообщаемую телу при циклическом нагружении, называется внутренним трением. Внутреннее трение зависит от состава, структуры материала и условий циклического нагружения. Структурная и химическая неоднородность сплавов способствует увеличению внутреннего трения и повышению демпфирующей способности материалов, которые целесообразно использовать для различного

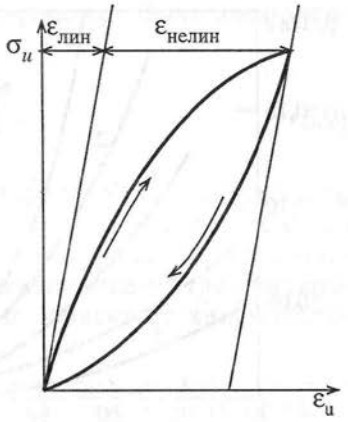


Рис. 6.4. Образование петли гистерезиса в результате нелинейной упругости

рода амортизаторов (пружины, рессоры и т. п.). Детали измерительных приборов, струны для музыкальных инструментов и колокола должны быть изготовлены из материала с низким уровнем внутреннего трения и малой способностью демпфирования механической энергии.

Измерение внутреннего трения является одним из металлофизических методов изучения таких процессов, как выделение и растворение избыточных фаз, деформационное старение, возврат и рекристаллизация, а также при изучении диффузионных процессов, степени закрепления дислокаций примесями, границ растворимости компонентов, образующих твердые растворы.

6.2. ВЯЗКОСТЬ

Свойством вязкости обладают материалы преимущественно в жидком и газообразном состояниях. Благодаря вязкости тело легко и необратимо изменяет форму. Для идеальной жидкости и газа изменение формы происходит без приложения внешней нагрузки, а компоненты девиатора напряжений равны нулю $\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij} = 0$. Силовая связь между частицами идеальной жидкости такова, что они испытывают лишь гидростатическое давление, под действием которого происходит сжатие: $\sigma = E_0 \cdot \varepsilon$.

С понижением температуры и повышением давления усиливается энергетическое и силовое взаимодействие между частицами, которое отражается реологическим законом пропорциональности интенсивности касательных напряжений и интенсивности скорости деформации сдвига $T = \mu H$ (ньютоновская или линейно-вязкая среда), где μ — коэффициент вязкости. Это единственная константа, которая характеризует реологические свойства ньютоновской жидкости.

Отметим, что для вязких тел сопротивление деформации, характеризуемое значением интенсивности касательных напряжений, не зависит от степени деформации сдвига Λ. В связи с этим твердые частицы свободно проникают в вязкое тело, не оставляя следов разрушения. Вязкое тело при встрече с препятствием легко разделяется на струи, которые, обогнув его, свободно соединяются, восстанавливая сплошность деформируемого тела. Это свойство объясняет неограниченную пластичность вязкого тела и неспособность его накапливать повреждённость.

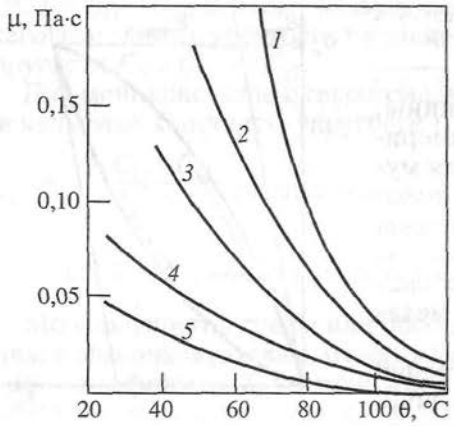


Рис. 6.5. Зависимость вязкости масел от температуры:
1 — цилиндрового; *2* — авиационного МК; *3* — автола АК-10; *4* — сурепного; *5* — тюленьего жира

Коэффициент вязкости μ, характеризующий сопротивление относительному перемещению слоев жидкости при определенной скорости сдвига, зависит от температуры и гидростатического давления p, равного среднему нормальному напряжению σ, но с обратным знаком. Коэффициент вязкости определяется опытным путем на специальных приборах вискозиметрах. Используют два типа вискозиметров. С помощью *ротационных* вискозиметров непосредственно устанавливается связь касательного напряжения со скоростью сдвига $H = \dfrac{\omega R}{h}$, зависящей от угловой скорости вращения внутреннего цилиндра ω, радиуса R и зазора h между внутренним и наружным цилиндрами. Скорость ω можно изменять в диапазоне 0,029…25,4 рад $с^{-1}$, что соответствует изменению интенсивности скорости деформации сдвига от 0,3 до 260 $с^{-1}$. Измеряя крутящий момент M на наружном цилиндре вискозиметра, определяется интенсивность касательных напряжений в опыте $T = M/RF$, где R и F — радиус и площадь поверхности сдвига, а затем рассчитываются коэффициент вязкости $\mu = \dfrac{T}{H}$. Современные конструкции ротационных вискозиметров позволяют определять коэффициент вязкости в диапазоне значений от $4 \cdot 10^{-3}$ до $8 \cdot 10^{3}$ Па·с при температурах от 20 °С до 100 °С. На рис. 6.5 изображена температурная зависимость вязкости четырех типов масел и тюленьего жира. Видно, что с увеличением температуры вязкость масел уменьшается в несколько раз. Эта зависимость

в определенном диапазоне температур может быть аппроксимирована уравнением

$$\mu = \mu_{50}\left(\frac{50}{\theta}\right)^m, \qquad (6.9)$$

где μ_{50} — вязкость масел при температуре 50 °С, m — показатель степени, зависящий от физико-химической природы вещества или от значения кинематической вязкости, равной отношению коэффициента вязкости μ к плотности вещества ρ. При температуре 50 °С значения коэффициента m зависят от кинематической вязкости следующим образом:

$(\mu/\rho)_{50}$, м²/с·10⁶	20	30	40	50	70	80	90	120
m	1,9	2,5	2,6	2,7	2,8	2,85	2,9	3,0

Важной характеристикой масел является температура деструкции $\theta_{кр}$. Для веретенного масла $\theta_{кр}$ находится в диапазоне температур 105…117 °С, для нигрола зимнего — 177 °С, нигрола летнего — 200…230 °С, для вапора — 350 °С.

Капиллярные вискозиметры предназначены для определения реологической зависимости $T(H)$ по измерению перепада давления и расхода жидкости в капиллярной трубке. Преимуществом капиллярных вискозиметров является возможность изучения зависимости коэффициента вязкости μ не только от температуры, но и давления. На рис. 6.6 изображена зависимость вязкости масел от давления. При высоких давлениях вязкость значительно увеличивается, особенно для масел минерального происхождения. Так, при гидростатическом давлении p = 100 МПа коэффициент вязкости увеличивается по сравнению с его значением при атмосферном давлении в 8…40 раз, а у масел растительного и животного происхождения только в 2…6 раз. Зависимость коэффициента вязкости μ от давления p может быть аппроксимирована формулой Баруса

$$\mu = \mu_0 \exp(\alpha \cdot p), \qquad (6.10)$$

где μ_0 — вязкость при атмосферном давлении; α — пьезокоэффициент вязкости.

Пьезокоэффициент вязкости α_0 при гидростатическом давлении $p = 0$ линейно зависит от $\lg\mu_0$:

$$\alpha_0 = (41{,}44 + 11{,}5 \cdot \lg\mu_0) \cdot 10^{-9}, \text{ м}^2/\text{н}. \qquad (6.11)$$

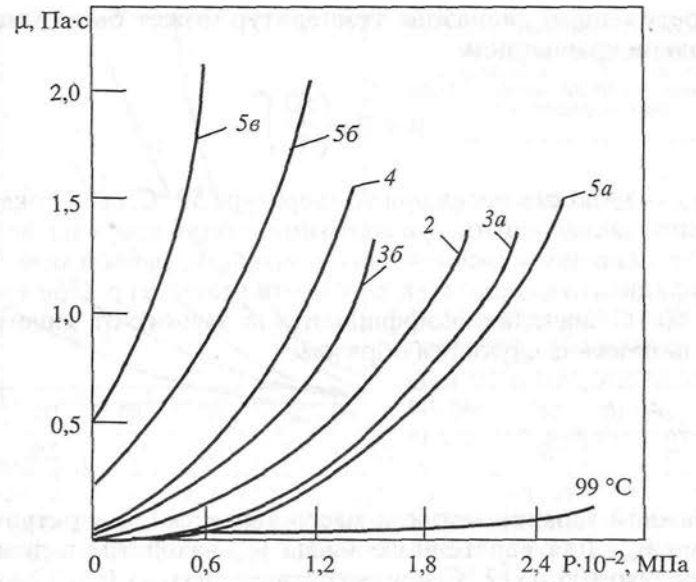


Рис. 6.6. Зависимость вязкости масел от гидростатического давления:
1 — касторовое при 99 °С; *2* — парафиновое при 54,4 °С; *3* — русское (*а* — при 99 °С; *б* — при 37,8 °С); *4* — нефтенистое при 54,4 °С; *5* — брайсток (*а* — при 99 °С; *б* — при 54,4 °С; *в* — 37,8 °С)

Величина α при изменении давления в определенном интервале остается постоянной $\alpha = \alpha_0$. Некоторыми исследователями указывается на уменьшение пьезокоэффициента вязкости при достижении давления некоторого критического для данной жидкости значения $p = p_{кр}$, при котором в жидкости происходит структурная перестройка и частицы приобретают постоянную связь друг с другом. Это приводит к частичной потере вязких и проявлению пластических свойств. При этом резко повышается сопротивление деформации. Жидкость стеклуется и превращается в твердое деформируемое тело.

Совместное влияние температуры и давления на вязкость можно оценить с помощью формулы

$$\mu = \mu_{50}\left(\frac{50}{\theta}\right)^m \exp(\alpha p). \qquad (6.12)$$

Следует отметить, что для нелинейно-вязких (не ньютоновских) жидкостей коэффициент вязкости с ростом интенсивности скорости деформации сдвига уменьшается.

При высоких давлениях большинство жидкостей проявляет сжимаемость или уменьшение объема. Для жидких смазок эта зависимость может быть аппроксимирована формулой Тэйта

$$\frac{V}{V_0} = 1 - c \ln\left(1 + \frac{p}{d}\right), \qquad (6.13)$$

где V_0 — объем при атмосферном давлении; c и d — эмпирические коэффициенты.

При давлении до 2000 МПа объем некоторых жидкостей может уменьшаться до 30 %.

От вязкости зависят релаксационные процессы в материале. При нагружении упруго-вязкого материала упругая деформация после приложения внешней нагрузки возникает лишь частично, увеличиваясь во времени до значения, характерного для материала, если бы он обладал только упругими свойствами. При снятии нагрузки упругая деформация и напряжение не исчезают мгновенно, а уменьшаются во времени, в течение которого протекают релаксационные процессы. Для вязко-пластической среды релаксационные процессы, протекающие при медленном нагружении, объясняют появление остаточной деформации под действием напряжений ниже предела текучести. Это явление называется ползучестью материалов.

6.3. ПЛАСТИЧНОСТЬ

Пластичность — это свойство материала необратимо изменять форму без нарушения сплошности под воздействием внешней нагрузки. Пластическая деформация наступает в момент, когда интенсивность касательных напряжений достигает значения предела текучести на сдвиг: $T = \tau_s$. Завершается пластическая деформация макроразрушением, когда поврежденность металла достигает значения, равного единице: $\omega = 1$.

Деформация осуществляется путем скольжения, двойникования и относительного перемещения зерен. На атомном уровне к внутризеренному сдвигу приводят различные способы движения дислокаций в плоскостях скольжения и двойникования, а межзеренный сдвиг стимулируется диффузией точечных дефектов по границам зерен. Скорость диффузии вакансий уступает скорости движения дислокаций, которая соизмерима со скоростью распространения звука. Поэтому межзеренный сдвиг преимущественно проявляется при высокой температуре и низкой скорости деформации.

В макроскопическом масштабе элементарные сдвиги суммируются и приводят к значительному остаточному формоизменению тела.

Кристаллическая решетка оказывает сопротивление движению дислокаций (барьер Пайерлса-Наборро), которое зависит от сил межатомного взаимодействия. Каждый элементарный акт перемещения дислокации, связанный с преодолением энергетического барьера, сопровождается разрывом и последующим восстановлением межатомных связей. Взаимодействие со встречными дислокациями, различного рода дислокационными скоплениями, с точечными дефектами и их скоплениями (облака Коттрелла и Сузуки), с высокодисперсными частицами выделений, с границами зерен и субзерен повышает сопротивление движению дислокаций. Структурные изменения, возникающие при пластической деформации, увеличивают это сопротивление, что проявляется в упрочнении материала. Для пластичных материалов наиболее характерно деформационное упрочнение, хотя при высоких температурах проявляются вязкие свойства, поэтому с увеличением скорости деформации увеличивается и упрочнение материала.

Сопротивление деформации количественно можно оценить с помощью инвариантных характеристик напряженного состояния: интенсивности напряжений σ_u или интенсивности касательных напряжений T, которые связаны друг с другом соотношением $\sigma_u = \sqrt{3}T$. При чистом сдвиге пластическая деформация наступает при достижении интенсивности касательных напряжений значения предела текучести на сдвиг $T = 0{,}5(\sigma_{11} - \sigma_{33}) = \tau_s$. При одноосном растяжении или сжатии — интенсивность напряжений $\sigma_u = \sigma_{11}$ достигает значения предела текучести σ_s. В механике обработки металлов давлением условия пластичности $T = \tau_s$ и $\sigma_u = \sigma_s$ считаются справедливыми и для объемной схемы напряженно-деформированного состояния, а напряжение одноосного растяжения или сжатия при пластической деформации называется сопротивлением деформации и обозначается σ_s. В разные моменты пластической деформации σ_s принимает значения в соответствии с законом упрочнения. В начальный момент при $\tau = 0$ сопротивление деформаций $\sigma_s = \sigma_{s0}$, а в последующие моменты возрастает.

Сопротивление деформации имеет важное значение для выбора модели деформируемого тела и представления определяющих соотношений в механике обработки металлов давлением. Кроме этого, сопротивление деформации используется для расчета силы, под действием которой осуществляется пластическое формоизменение тела. Исследование влияния химического и фа-

зового составов, структуры металла, а также термомеханических параметров процесса (показатели напряженного состояния, скорость и степень деформации сдвига, температура деформации) на сопротивление деформации дает представление о характере упрочнения материала при пластической деформации.

6.3.1. Феноменологические модели упрочнения и разупрочнения

Феноменологические модели упрочнения металла связывают между собой инвариантные характеристики напряженного и деформированного состояний металла при пластической деформации. Уравнения связи находят на основании испытания образцов, имеющих конечные размеры, следовательно, в дальнейшем можно говорить только о макроскопических характеристиках напряжений и деформаций. Модели упрочнения имеют большое теоретическое значение, т. к. с их помощью находят определяющие соотношения механики деформируемого тела. Они необходимы для решения краевых задач и исследования напряженно-деформированного состояния металла как при испытании образцов для изучения механических свойств, так и для исследования технологических процессов обработки металлов давлением. Практическая значимость феноменологических моделей упрочнения металла связана с определением энергосиловых параметров и формоизменения металла при обработке давлением. С помощью моделей упрочнения возможно прогнозирование прочностных характеристик металла и определение оптимальных режимов пластической деформации и термомеханической обработки.

В общем случае для изотропного материала определяющие соотношения (3.59) и (3.60) построены на гипотезе о подобии девиаторов напряжений и скоростей деформаций, либо приращений деформаций. Коэффициент пропорциональности между соответствующими компонентами определяется с помощью функции упрочнения

$$T = T[H, \Lambda, \Lambda(\tau), \dot{\Phi}(\tau), \theta], \qquad (6.14)$$

где $\Lambda(\tau)$ и $\dot{\Phi}(\tau)$ — соответственно функции степени деформации сдвига и компонент вектора скорости вращения частицы относительно главных осей тензора напряжений, определенные вдоль траектории ее движения. Эти функции отражают историю нагружения частицы.

В общем случае, выражение (6.14) является функционалом наследственного типа. Значение T в заданный момент времени $\tau = t$ зависит не только от значений степени и скорости деформации сдвига Λ и H, но и от истории нагружения, определенной функциями $\Lambda(\tau)$ и $\dot{\Phi}(\tau)$. Функция $\Lambda(\tau)$ отражает влияние скорости протекания процессов упрочнения и разупрочнения в условиях горячей деформации, а совместно с функциями $\dot{\Phi}(\tau)$ — особенности формирования тонкой структуры металла при монотонной и знакопеременной деформациях.

При конструировании феноменологической модели упрочнения используется эвристический метод, требующий знания общих закономерностей упрочнения и разупрочнения, проявления вязкости и пластичности, влияния тонкой структуры металлов и сплавов на сопротивление деформации и интенсивность циклического разупрочнения при знакопеременной деформации, учета влияния типа кристаллической решетки, химического состава, фазового состояния и структуры. Четкого алгоритма решения этой сложной задачи не существует, но оно может быть достигнуто, если обратиться к идеализированным моделям пластического течения, которые были рассмотрены в главе 3. В этом случае выражение (6.14) в каждом конкретном случае может быть записано в виде алгебраического, дифференциального, интегрального уравнений, либо в виде системы дифференциальных уравнений.

При холодной деформации температура и скорость деформации не оказывают существенного влияния на сопротивление деформации. Деформационное упрочнение зависит только от накопленной степени деформации сдвига, тогда выражение (6.14) можно записать в виде функции

$$T = \tau_{s0} + \frac{g}{\sqrt{3}}\Lambda^c, \qquad (6.15)$$

или для сопротивления деформации

$$\sigma_s = \sigma_{s0} + g\Lambda^b, \qquad (6.16)$$

где σ_{s0}, τ_{s0}, g, c и b — константы, которые находятся из опытов.

Одним из наиболее распространенных методов определения констант в (6.15) и (6.16) является растяжение цилиндрических образцов. Испытание проводят до разрушения, фиксируя в определенные моменты времени силу растяжения P_i, минимальный диаметр d_i и радиус продольного сечения R_i в наименьшем сечении шейки образца. Используя формулы (4.9) и (4.10), подсчитываются пары значений $\sigma_{si} = \frac{4P_i}{\pi d_i^2}\left(1+\frac{1}{8}\frac{d_i}{R_i}\right)^{-1}$ и $\Lambda_i = 2\sqrt{3}\ln\frac{d_0}{d_i}$, где

d_0 и d_i — значения диаметра образца в начальный $i = 0$ и в i-ый моменты времени испытания, i имеет значения от 0 до k, определяет номер момента испытания. Константы σ_{s0}, g и b вычисляются по методу наименьших квадратов. Полученные кривые упрочнения (6.15) или (6.16) после проверки адекватности модели, считая справедливой гипотезу "единой кривой", рекомендуется применять для практических расчетов при исследовании процессов обработки металлов давлением.

Константы материала можно определять при испытании цилиндрических образцов на одноосное сжатие. В опытах необходимо принять меры по максимально возможному уменьшению напряжений трения с целью предотвращения бочкообразования так, чтобы напряженное состояние было линейным. Измеряя в определенные i-ые моменты времени высоту образца h_i и силу осадки P_i, подсчитываются пары значений $\sigma_{si} = \dfrac{4P_i \cdot h_i}{\pi d_0^2 h_0}$ и $\Lambda_i = \sqrt{3}\ln\dfrac{h_0}{h_i}$, где h_0 и h_i — значения высоты образца в начальный $i = 0$ и i-ый моменты времени. По методу наименьших квадратов по опытным данным вычисляются константы, таким образом, находят кривую упрочнения (6.16) при осадке образцов и ее можно сравнить с аналогичной кривой, полученной при растяжении цилиндрических образцов. Для уменьшения систематической ошибки, связанной с бочкообразованием образца, рекомендуется в момент, когда наступает бочкообразование, переточить образец и продолжить испытание образца. Однако, суммарную степень деформации сдвига при этом можно достичь лишь до значения $\Lambda \approx 2{,}0$.

Для изучения кривой упрочнения при чистом сдвиге применяется метод скручивания сплошных и трубчатых образцов. Для пластического кручения в определенные моменты времени измеряют угол закручивания подвижного захвата φ_i, угол наклона риски на поверхности образца γ_i и соответствующее им значение крутящего момента M_i. Максимальное касательное напряжение и степень деформации сдвига сплошного образца определяются по формулам:

$$T_i = \tau_{\max_i} = \frac{4}{\pi d_0^3}\left(3M_i + \varphi_i\left(\frac{dM}{d\varphi}\right)_i\right);$$

$$\Lambda_i = tg\gamma_i.$$

При кручении сплошного образца степень деформации сдвига зависит от радиуса: на оси симметрии равняется нулю, а на поверхности имеет максимальное значение. Поэтому упрочнение по сечению образца неравномерное и это вносит погрешность при определении кривой упрочнения. Поэтому в опытах применяют трубчатые образцы с наружным и внутренним диаметрами d_0 и d_1. В этом случае интенсивность касательных напряжений в i-ый момент времени находится по формуле $T_i = \dfrac{12}{\pi\left(d_0^3 - d_1^3\right)}M_i$. Недостатком испытания трубчатых, особенно тонкостенных, образцов является потеря геометрической устойчивости при закручивании их на большой угол.

Положительного эффекта повышения точности определения кривой упрочнения можно добиться, применяя два сплошных образца с выточкой радиусом в продольном сечении R_0 и различными диаметрами в наименьшем сечении выточки d_0 и d_1. Тогда интенсивность касательных напряжений можно найти по формуле $T_i = \dfrac{12}{\pi\left(d_0^3 - d_1^3\right)}\left(M_0 - M_1\right)_i$, где M_0 и M_1 — крутящие моменты на образцах с диаметрами d_0 и d_1. При отношении $\dfrac{R_0}{d_0} = 1{,}25$ удается добиться устойчивой связи угла наклона риски на поверхности образца γ и угла поворота подвижного захвата φ в любой момент испытания в широком диапазоне изменения температуры, как при кручении в одном направлении, так и при знакопеременном кручении. Это обстоятельство является чрезвычайно важным, т. к. позволяет, измеряя угол φ_i, определять угол γ_i и степень деформации сдвига Λ_i. Зная пары значений T_i и Λ_i, при $i = 0, 1, \ldots, k$, с помощью метода наименьших квадратов находят константы материала τ_{s0}, g и b, и тем самым кривую упрочнения (6.15).

При одноосном растяжении и сжатии, как было установлено в главе 3, деформация является монотонной, а при кручении — квазимонотонной. Кроме того, при одноосном растяжении образца показатель Лоде $\mu_\sigma = -1$, при кручении $\mu_\sigma = 0$, а при одноосном сжатии $\mu_\sigma = 1$. Для проверки гипотезы подобия девиаторов напряжения и приращения пластической деформации, представленной уравнением $\mu_\sigma = \mu_{d\varepsilon}$, были поставлены опыты по нагружению стальных, медных и никелевых тонкостенных труб

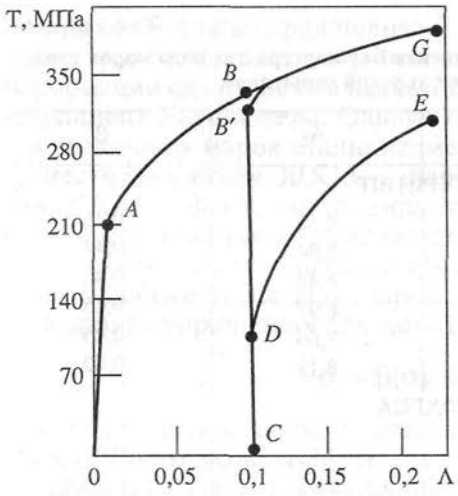


Рис. 6.7. Эффект Баушингера при знакопеременном кручении

осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением. Оказалось, что гипотеза о подобии девиаторов удовлетворяется для условий чистого сдвига, а при $\mu_\sigma \neq 0$ экспериментальные точки имеют систематическое отклонение от прямой $\mu_\sigma = \mu_{d\varepsilon}$.

На рис. 6.7 показана кривая упрочнения AB, полученная при кручении трубчатых образцов из стали. Если после разгрузки образец вновь нагрузить крутящим моментом в том же направлении, то кривая упрочнения $CB'G$ явится продолжением кривой упрочнения AB. Если повторное кручение производить в обратном направлении, то кривая упрочнения CDE лежит ниже кривой ABG. Отношение отрезков $\frac{CD}{CB} = \frac{\sigma_{s20}}{\sigma_{s1}}$ называют коэффициентом Баушингера, впервые установившего феномен уменьшения предела текучести металла при знакопеременной деформации. Отметим, что величина эффекта в монокристаллах больше, чем в поликристаллах. Эффект Баушингера объясняется различным характером развития дислокационной структуры при монотонной и знакопеременной деформациях.

Для изучения влияния условий нагружения в диапазоне развитых пластических деформаций на коэффициент Баушингера были проведены эксперименты по знакопеременному кручению образцов из пяти марок стали под различным гидростатическим давлением жидкости в испытательной камере. После закручивания образцов, на разное число этапов n со значениями амплитуды Λ_i определяется и суммарная деформация $\Lambda_n = \sum_{i=1}^{n} \Lambda_i$, затем проводится дополнительное закручивание образцов в том же направлении, что и на последнем n-ом этапе, и в противоположном направлении с целью определения σ_{s1} и σ_{s20}, а затем коэффициента Баушингера $\beta = \frac{\sigma_{s20}}{\sigma_{s1}}$. В таблице 6.3 при-

Таблица 6.3

Результаты определения коэффициента Баушингера для ряда марок сталей в зависимости от условий испытаний

n	p, МПа	Λ_Σ	β
	12Х18Н10Т		
5	0,1	4,52	0,46
7	200	5,94	0,44
6	300	5,44	0,42
7	400	6,97	0,45
7	600	7,66	0,45
6	800	8,18	0,42
	30ХГСА		
4	0,1	2,89	0,68
8	0,1	3,35	0,74
5	200	5,34	0,68
11	200	5,80	0,77
15	400	8,3	0,66
	ШХ 15		
10	0,1	5,78	0,40
7	400	6,14	0,40
8	800	8,99	0,40
8,0	800	8,99	0,40
	12Х1МФ		
7	0,1	7,57	0,69
7	200	5,20	0,71
7	300	9,77	0,70
7	500	10,58	0,69
	Ст45		
6	0,1	4,58	0,50
7	300	5,58	0,55
6	800	9,33	0,53
			0,44
			0,71
			0,40
			0,70
			0,53

ведены значения коэффициента β. Из анализа данных таблицы видно, что ни показатель напряженного состояния, ни степень деформации сдвига не оказывают существенного влияния на коэффициент Баушингера. Однако он имеет различные значения для различных марок стали: наименьшее значение β = 0,40 имеет место для стали ШХ15, а наибольшее β = 0,71 для стали 30ХГСА. Тот факт, что ни амплитуда, ни число этапов, ни суммарная деформация не оказывают влияние на эффект Баушингера, позволяет легко определить сопротивление деформации в начале любого этапа знакопеременной деформации, если известна кривая упрочнения для монотонной деформации:

$$\sigma_s = \beta(\sigma_{s0} + g\Lambda^{в}). \qquad (6.17)$$

В то же время показано, что дальнейший ход кривой упрочнения зависит как от номера этапа, так и от предварительной степени деформации сдвига. В опытах было установлено, что интенсивность упрочнения в начальной стадии деформации при увеличении номера этапа все возрастает (принцип Мазинга). Кривая упрочнения при знакопеременной деформации проходит ниже той, которая имеет место при монотонной деформации, вследствие циклического разупрочнения металла.

Представляют интерес кривые упрочнения металла, полученные после холодной прокатки труб и после волочения проволоки, в сравнении с кривой упрочнения исследованных марок стали в исходном состоянии. Все кривые упрочнения были получены в опытах на растяжение образцов, вырезанных соответственно из труб и проволоки в исходном состоянии (кривая 1), после первого (кривая 2) и второго (кривая 3) проходов холодной прокатки труб и волочения проволоки (рис. 6.8). При изображении кривых упрочнения 2 и 3 учитывалась степень предварительной деформации при прокатке и волочении, а кривые сдвигались вправо по оси абсцисс на соответствующую величину Λ. Известно, что деформация труб на станах ХПТ и проволоки является знакопеременной. Характер кривых упрочнения на рис. 6.8 подтверждает это заключение. Действительно, начало пластической деформации образцов после первого и второго проходов прокатки и волочения наступает при напряжении, меньшем напряжения, соответствующего кривой упрочнения при монотонной деформации (кривая 1) в коэффициент Баушингера раз. Коэффициент Баушингера, определенный таким образом, для сталей марок 12Х18Н10Т и Ст3сп соответственно равен 0,46 и 0,52, что согласуется с данными табл. 6.3. Для кривых упрочнения 2 и 3 по сравнению с кривой 1 характерно возрастание ин-

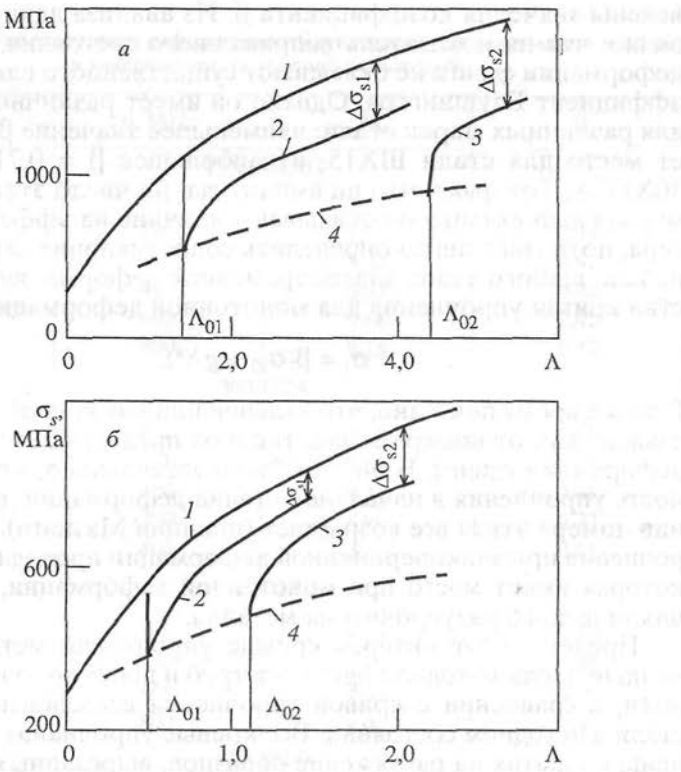


Рис. 6.8. Упрочнение стали 12Х18Н10Т (*а*) и Ст 3сп (*б*) в исходном состоянии (1), после первого (2) и второго (3) проходов холодной прокатки труб (*а*) и волочения проволоки (*б*), 4 — кривая упрочнения по методике Зюзина-Третьякова

тенсивного упрочнения в начальной стадии испытания образцов, что соответствует известному принципу Мазинга. Кривые упрочнения 2 и 3, полученные после первого и второго проходов прокатки и волочения, лежат ниже кривой 1, полученной при монотонной деформации, соответственно на величины $\Delta\sigma_{s1}$ и $\Delta\sigma_{s2}$, характеризующих циклическое разупрочнение сталей.

Таким образом, даже при холодной деформации широко применяемая в механике обработки металлов давлением гипотеза "единой кривой" может использоваться лишь для процессов с монотонной деформацией, когда показатель Лоде μ_σ близок к нулю, что соответствует чистому сдвигу, либо плоской деформации.

При горячей деформации одновременно протекают два конкурирующих процесса: упрочнение и разупрочнение. Разупроч-

нение металла происходит в результате процессов возврата и рекристаллизации, которые сопровождаются перестройкой дислокационных структур, формированием новых зерен с неискаженной структурой и уменьшением плотности дислокаций на два—три порядка. При горячей деформации ярко выражены не только пластические свойства, но и проявляется вязкость деформируемого металла. Поэтому процесс упрочнения развивается во времени неоднозначно и зависит от истории нагружения, которую можно определить функцией интенсивности скорости деформации сдвига от времени $H(\tau)$. Таким образом, поскольку сопротивление деформации зависит от аргумента-функции, то оно является функционалом.

Процесс горячей деформации может осуществляться в несколько этапов, разделенных паузами, во время которых также протекает процесс рекристаллизации, который в отличие от предыдущей (динамической) называют статической рекристаллизацией. Однако действие динамической и статической рекристаллизации сводится к одному и тому же — к разупрочнению. Изучение процессов упрочнения и разупрочнения металла при прерывистой горячей деформации осуществляют на пластометрах, таких испытательных машинах, на которых обеспечивается постоянство скорости деформации на отдельных этапах, регулирование температуры испытания, величины частного обжатия и продолжительности паузы между обжатиями. Пластометры оборудованы механическими копирами-кулачками. Профиль кулачка пластометра обеспечивает при осадке образцов постоянство скорости деформации $\xi_{33} = -\frac{\upsilon}{h} = \text{const}$. Для этого по мере уменьшения текущего значения высоты образца h в одинаковой степени уменьшается скорость перемещения бойка υ. Если известны радиус маховика пластометра r_0, угловая скорость его вращения ω, высота и абсолютное обжатие образца h_0 и Δh, то радиус кулачка определяется формулой:

$$r = r_0 + h_0\left[1 + \exp\left(\frac{\xi_{33}\cdot\Delta\alpha}{\omega}\right)\right], \qquad (6.18)$$

где $\Delta\alpha$ — центрированный угол на кулачке, соответствующий текущему обжатию Δh. Количество обжатий с паузами определяется числом кулачков, установленных по периметру на маховике.

На рис. 6.9*а* представлены результаты исследования упрочнения стали Ст3 за два обжатия с паузой между ними 1,2 с. При первом обжатии упрочнение стали составило $\Delta\sigma_0$, а в процессе

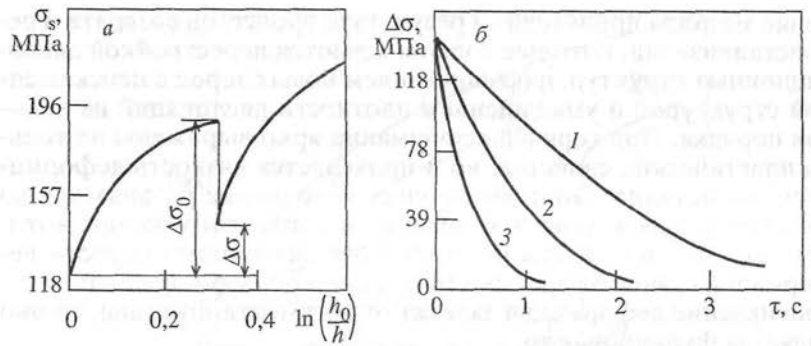


Рис. 6.9. Кривая упрочнения стали Ст3 за два обжатия с паузой между ними τ = 1,2 *с* (*а*) и кривые разупрочнения при температурах θ = 900 (1); 1000 (2); и 1100 °С (3)

паузы в результате статической рекристаллизации происходит разупрочнение на величину $(\Delta\sigma_0 - \Delta\sigma)$, таким образом, остаточное упрочнение равно величине $\Delta\sigma$. При повторном сжатии вновь наблюдается упрочнение. Испытания образцов с двумя обжатиями с изменением величины паузы до трех и более секунд позволили получить кривые разупрочнения (рис. 6.9*б*). Чем выше температура испытания, тем интенсивнее протекают процессы разупрочнения. Было установлено, что скорость разупрочнения повышается с ростом упрочнения после первого обжатия $\Delta\sigma_0$.

Результаты опытов, проведенных при разных обжатиях образца $\ln(h_0/h_1)$, скорости деформации ξ_{11} и температуре θ, а также продолжительности паузы τ, удовлетворяют уравнению разупрочнения металла

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_0 \exp\left(-\frac{\tau}{n}\right), \qquad (6.19)$$

где n — константа, которая зависит от материала и температуры испытания. Для стали Ст3 было определено:

θ °С	900	1000	1100
n	0,9	0,5	0,18

Обобщить результаты исследования упрочнения и разупрочнения металлов при горячей деформации можно, используя следующие теоретические соображения. Характер влияния скоро-

сти деформации на упрочнение таков, что при увеличении скорости деформации сверх некоторого достаточно большого значения $H \geq H_*$ упрочнение отсутствует. В этом случае следует учитывать только деформационное упрочнение, а сопротивление деформации будет определяться некоторой функцией

$$\sigma_s = \varphi(\Lambda), \tag{6.20}$$

которая не учитывает разупрочнение, т. к. оно при высокой скорости ($H_* \to \infty$) не успевает протекать. С достаточной для практики точностью зависимость (6.20) можно представить в виде:

$$\varphi(\Lambda) = a + (b - a)[1 - \exp(c \cdot \Lambda)], \tag{6.21}$$

где a, b и c — эмпирические коэффициенты, которые находятся по методу наименьших квадратов по результатам испытания образцов с предельно высокой скоростью деформации. Коэффициент a характеризует сопротивление деформации до испытания образца, b — наибольшее значение сопротивления деформации, которое возникает при бесконечно большой степени деформации сдвига при испытании ($\Lambda \to \infty$). Коэффициент c характеризует релаксационные процессы в металле, роль которых возрастает с ростом степени деформации сдвига.

Средняя скорость деформации для процессов обработки металлов давлением имеет следующие значения: прессование $H_{ср} = 10^{-2}\ldots10^{1}$ 1/с; горячая прокатка — $10^{0}\ldots10^{2}$; волочение — $10^{1}\ldots10^{2}$; штамповка на прессах — $10^{1}\ldots10^{2}$; ковка на молотах — $10^{1}\ldots10^{3}$; штамповка взрывом — $10^{3}\ldots10^{4}$. Практически для всех процессов обработки металлов давлением влиянием процесса разупрочнения пренебрегать нельзя. Учтем разупрочнение в течение некоторого малого времени $\Delta\tau$, который значительно меньше рассматриваемого интервала времени от 0 до t. Предположим, что разупрочнение пропорционально сопротивлению деформации в данный момент и продолжительности интервала $\Delta\tau$. Следовательно, сопротивление деформации будет равно:

$$\sigma_s(\Delta\tau) = \varphi(\Lambda) - K\sigma_s(\tau) \cdot \Delta\tau. \tag{6.22}$$

Разобьем интервал времени от 0 до t на n малых интервалов $\Delta\tau_i$, тогда сопротивление деформации в момент времени t будет равно

$$\sigma_s(t) = \varphi[\Lambda] - \sum_{i=1}^{n} K_i \sigma_s(\tau_i)\,\Delta\tau_i. \tag{6.23}$$

Коэффициент пропорциональности K является убывающей функцией от аргумента $(t - \tau)$, т. к. скорость разупрочнения в опытах (рис. 6.9*б*) к концу интервала $(0\ldots t)$ падает.

При $\Delta\tau \to 0$, $n \to \infty$ после предельного перехода суммы (6.23) преобразуется к интегралу вида

$$\sigma_s(t) = \varphi(\Lambda) - \int_0^t K(t-\tau)\,\sigma_s(\tau) \cdot d\tau. \tag{6.24}$$

Искомая функция $\sigma_s(\tau)$ входит под знак интеграла, а уравнение (6.24) называется интегральным уравнением Вольтерра. Функция $K(t - \tau)$ называется ядром интегрального уравнения, которая определяется из опытных данных о разупрочнении, аналогичных представленым на рис. 6.9.

Опуская вывод, приведем решение задачи

$$\sigma_s(\Lambda)_{H=\text{const}} = a + (b-a)\left[1 - \exp(c\Lambda)\right] - A\left\{b\left[1 - \exp\left(-\lambda\frac{\Lambda}{H}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{a-b}{1-\dfrac{c}{\lambda}H}\left[\exp(-c\lambda) - \exp\left(-\lambda\frac{\Lambda}{H}\right)\right]\right\}. \tag{6.25}$$

Это уравнение описывает кривые упрочнения при постоянных значениях скорости деформации и температуры, которые называются параметрическими кривыми упрочнения. Коэффициенты a, b, c и λ находятся по методу наименьших квадратов и являются константами деформируемого металла (табл. 6.4).

На рис. 6.10…6.20 приведены параметрические кривые упрочнения сталей и сплавов цветных металлов, полученные при испытании на пластометре в зависимости от температуры и скорости деформации. Химический состав сталей и сплавов и состояние структуры приведены в табл. 6.5.

Хорошей аппроксимацией кривой упрочнения является алгебраическое выражение

$$\sigma_s = \sigma_{s0} \exp\beta\left(1 - \overline{\theta}\right)\left(H/H_0\right)^{\alpha\overline{\theta}\left(1-\Lambda^{-\delta}\right)}, \tag{6.26}$$

Таблица 6.4

Константы упрочнения

№ №	Материал	θ °C	*a*, МПа,	*b*, МПа	c	A	λ, 1/c
1	Сталь Х18Н9Т	900	94	270	7,2	0,31	45
		100	55	220	7,6	0,41	45
		1100	35	170	6,5	0,45	45
		1200	25	130	7,3	0,55	35
2	Сталь У12А	900	35	200	8,4	0,60	60
		1000	15	150	0,9	0,70	70
		1100	18	130	8,6	0,73	50
		1200	9	90	12	0,75	40
3	Свинец	20	0	290	7	0,45	15

Таблица 6.5

Химический состав сталей и сплавов цветных металлов и состояние поставки

№ №	Марка стали, состояние	C, %	Mn, %	Si, %	Cr, %	Ni, %	Ti	Mg	P	S	W
1	20	0,20	0,53	0,37	0,13	0,14	—			0,039	
2	14ГН	0,18	0,85	0,27	—	0,55	—			—	—
3	ХВГ, горячая прокатка, отжиг	0,95	0,91	0,22	1,07	0,21	—			—	1,20
4	ШХ15	0,93	0,34	0,26	1,48	0,16	—		0,028	0,015	—
5	12Х18Н9Т	0,07	0,085	0,47	17,8	10,5	0,2		—	—	—
6	Х15Н60	0,12	1,01	0,75	16,8	57,9	0,19		0,020	—	
7	Сплав АМг6, горячее прессование, отжиг	0,006 Al-92,2	0,65 %	—	—	—	—	6,2	—	—	—
8	ВТ1-0										
9	ВТ20										
10	Л90										
11	МНЦ15-20										

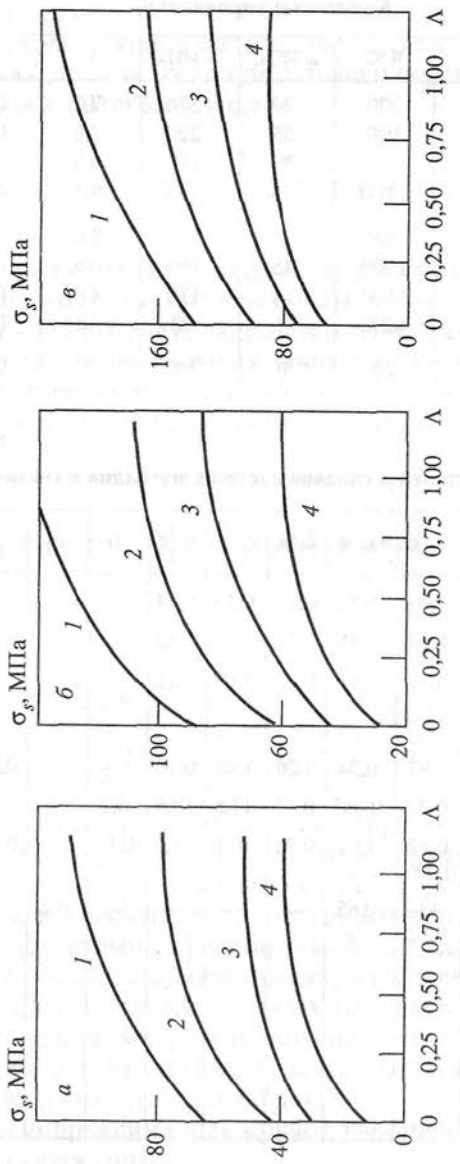


Рис. 6.10. Параметрические кривые упрочнения стали 20: скорость деформации ξ_{11} (1/с) равняется 0,5 (*а*); 5 (*б*); 50 (*в*); температура (°С) *1* — 900; *2* — 1000; *3* — 1100; *4* — 1200

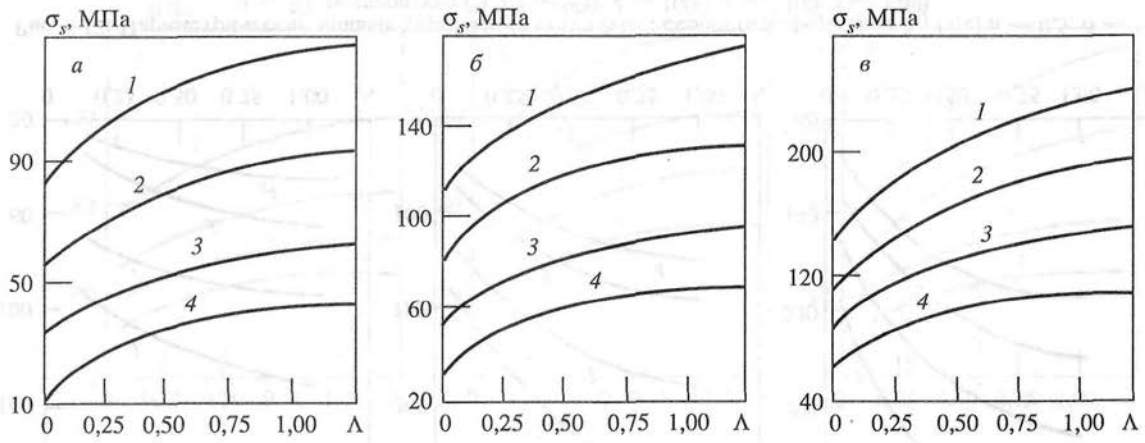


Рис. 6.11. Параметрические кривые упрочнения стали 14ГН: скорость деформации ξ_{11} (1/с) *а* — 0,5; *б* — 5; *в* — 50; температура (°С) *1* — 900; *2* — 1000; *3* — 1100; *4* — 1200

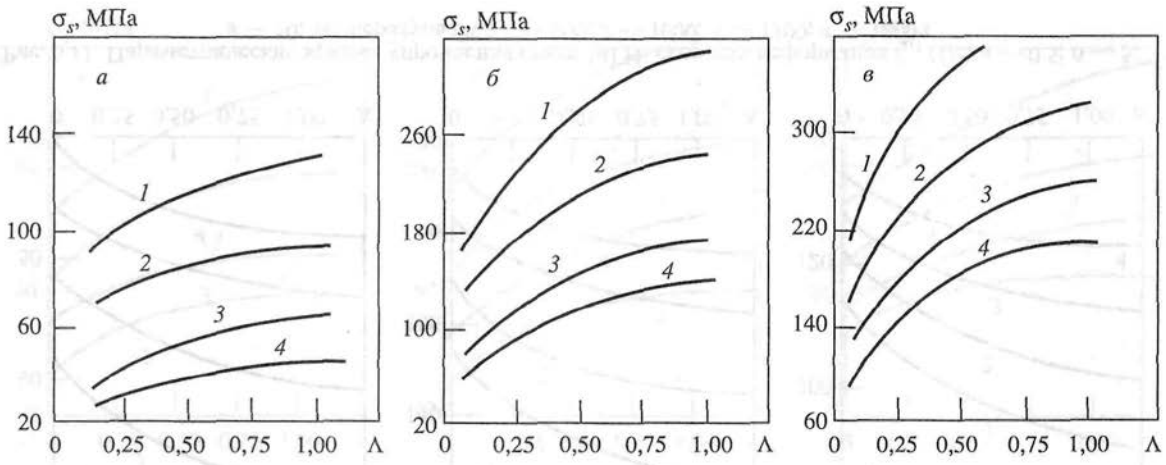


Рис. 6.12. Параметрические кривые упрочнения стали ХВГ: скорость деформации ξ_{11} (1/с) *а* — 0,5; *б* — 5; *в* — 50; температура (°С) *1* — 900; *2* — 1000; *3* — 1100; *4* — 1200

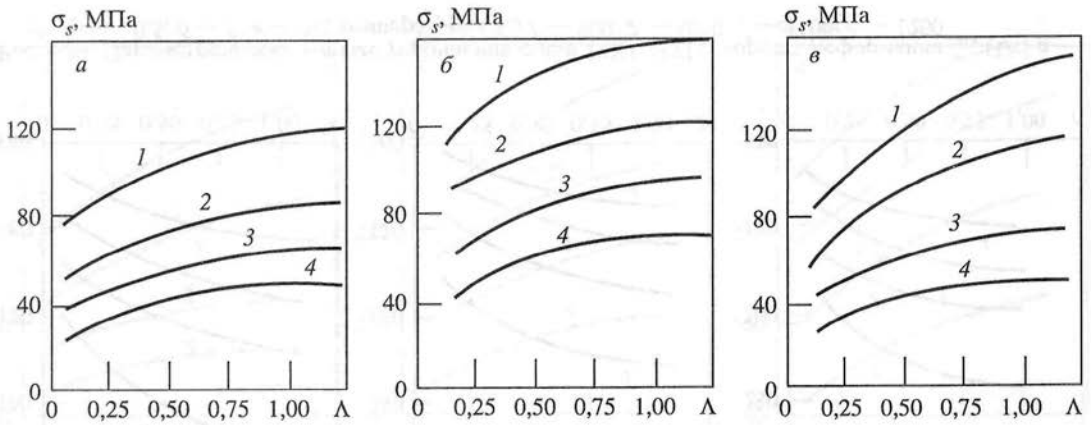


Рис. 6.13. Параметрические кривые упрочнения стали ШХ15: скорость деформации ξ_{11} (1/с) *а* — 0,5; *б* — 5; *в* — 50; температура (°С) *1* — 900; *2* — 1000; *3* — 1100; *4* — 1200

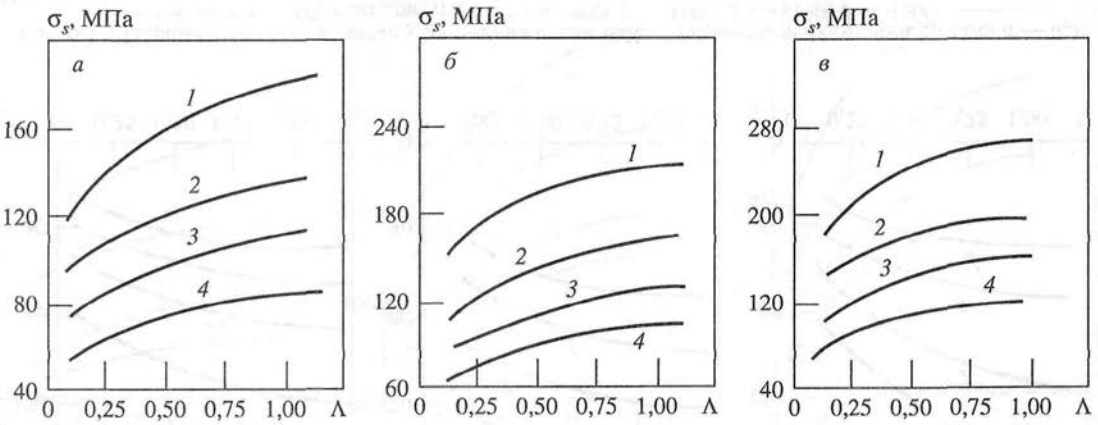


Рис. 6.14. Параметрические кривые упрочнения стали 12Х18Н9Т: скорость деформации ξ_{11} (1/с) *а* — 0,5; *б* — 5; *в* — 50; температура (°С) *1* — 900; *2* — 1000; *3* — 1100; *4* — 1200

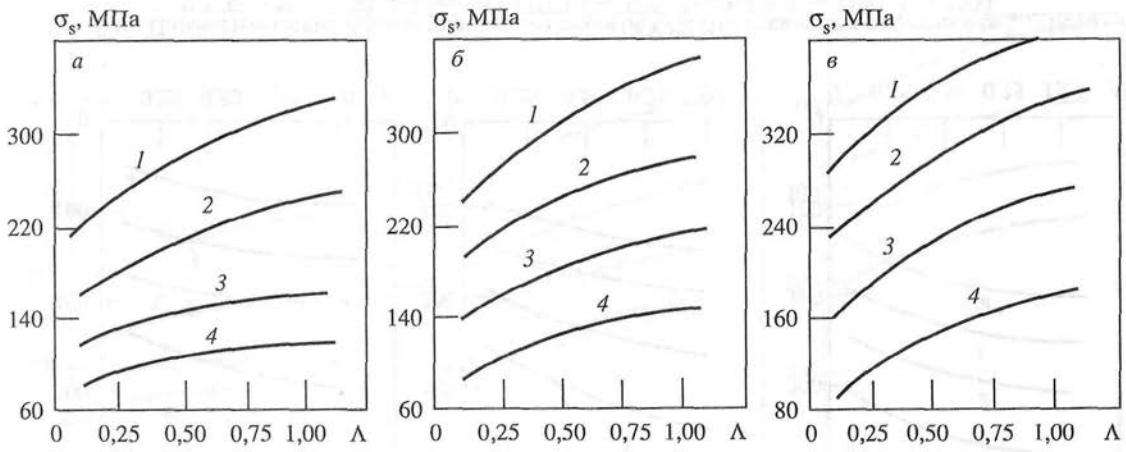


Рис. 6.15. Параметрические кривые упрочнения стали 10Х17Н13М2Т: скорость деформации ξ_{11} (1/с) *а* — 0,5; *б* — 5; *в* — 50; температура (°С) *1* — 900; *2* — 1000; *3* — 1100; *4* — 1200

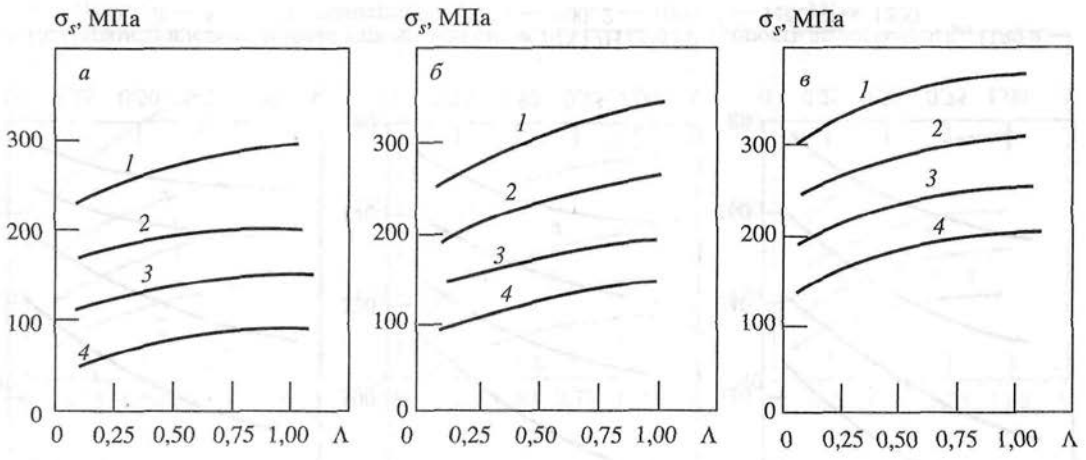


Рис. 6.16. Параметрические кривые упрочнения стали 08Х20Н10Г6: скорость деформации ξ_{11} (1/с) *а* — 0,5; *б* — 5; *в* — 50; температура (°С) *1* — 900; *2* — 1000; *3* — 1100; *4* — 1200

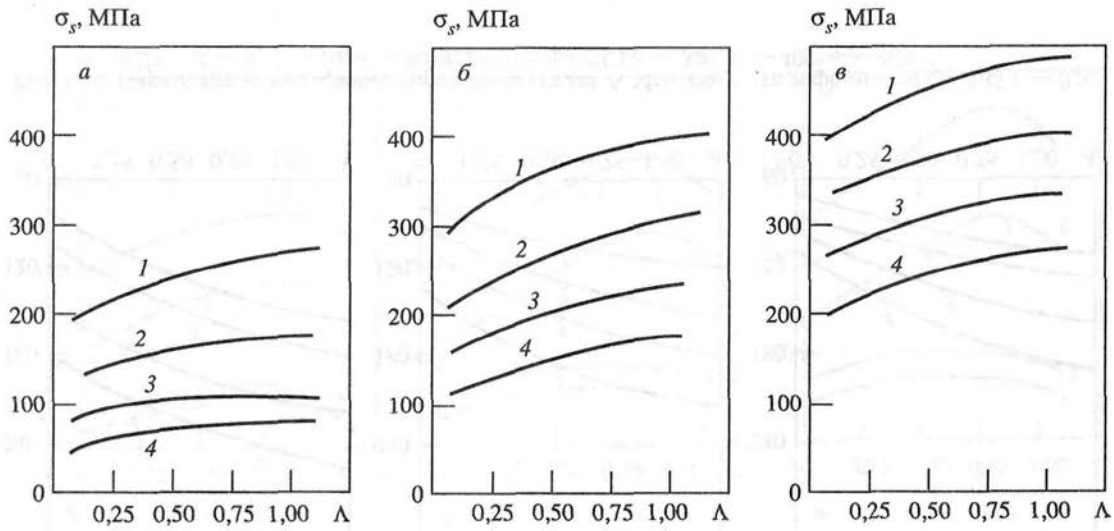


Рис. 6.17. Параметрические кривые упрочнения сплава Х15Н60: скорость деформации ξ_{11} (1/с) *а* — 0,05; *б* — 7,5; *в* — 150; температура (°С) *1* — 900; *2* — 1000; *3* — 1100; *4* — 1200

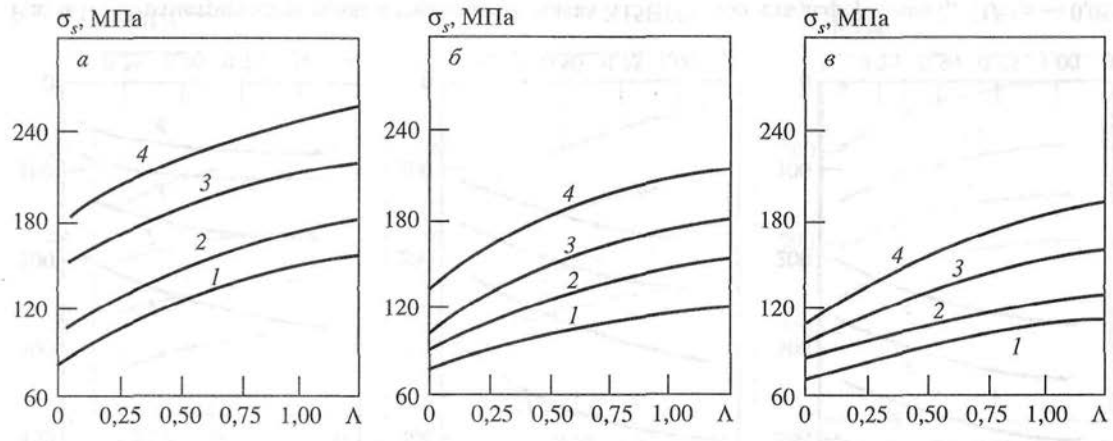


Рис. 6.18. Параметрические кривые упрочнения сплава А Мг6: скорость деформации ξ_{11} (1/с) *1* — 0,5; *2* — 5; *3* — 20; *4* — 60; температура (°С) *а* — 320; *б* — 400; *в* — 460

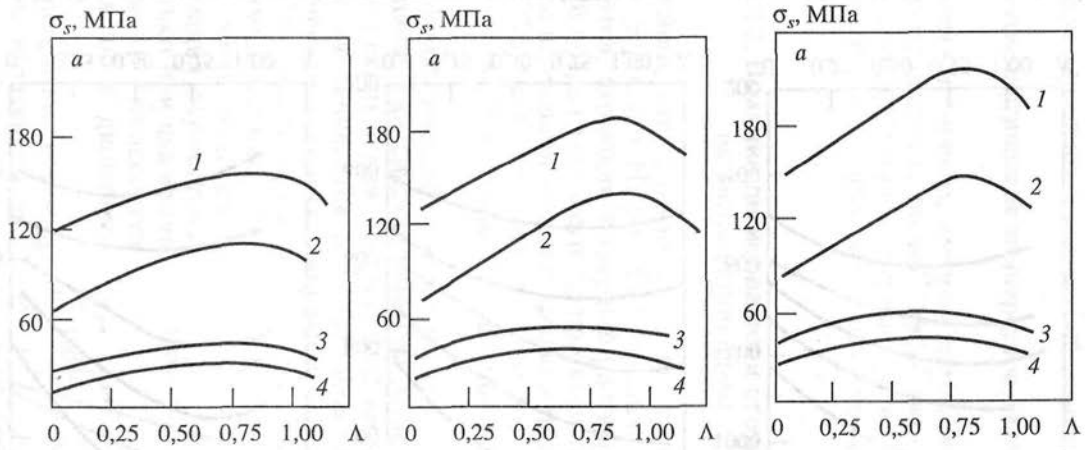


Рис. 6.19. Параметрические кривые упрочнения сплава ВТ1-0: скорость деформации ξ_{11} (1/с) *а* — 0,1; *б* — 7; *в* — 16,6; температура (°С) *1* — 700; *2* — 800; *3* — 900; *4* — 1000

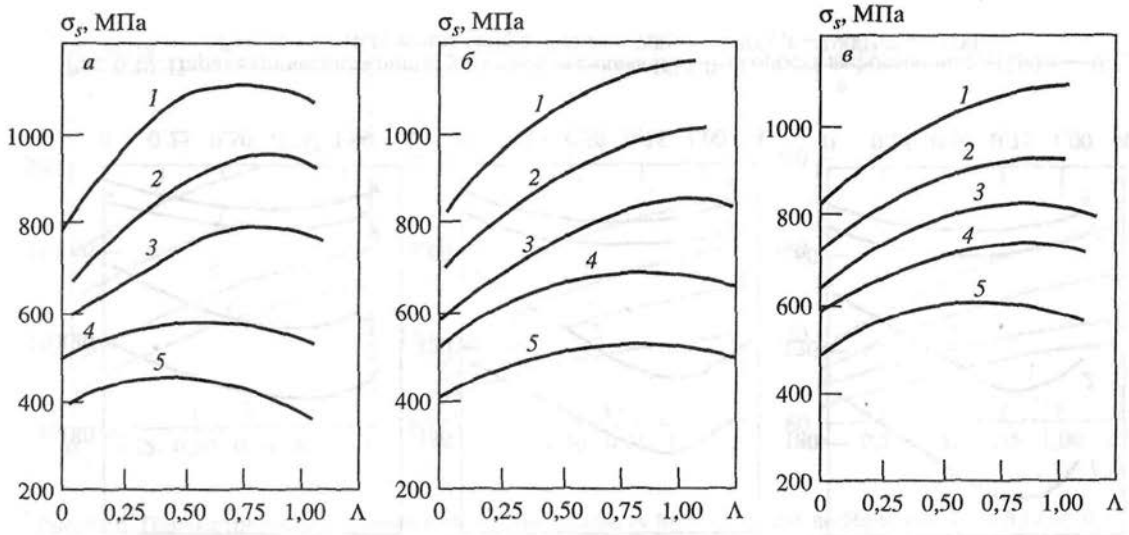


Рис. 6.20. Параметрические кривые упрочнения сплава ВТ20: скорость деформации ξ_{11} (1/с) *а* — 1; *б* — 10; *в* — 100; температура (°С) *1* — 300; *2* — 500; *3* — 600; *4* — 700; *5* — 800

где σ_{s0} и H_0 — сопротивление деформации и интенсивность скорости деформации сдвига в начальный момент времени $\tau = 0$;

$\bar{\theta} = \dfrac{\theta}{\theta_{пл}}$ — гомологическая температура, (здесь θ °K); σ_{s0}, β, α и δ — константы материала, которые легко определить из параметрических кривых упрочнения. Эффективно при этом использовать идеи планирования эксперимента, в частности, дробные реплики линейных планов для описания механизма явления (см. главу 8).

6.3.2. Влияние легирования и структурные аспекты упрочнения

Легирование, как правило, приводит к повышению сопротивления деформации. На рис. 6.21 показано влияние легирующих элементов, входящих в твердый раствор медных сплавов, на условный предел текучести σ_{02} при комнатной температуре. Наибольшее влияние оказывают олово и бериллий, а наименьшее цинк. Обычно легирующие элементы образуют фазы в виде интерметаллидов, которые обеспечивают дисперсионное упрочнение.

На сопротивление деформации и упрочнение металла оказывают влияние тип кристаллической решетки и связанные с ним системы скольжения. Из рис. 6.22 видно, что плотность дислокаций увеличивается для металлов, имеющих низкую энергию дефекта упаковки, например, серебро (Ag). Для металлов с ГПУ решеткой, имеющих минимальное число систем скольжения, пластическая деформация осуществляется не только при движении дислокации в плоскостях скольжения, но и двойникованием.

С увеличением степени деформации образуются дислокационные стенки и формируется ячеистая структура, характеризующаяся неравномерным распределением дислокаций. Стенки ячеек имеют большую плотность дислокаций. Диаметр ячеек составляет 1…2 мкм, а толщина стенок 0,2…0,3 мкм. Соседние ячейки разориентированы между собой на угол около одного град. Формированию ячеистой структуры способствует развитое поперечное скольжение винтовых дислокаций, характерное для металлов с высокой энергией дефекта упаковки.

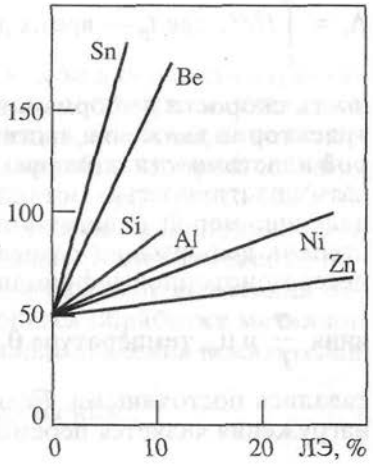


Рис. 6.21. Влияние легирующего элемента, входящего в твердый раствор, на условный предел текучести для поликристаллической меди

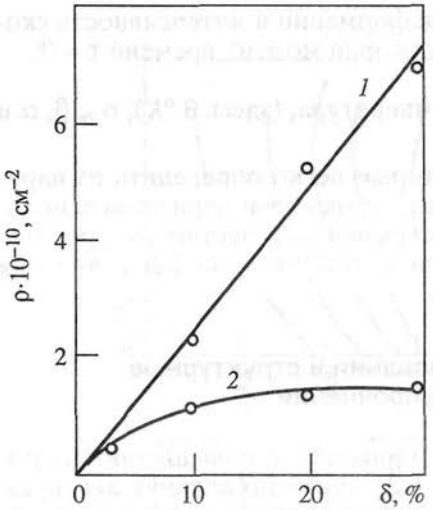


Рис. 6.22. Влияние относительного удлинения образцов на среднюю плотность дислокации в ячейках: 1 — *Ag*; 2 — α-*Fe*

6.3.3. Диаграмма пластичности

Величину пластической деформации, накопленной к моменту разрушения, принято измерять степенью деформации сдвига

$\Lambda_p = \int_0^{t_p} H d\tau$, где t_p — время до макроразрушения, H — интенсивность скорости деформации сдвига, которая определена вдоль траектории движения частицы. Таким образом, Λ_p является мерой пластичности, которую в дальнейшем будем условно называть пластичностью металла. Однако, следует уточнить определение: мерой пластичности или пластичностью называется степень деформации сдвига до макроразрушения, если в процессе монотонной деформации показатели напряженного состояния $\dfrac{\sigma}{T}$ и μ_σ, температура θ и скорость деформации сдвига H оставались постоянными. Если хотя бы один из этих параметров нагружения является переменным, то степень деформации сдви-

га, накопленная до разрушения, обозначается Λ_*, а при знакопеременной деформации Δ_{*n}.

Зависимость пластичности Λ_p от показателей напряженного состояния $\frac{\sigma}{T}$ и μ_σ называется диаграммой пластичности. Поиск ее имеет важное значение для развития механики вязкого разрушения металлов и сплавов, а зависимость $\Lambda_p = \Lambda_p\left(\frac{\sigma}{T}, \mu_\sigma, \theta, H, x_i, c_i\right)$ в теории разрушения является одним из трех определяющих соотношений. Здесь x_i и c_i — величины, которые характеризуют содержание химических элементов и параметры структуры. Благодаря исследованиям пластичности и разрушения металла при знакопеременной деформации находят второе определяющее соотношение $a = a\left(\frac{\sigma}{T}, \mu_\sigma, \theta, H, x_i, c_i\right)$. Наконец, исследование восстановления пластичности при термической или термомеханической обработках позволяет установить закономерности уменьшения поврежденности материала за счет "залечивания" объемных микро- и макродефектов: $\Delta\omega = \Delta\omega\left(\omega, \frac{\sigma}{T}, \mu_\sigma, \theta, H, x_i, c_i\right)$.

В главе 4 рассмотрены краевые задачи для оценки характеристик напряженно-деформированного состояния металла при различных способах испытания образцов, в том числе на испытательных машинах, снабженных камерой, в которой достигают высокого давления до 1000 МПа и температуры до 1200 °С. Новая испытательная техника обеспечивает возможность исследования пластичности в широком диапазоне изменение показателей σ/T и μ_σ. Выбор способов и режимов испытания образцов зависит от исследуемого процесса обработки металлов давлением. Ниже приведены возможные значения показателей $\frac{\sigma}{T}$ и μ_σ, характерные для некоторых из них:

№ пп	Способ ОМД	σ/T	μ_σ
1	Волочение проволоки	–1,15…0,5	–1,0
2	Волочение труб на оправке	–1…0,4	–1,0…0,0
3	Безоправочное волочение труб	–0,58…0,40	–0,3…0,3
4	Гидропрессование круглых прутков	–6,0…1,15	–1,0
5	Волковое редуцирование труб	–1…-0,58	–0,5…0,5
6	Прокатка труб на станах ХПТ	–3,5…0,58	–0,6…0,5
7	Прокатка листа	–5,0…–1,0	0
8	Прокатка сортовых профилей в калибрах	–3,0…0,58	–0,8…0,0

Для первых пяти способов обработки первая колонка числовых значений соответствует значениям показателей на входе в очаг деформации, а вторая — на выходе; для седьмого — первая колонка в нейтральном, а вторая — на входном или выходном сечениях; для шестого и восьмого способов первая колонка соответствует значению $\frac{\sigma}{T}$ в вершине, а вторая — в выпуске калибра.

Основными требованиями, предъявляемыми при выборе способов испытания образцов, являются обеспечение постоянства показателей $\frac{\sigma}{T}$ и μ_σ и сохранение условия монотонности деформации в течение всего эксперимента. Важно, чтобы опыт мог быть осуществлен при высоком давлении с широким диапазоном его регулирования. Необходима высокая точность определения в месте макроразрушения образца показателей напряженного состояния и степени деформации сдвига до разрушения. Классифицировать механические испытания можно по величине показателя Лоде μ_σ. Испытание при осесимметричной деформации растяжением (растяжение образца с шейкой и с мягкой прослойкой) дает значение показателя Лоде $\mu_\sigma = -1$, который характерен для процессов волочения проволоки, прессования круглых прутков, т. к. $\sigma_{22} = \sigma_{33}$. Испытание при осесимметричной деформации сжатием (осадка цилиндрического образца без бочки, пластический изгиб тонкостенной оболочки, закрепленной по круговому контуру), дает значение показателя $\mu_\sigma = +1$, который характерен для некоторых кузнечных операций, объемной и листовой штамповки, внедрения сферического, конического и т. п. инденторов в пластическое полупространство, т. к. $\sigma_{11} = \sigma_{22}$. Испытание при плоской деформации и частном случае плоской деформации — чи-

стом сдвиге (растяжение и изгиб плоских образцов, кручение цилиндрических образцов, внедрение плоского и клинового инденторов в пластическое полупространство) дает показатель Лоде $\mu_\sigma = 0$, который характерен для прокатки тонких листов, волочения тонкостенных труб на цилиндрической оправке, деформации металла в конусе захвата при прошивке сплошных заготовок способом винтовой прокатки, т. к. $|\sigma_{11}| = |\sigma_{33}|$, $\sigma_{22} = \sigma$.

Таким образом, для построения диаграмм пластичности методически правильно выбирать такие способы испытания, для которых во время опыта $\mu_\sigma = \text{const}$, но их совокупность дает нужные значения показателя Лоде в диапазоне $-1 \le \mu_\sigma \le 1$. Однако, при каждом из выбранных способов испытания (растяжение цилиндрических образцов, для которого $\mu_\sigma = -1$; кручение цилиндрических или растяжение плоских образцов, для которого $\mu_\sigma = 0$; пластический изгиб оболочки, закрепленной по круговому контуру, для которого $\mu_\sigma = +1$) можно дополнительно воздействовать на образец жидкостью с гидростатическим давлением p. Выбирая для каждого из этих испытаний регулируемое по ниже заданному закону давление $p(\Lambda)$, можно добиться постоянства значения σ/T в течение всего опыта:

№ пп	Вид испытания	Закон регулирования гидростатического давления
1	Растяжение цилиндрических образцов с шейкой	$p_* = \left\{\frac{1}{3}\left[1+\frac{3}{4}(\Lambda-0{,}2)^{0{,}81}\right]-\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sigma}{T}\right)_*\right\}\left(\sigma_{0,2}+g\Lambda^n\right)$
2	Кручение	$p_* = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sigma}{T}\right)_*\left(\sigma_{0,2}+g\Lambda^n\right)$
3	Пластический изгиб оболочки	$p_* = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\sigma_{0,2}+g\Lambda^n\right)\left[(m+1)\Big/\sqrt{m^2+m+1}-\left(\frac{\sigma}{T}\right)_*\right]$

Здесь $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_*$ — задается из условий опыта и остается все время постоянным. Максимально возможное значение $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_*$ зависит от вида испытания. Так, при третьем виде испытания, если пластический изгиб оболочки осуществляется через круглую

матрицу и $m = 1$, то $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_{*\max} = 1{,}15$. Минимальное значение $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_{*\min}$ зависит от технических возможностей создания в испытательной камере максимального давления $p_{*\max}$, а также от сопротивления деформации материала образца.

Очевидно, что изучение пластичности в условиях, характерных для процессов ОМД, возможно только при использовании установок более высокого давления.

Установки высокого давления для изучения механических свойств материалов различают по способам создания давления в испытательной камере и по конструкции устройств, предназначенных для осуществления нагружения. По первому признаку выделяют две группы установок.

К первой относятся установки с вынесенным независимым источником высокого давления (мультипликаторы, а при давлении менее 200 МПа — насосы). В результате удается упростить конструкцию испытательной камеры и привода механизма для испытания образцов. Но в этом случае оказывается более громоздким и менее надежным блок высокого давления, т. к. увеличивается количество деталей, трубопроводов и соединений, находящихся под высоким давлением. Такие испытательные машины отличаются малой производительностью.

Ко второй группе относятся установки "прямого действия", в которых испытательной камерой является контейнер, а давление создается перемещением плунжера от независимого привода, чаще всего гидроцилиндра. Преимуществами таких машин являются высокая производительность и надежность.

По второму признаку установки различаются конструкцией контейнера высокого давления или испытательной камеры, а также конструкцией привода механизма для нагружения образца. В большинстве испытательных машин применяют подвижные захваты образца, одновременно являющиеся плунжерами контейнера высокого давления. Недостатком такого типа установок является изменение давления в контейнере в процессе испытания образца. Поддерживать давление постоянным можно, используя более сложные конструкции испытательной камеры типа цилиндр-поршень-мультипликатор или цилиндр-поршень-поршень. В случае, когда плунжеры контейнера снабжены захватами и соединены с приводами источника высокого давления и механизма для испытания образца, существенно усложняется

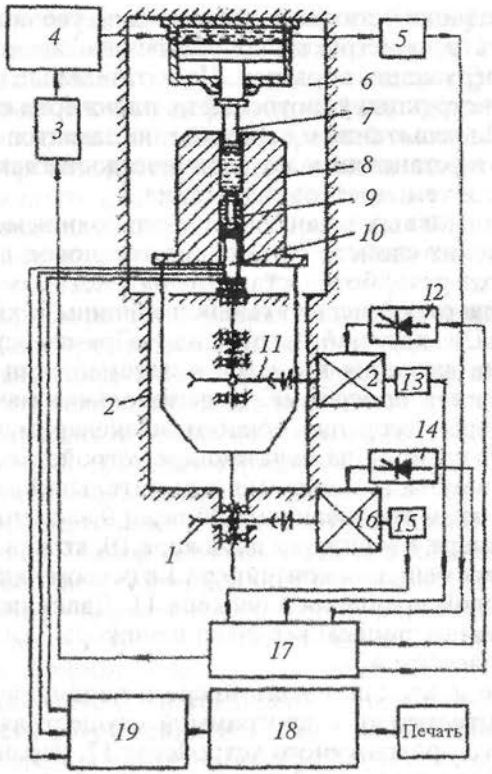


Рис. 6.23. Схема универсальной испытательной машины с камерой высокого давления

конструкция приводов и ухудшаются условия обслуживания установки, снижается ее производительность, затрудняется управление процессом испытания образца по заданной программе нагружения, ограничиваются возможности осуществления различных видов испытания образца (растяжение, кручение, осадка, пластический изгиб оболочки) в одной и той же испытательной камере.

Существенные преимущества имеют установки с испытательной камерой, в которой захваты образца расположены на нижнем плунжере и на контейнере (рис. 6.23). В этом случае верхний плунжер будет соединен с приводом механизма, обеспечивающего давление в испытательной камере, а нижний плунжер и контейнер соединены с приводами механизма испытания образца. Применение трех независимых приводов позволяет упростить условия эксплуатации установки, существенно увеличить ее производительность и конструктивно обеспечить возможность программного нагружения образцов. Испытательные камеры отличаются по конструкции уплотнений на плунжерах и конструкции датчиков силы испытания и перемещения захватов образца.

Различают установки и по величине достигаемых параметров: давление и температура испытания.

Одной из основных задач совершенствования методик изучения механических свойств с помощью установок высокого давления является разработка стандартных методов испытания и создание стандартной испытательной машины с камерой высокого давления, в которой нагружение образца осуществляется при изменении давления в камере и перемещении захватов образца по заданной программе. Испытательная машина должна иметь микропроцессор для обработки экспериментальной информации и выдачи ее на печатающее устройство. На рис. 6.23 приведена кинематическая схема испытательной машины, соответствующая этим требованиям. Образец 9 закрепляют в захватах на контейнере 8 и нижнем плунжере 10, которые соединены с приводом перемещения контейнера 1 в осевом направлении образца и приводом вращения плунжера 11. Давление в контейнере создают перемещением верхнего плунжера 7 от гидроцилиндра 6 с гидронасосом 4.

Изменение давления в контейнере и перемещение захватов образца в соответствии с программой осуществляется с помощью числового программного устройства 17, управляющего работой регулятора давления 3 и приводов движения контейнера и нижнего плунжера 1 и 11. Приводы могут быть электромеханические от двигателей постоянного тока 2, 16 с питанием от тиристоров 12, 14, как это изображено на схеме, или от гидродвигателей-гидронасосов (универсальных гидравлических регуляторов скорости). Гидроцилиндр 6 и приводы механизмов 1, 11 оснащены датчиками состояния системы нагружения: датчиком давления 5 и числа оборотов 13 и 15, с помощью которых осуществляется обратная связь с числовым программным устройством.

Испытательная машина оснащена специальными датчиками для измерения давления в испытательной камере 8, а также силовых и кинематических параметров нагружения образца в окружном и осевом направлениях. Сигналы от датчиков поступают на систему аналог-код 19 и микропроцессор 18 для расчета и выдачи на печать параметров напряженного и деформированного состояний образца при испытании с последующей статистической обработкой экспериментальных данных для определения кривых упрочнения и диаграмм пластичности металла.

Рассмотрим влияние технологических факторов на пластичность сталей и сплавов. Известно, что пластичность сталей и сплавов зависит от большого числа технологических факторов: соотношения размеров очага деформации (для прокатки, например, это отношения длины и ширины к средней высоте l/h и b/h), параметров калибровки инструмента, качества смазки, величин деформации по проходам, скорости обжатия и т. п. В производственных условиях для конкретного процесса ОМД иногда целесообразно изучать пластичность металла в зависимости от указанных технологических факторов. Таким образом можно быстрее найти инженерные решения по повышению качества продукции и интенсификации производственных процессов. В качестве методов исследования пластичности и разрушения металла в этом случае используют технологические испытания или пробы. При исследовании процессов кузнечно-штамповочного производства применяют пробы на осадку образцов с различной формой поперечного и продольного сечений, а процессов прокатки — прокатку на клин призматических образцов с различной формой поперечного сечения. Выбор технологической пробы основан на лучшем удовлетворении критериев моделирования производственного процесса. Величина относительного обжатия образца до разрушения называется технологической пластичностью.

В главе 5 на примере волочения полосы через клиновую матрицу дана методика оценки влияния технологических факторов на вероятность разрушения металла с использованием математического моделирования процесса. Этот подход обеспечивает получение количественных оценок повышения деформируемости металла за счет использования заготовки рациональной формы, применения новых схем деформации с рациональным распределением обжатий по проходам и новых калибровок инструмента, стимулируя знакопеременный характер деформации с минимально возможной амплитудой в цикле.

Особую роль играют факторы, связанные с обеспечением рационального легирования, фазового состава. Прогрессивные режимы десульфурации чугуна, внепечная обработка стали, применение новых типов раскислителей, микролегирование, совершенствование технологии непрерывной разливки стали способствуют повышению ресурса пластичности и увеличивают значение показателя $\left(\frac{\sigma}{T}\right)_n$, характеризующего границу областей вязкого разрушения и неограниченной пластичности. К этой группе относятся такие факторы, как режимы нагрева заготовок перед горячей обработкой давлением, при предварительной и промежуточной термообработкой заготовки перед холодной деформацией. Так, применение нагрева и последующего охлаждения до температуры ковки и прокатки инструментальных сталей, применение электронагрева при термообработке способствуют повышению ресурса пластичности и уменьшению брака продукции из-за разрушения металла.

Для математического моделирования разрушения металла при обработке давлением используют определяющие соотношения теории вязкого разрушения в виде функций Λ_p и a от показателей напряженного состояния (5.13), (5.26), (5.27). Поэтому влияние указанных выше факторов отражают численные значения констант материала χ, λ, a_0, b, b_1, b_2, b_3 и b_4, которые представлены в таблице 6.6. Используя данные табл. 6.6 и рис. 6.24…6.31, проиллюстрируем влияние некоторых факторов на пластичность сталей и цветных сплавов.

Влияние напряженного состояния. Показатели напряженного состояния σ/T и μ_σ значительно влияют на пластичность металлов. Для всех исследованных материалов характерно увеличение пластичности с уменьшением показателя σ/T. Пластичность металлов при $\sigma/T = 0$, которая определяется коэффициентом χ, и интенсивность изменения Λ_p от σ/T, характеризуемая коэффициентом λ, зависят от химического состава и структурного состояния материала. Так, для стали 12Х18Н10Т в зависимости от состояния (горячекатаная труба, катанка, подвергнутая различным видам термообработки, электросварная труба после термообработки — металл шва и основной металл) коэффициент при χ растяжении принимает значения от 3,26 до 4,47, при кручении от 1,84 до 2,60, а коэффициент λ соответственно изменяется от –0,39 до –0,73 и от –0,29 до –0,68. Для всех исследованных сталей и сплавов эти коэффициенты, представленные в табл. 6.6., изменяются в более широких пределах: при растяжении $\chi_1 = 0{,}74 \div 8{,}4$, $\lambda_1 = -0{,}18 \div -2{,}35$, а при кручении $\chi_2 = 0{,}52 \div 6{,}07$, $\lambda_2 = -0{,}24 \div -1{,}98$.

Влияние показателя μ_σ на пластичность неоднозначно. Из рис. 6.24*а*, *б* видно, что пластичность стали 12Х18Н10Т с увеличением μ_σ уменьшается. У сплава АД1, наоборот, с увеличением μ_σ наблюдается рост пластичности. Для стали 12Х1МФ влияние μ_σ на пластичность при различных показателях σ/T неоднозначно: зависимость $\Lambda_p(\sigma/T)$ при $\frac{\sigma}{T} > 0$ качественно такая же, как у стали 12Х18Н10Т, а при отрицательных σ/T — как у сплава АД1.

Таблица 6.6

Константы пластичности сталей и сплавов

Марка стали	Исходный материал, режим обработки	Кривая упрочнения				Диаграмма пластичности						
		$\sigma_{0,2}$ МПа	g, МПа	b	$\frac{S}{m}$	$\mu_\sigma = -1$			$\mu_\sigma = 0$			a_0
						χ	λ	$\frac{S}{m}$	χ	λ	$\frac{S}{m}$	
Ст3сп	Горячекатаный пруток	302,1	345,7	0,823	0,024	4,146	–0,804	0,065	2,218	–0,803	0,078	1,45
Ст3сп	То же + отжиг 700 °С, 1 ч	266,7	309,3	0,689	0,102	3,833	–0,486	0,034	1,788	–1,046	0,149	—
Ст3сп	Горячекатаный пруток + + отжиг 800 °С, 1 ч	261,3	306,6	0,683	0,071	4,158	–0,789	0,090	—	—	—	—
Ст3сп	Горячекатаный пруток + + закалка 750 °С, 2 ч, охлаждение в воде + отпуск	354,7	355,6	0,422	0,120	2,792	–0,580	0,189	—	—	—	—
Ст3сп	Горячекатаный пруток + + нормализация 960 °С, 1 ч	268,4	308,1	0,686	0,076	2,535	–0,178	0,035	1,328	—0,469	0,121	—
Св08	Горячекатаный пруток	166,0	219,4	0,614	0,012	3,158	–0,273	0,025	—	—	—	—
08кп	" "	235,0	297,8	0,605	0,091	3,550	–0,546	0,049	—	—	—	—
10кп	" "	270,0	318,3	0,646	0,037	3,172	–0,375	0,070	—	—	—	—
10	Горячекатаная труба + отжиг 950 °С, 20 мин	280,0	261,3	0,632	0,053	3,330	–0,329	0,021	2,253	–0,839	0,072	2,37
20	То же	280,3	418,3	0,390	0,017	2,850	–0,669	0,012	1,628	–0,695	0,055	2,80
45	" "	373,8	429,0	0,461	0,044	1,797	–0,745	0,031	1,232	–0,697	0,058	3,42
45	Горячекатаная труба + отжиг 950 °С, 20 мин	404,9	502,6	0,323	0,035	2,388	–0,758	0,054	1,064	–0,905	0,032	—
36Г2С	Горячекатаная труба	292,3	274,5	0,440	0,032	3,503	–0,736	0,090	2,228	–0,335	0,038	2,07
38ХС	" "	654,4	786,6	0,346	0,025	8,400	–1,974	0,058	1,377	–0,590	0,055	2,96
30ХГСА	Горячекатаная труба + отжиг 760 °С, 20 мин, охлаждение на воздухе	529,4	708,3	0,398	0,020	5,432	–1,109	0,025	2,200	–0,934	0,086	1,67

Продолжение табл. 6.6

Марка стали	Исходный материал, режим обработки	Кривая упрочнения				Диаграмма пластичности						
		$\sigma_{0,2}$ МПа	g, МПа	b	$\frac{S}{m}$	$\mu_\sigma = -1$			$\mu_\sigma = 0$			a_0
						χ	λ	$\frac{S}{m}$	χ	λ	$\frac{S}{m}$	
38Х2МЮА	Горячекатаная труба + отпуск 760 °С, 1 ч, охлаждение на воздухе	430,0	519,5	0,460	0,031	3,406	–0,671	0,059	2,032	–0,671	0,016	1,90
38Х2МЮА	Горячекатаная труба + отжиг 880 °С, 1 ч, охлаждение с печью	335,6	441,4	0,535	0,087	—	—	—	1,413	–0,935	0,048	—
38Х2МЮА	Горячекатаная труба + закалка 960 °С, 15 мин, охлаждение в воде + отпуск 680 °С, 1 ч, охлаждение на воздухе	470,3	257,0	1,000	0,130	—	—	—	1,295	–1,013	0,022	—
38Х2МЮА	Горячекатаная труба + закалка 960 °С, 1 ч, охлаждение в воде + отпуск 700 °С, 2,5 ч, охлаждение в воде	508,0	263,4	1,000	0,099	3,375	–0,472	0,127	3,051	–0,469	0,042	—
ШХ-15	Горячекатаная труба + отжиг на зернистый перлит	385,6	549,6	0,476	0,023	2,612	–0,444	0,035	1,107	–0,577	0,077	3,90
ХВ5	Горячекатаный пруток + отжиг 780 °С, 6 ч	618,4	1577	0,727	0,137	1,194	–2,352	0,160	—	—	—	—
10Х13	Горячекатаная труба + нормализация 880 °С, 20 мин	339,0	723,9	0,485	0,049	4,348	–0,797	0,029	1,941	–1,024	0,064	—
12Х1МФ	Горячекатаная труба	309,0	482,0	0,279	0,029	4,201	–0,385	0,051	3,609	–0,492	0,033	1,62
95Х18М	Горячекатаный пруток + отжиг 860 °С, 5 ч	546,9	473,0	0,353	0,082	1,827	–0,784	0,092	—	—	—	—

12Х18Н10Т	Горячекатаная труба + нагрев 1050 °С, 20 мин, охлаждение на воздухе	321,7	813,4	0,405	0,029	3,794	–0,504	0,022	2,601	–0,676	0,023	1,40
12Х18Н10Т	Металл шва электросварной трубы + нагрев 1050 °С, 20 мин, охлаждение на воздухе	304,0	624,9	0,448	0,220	3,965	–0,484	0,036	1,844	–0,286	0,094	2,02
12Х18Н10Т	Основной металл электросварной трубы + нагрев 1050 °С, 20 мин, охлаждение на воздухе	236,0	791,0	0,532	0,160	4,436	–0,418	0,041	2,448	–0,419	0,078	1,63
12Х18Н10Т	Холоднотянутая проволока + нагрев 900 °С, 4 ч охлаждение на воздухе	282,3	953,2	0,447	0,072	3,398	–0,732	0,091	2,450	–0,246	0,081	—
12Х18Н10Т	Холоднотянутая проволока + электроконтактный нагрев, 1100 °С, 100 °С/с, 10 с, ускоренное охлаждение	421,9	652,3	0,626	0,130	3,261	–0,387	0,080	2,380	–0,400	0,073	—
12Х18Н10Т	Холоднотянутая проволока + электроконтактный нагрев, 1100 °С, 1ускоренное охлаждение	443,1	730,6	0,572	0,110	4,468	–0,499	0,054	—	—	—	—
20Х13Н4Г9	Горячекатаный пруток + нагрев 900 °С, 4 ч, охлаждение в воде	620,9	523,2	0,413	0,088	0,743	–1,235	0,093	—	—	—	—
03Х12Н8К5М2ТЮ	Холоднокатаная лента + закалка 1100 °С, 10 мин, охлаждение в воде	850,0	1053	0,294	0,063	—	—	—	7,572	–0,833	0,094	—
03Х12Н8К5М2ТЮ	Холоднокатаная лента + закалка 950 °С, 10 мин, охлаждение в воде	889,8	1382	0,225	0,057	—	—	—	15,476	–1,569	0,090	—
03Х12Н8К5М2ТЮ	Холоднокатаная лента + закалка 850 °С, 10 мин, охлаждение в воде	881,2	1022	0,337	0,044	—	—	—	10,110	–1,199	0,103	—

Окончание табл. 6.6

Марка стали	Исходный материал, режим обработки	Кривая упрочнения				Диаграмма пластичности						
		$\sigma_{0,2}$ МПа	g, МПа	b	$\frac{S}{m}$	$\mu_\sigma = -1$			$\mu_\sigma = 0$			a_0
						χ	λ	$\frac{S}{m}$	χ	λ	$\frac{S}{m}$	
03Х12Н8К5М2ТЮ	Холоднокатаная лента + закалка 650 °С, 10 мин, охлаждение в воде	850,3	1394	0,167	0,061	—	—	—	13,763	–1,509	0,064	—
ВТ1-00	Горячекатаный пруток	390,1	341,8	0,658	0,068	7,118	–0,688	0,095	—	—	—	—
ВТ1-0	" "	553,3	421,0	0,519	0,142	4,214	–0,848	0,120	1,298	–0,307	0,025	2,29
ОТ4-0	" "	600,8	369,6	0,559	0,025	3,526	–1,083	0,105	0,752	–0,462	0,038	2,25
ОТ4-1	" "	790,0	523,6	0,412	0,033	3,080	–1,623	0,059	—	—	—	—
ОТ4	" "	975,0	503,4	0,767	0,046	2,296	–1,186	0,084	—	—	—	—
Л96	Горячепрессованная труба	68,2	275,0	0,513	0,049	5,830	–0,748	0,070	4,035	–0,935	0,051	1,82
Л68	То же	104,4	380,9	0,501	0,013	3,296	–0,396	0,031	2,030	–0,328	0,048	2,06
Л63	" "	1123,1	414,9	0,415	0,019	2,679	–0,444	0,043	1,734	–0,354	0,039	1,98
ЛС59-1	Горячекатаный пруток	157,2	503,8	0,540	0,016	1,306	–0,709	0,114	—	—	—	2,76
АД-1	Горячепрессованный пруток	48,5	83,2	0,443	0,048	4,239	–0,523	0,041	6,077	–1,105	0,044	—
АД-31	То же	55,6	130,8	0,310	0,040	3,624	–0,439	0,055	3,961	–1,442	0,070	—
АМЦ	" "	73,5	145,3	0,302	0,053	3,225	–0,516	0,074	2,645	–1,983	0,044	—
ВД-1	" "	103,0	320,7	0,228	0,005	0,894	–0,848	0,038	1,209	–1,462	0,185	—
Д16	" "	123,3	355,8	0,229	0,014	0,886	–0,788	0,042	1,309	–0,816	0,072	—
АМГ-6	" "	195,7	319,1	0,256	0,027	1,240	–0,715	0,054	1,180	–1,272	0,081	1,577

Примечание: $\frac{s}{m}$ — коэффициент вариации пластичности материала, m и s — математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение

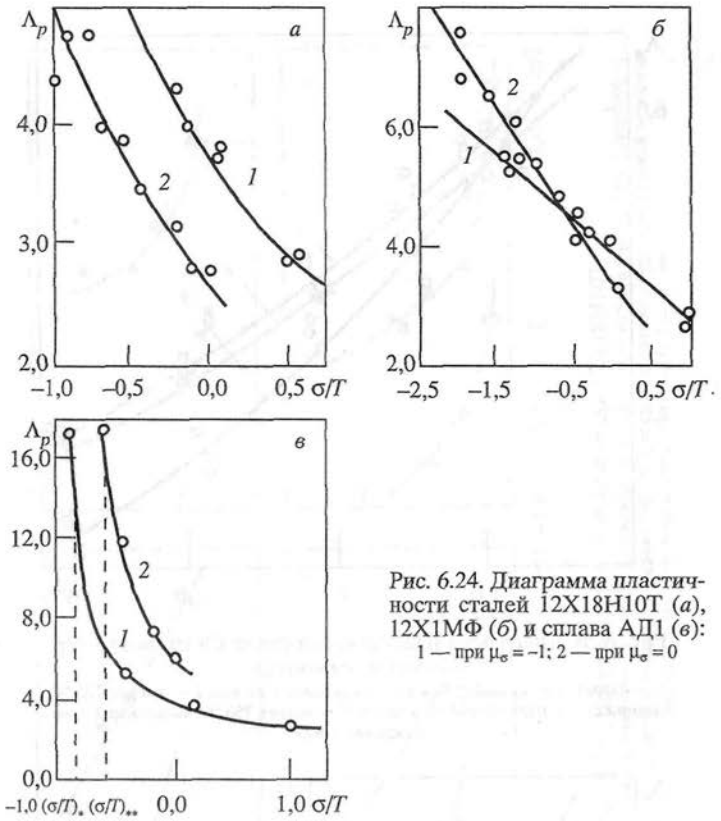


Рис. 6.24. Диаграмма пластичности сталей 12Х18Н10Т (*а*), 12Х1МФ (*б*) и сплава АД1 (*в*):
1 — при $\mu_\sigma = -1$; 2 — при $\mu_\sigma = 0$

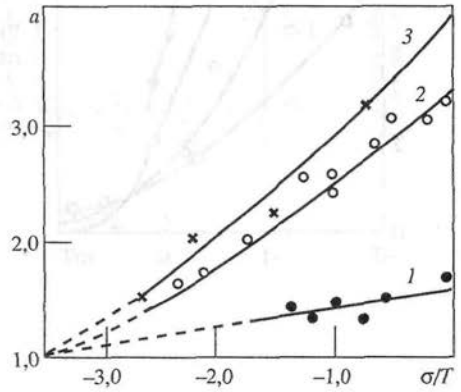


Рис. 6.25. Влияние показателя напряженного состояния на параметр *a*:
1 — для стали 12Х18Н10Т; 2 — ШХ15; 3 — 45

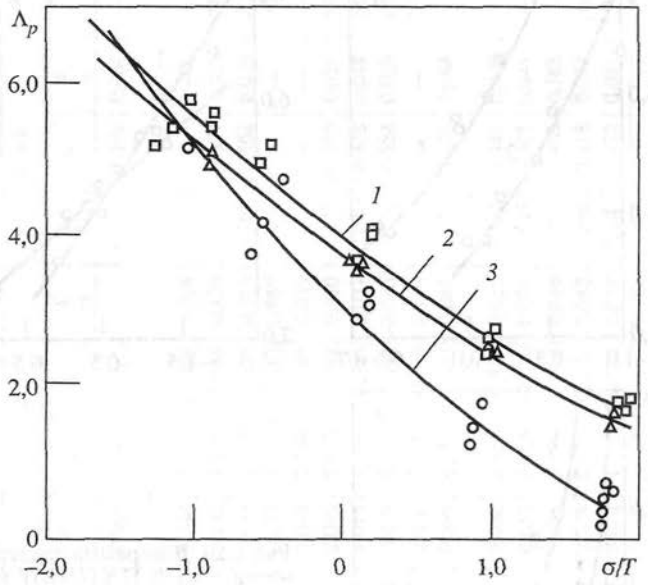


Рис. 6.26. Диаграмма пластичности стали Ст3сп после термической обработки:
1 — нагрев 700 °С, выдержка 5 ч, охлаждение с печью; *2* — нагрев 750 °С, выдержка 2 ч, охлаждение на воздухе; *3* — нагрев 750 °С, выдержка 2 ч, охлаждение в воде

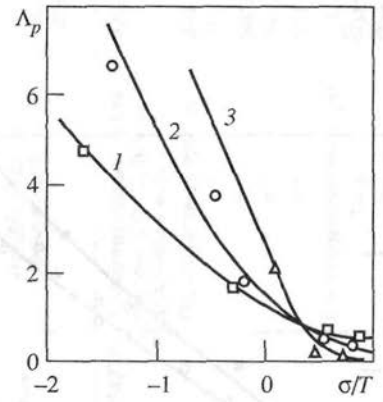


Рис. 6.27. Диаграмма пластичности стали 85:
1 — после горячей прокатки; *2* — отжига; *3* — закалки

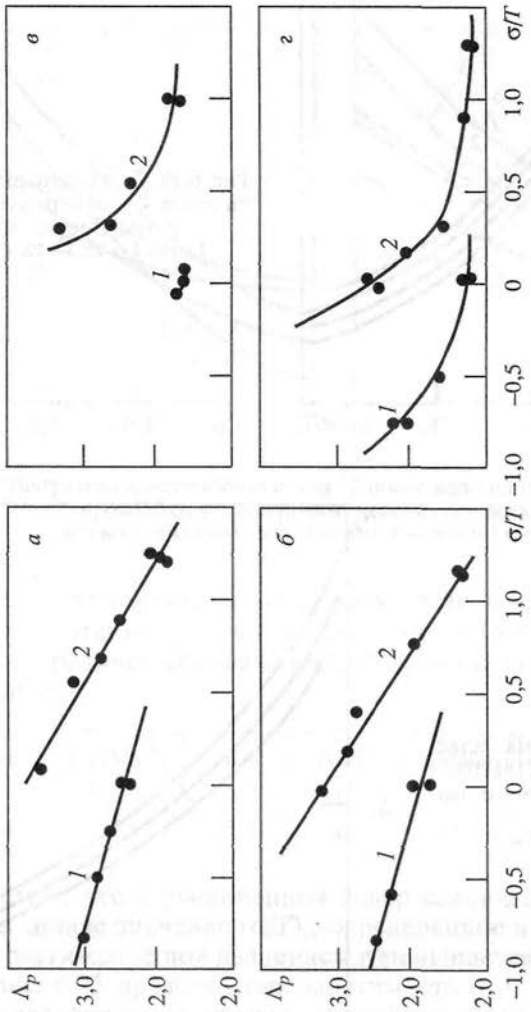


Рис. 6.28. Диаграмма пластичности стали 12Х18Н10Т:
а — после диффузионного отжига в вакууме 1170 °С, 4 ч, охлаждение с печью; *б* — отжига в колпаковой печи 900 °С, 4 ч, охлаждение на воздухе; *в* — электроконтактного нагрева 1100 °С с ускоренным охлаждением продувкой холодным азотом; *г* — то же, но с охлаждением на воздухе; 1 — $\mu_\sigma = 0$; 2 — $\mu_\sigma = -1$

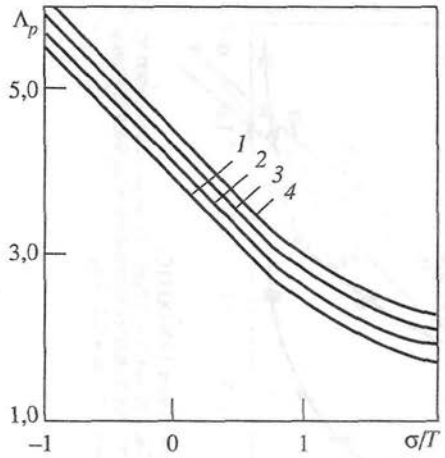


Рис. 6.29. Диаграмма пластичности стали Ст3сп с размером ферритного зерна, мкм:
1 — 30; *2* — 25; *3* — 20; *4* — 12,5

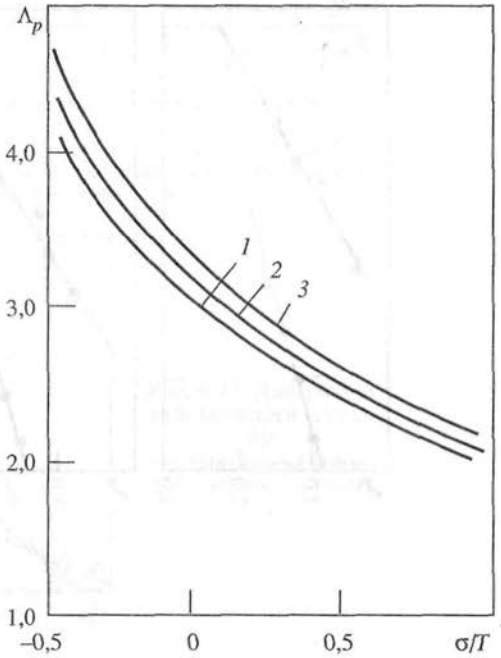


Рис. 6.30. Диаграмма пластичности стали 12Х18Н10Т с размером аустенитного зерна, мкм:
1 — 25; *2* — 15; *3* — 5

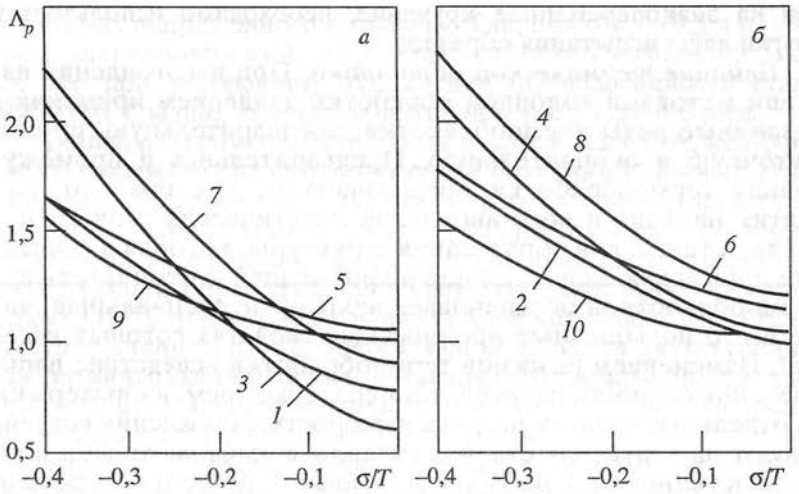


Рис. 6.31. Диаграмма пластичности стали 70 после волочения патентированной проволоки и электрохимической обработки:
а — непосредственно после обработки; *б* — спустя 5 месяцев

Для ряда алюминиевых и медных сплавов удалось экспериментально установить явление неограниченного роста пластичности при критическом значении $(\sigma/T)_n$, значение которого приведено ниже:

Сплав	Д16	ВД1	АД31	АМЦ	АД1	Л96
$\mu_\sigma = -1$	2,3	–2,0	–0,7	–1,7	–1,0	–1,9
$\mu_\sigma = 0$	2,2	–1,3	–0,7	–1,0	–0,6	–1,5

Отметим, что с увеличением содержания легирующих элементов в сплаве значение $(\sigma/T)_n$, определенное в опытах на кручение и растяжение под давлением, уменьшается.

На рис. 6.25 представлена зависимость a от показателя напряженного состояния для ряда сталей и сплавов. Видно, что для всех исследованных материалов с уменьшением показателя σ/T величина a уменьшается и при некотором значении σ/T достигает единицы. Можно предположить, что это значение соответствует напряженному состоянию, при котором в случае монотонной деформации наблюдается неограниченный рост пластичности металла и $\sigma/T = (\sigma/T)_n$. Отметим, что зависимость a от σ/T получена при $\mu_\sigma = 0$. Для определения влияния μ_σ на a, кроме опытов на знакопеременное кручение, необходимо использовать другие виды испытания образцов.

Влияние термической обработки. При изготовлении изделий методами холодной обработки давлением применяют различные виды термообработки: предварительную, промежуточную и окончательную. Предварительная и промежуточная термообработки предназначены, как правило, для снятия наклепа и восстановления пластических свойств металла, а также для образования структуры, которая в сочетании с последующей холодной деформацией и окончательной термообработкой обеспечивает некоторые специальные, чаще всего повышенные прочностные свойства готовых изделий. Изменением режимов термообработки вследствие варьирования скорости нагрева, температуры, времени выдержки на отдельных стадиях нагрева и скорости охлаждения воздействуют на структуру стали и сплавов, а, следовательно, и на их пластичность. При этом изменяется не только уровень пластичности, но и характер диаграмм пластичности $\Lambda_p(\sigma/T, \mu_\sigma)$ и $a(\sigma/T, \mu_\sigma)$. Поэтому для заготовок одной и той же марки стали, но предназначенных для различных процессов ОМД, отличающихся друг от друга характеристиками напряженно-деформированного состояния, максимальное значение пластичности может быть достигнуто в результате различных видов термообработки.

На рис. 6.26 представлены диаграммы пластичности стали Ст3сп при $\mu_\sigma = -1$ после различных видов термической обработки. Наибольший рост пластичности с уменьшением показателя σ/T наблюдается для стали со структурой, зафиксированной быстрым охлаждением в воде. Несмотря на то, что при жесткой схеме $\sigma/T = 1{,}6 \div 1{,}7$ пластичность этих образцов в 3—4 раза меньше, чем у образцов с равновесной структурой, при мягкой схеме напряженного состояния $\sigma/T = -1$ пластичность после всех видов термической обработки одинакова. На рис. 6.27 приведены диаграммы пластичности стали 85, из которых видно, что при мягкой схеме напряженного состояния $\sigma/T < 0$ пластичность стали после закалки и отпуска выше, чем после отжига и после горячей прокатки.

Существенное влияние на пластичность оказывают не только скорости охлаждения, но и скорости нагрева. В ряде случаев эффективно применение высокоскоростного электронагрева. Об этом свидетельствуют результаты исследования пластичности стали 12Х18Н10Т после термообработки в печи и электроконтактным способом (рис. 6.28*а*, *б*, *в*, *г*). Положительное влияние электроконтактного нагрева особенно проявляется при мяг-

ких схемах напряженного состояния. Так, при $\sigma/T = -0{,}5$ и $\mu_\sigma = -1$ после электронагрева $\Lambda_p = 5{,}8$, а после печного нагрева 4,5. Видно, что при ускоренном охлаждении (*в*) пластичность стали 12Х18Н10Т выше, чем при замедленном (*г*), в 1,3—1,6 раза.

Анализ диаграмм пластичности стали 38Х2МЮА, коэффициенты регрессии для которых после различных видов предварительной и термомеханической обработок приведены в табл. 6.6, показывает, что выбор вида предварительной термообработки зависит от показателя Лоде, который имеет место при последующей обработке давлением. В технологических процессах ОМД, для которых напряженное состояние характеризуется значением $\mu_\sigma = 0$, эффективной является двухступенчатая термическая обработка — закалка с отпуском, но для процессов осесимметричной деформации ($\mu_\sigma = -1$) можно рекомендовать высокотемпературный отпуск.

Известно, что определенное влияние на пластичность оказывает величина зерен и другие характеристические размеры элементов структуры металлов. На рис. 6.29 и 6.30 приведены диаграммы пластичности сталей 12Х18Н10Т и Ст3сп в зависимости от размера зерна. Изменение размера зерна достигалось нагревом до различных температур. Образцы из стали 12Х18Н10Т нагревали электроконтактным способом, а из стали Ст3сп — в печи, причем режимы термической обработки были подобраны такими, чтобы количество перлитной фазы для стали Ст3сп оставалось на одинаковом уровне. Для обеих сталей характерно увеличение пластичности при уменьшении размера зерна во всем диапазоне изменения показателя напряженного состояния σ/T.

Влияние покрытия. Для улучшения условий деформации металла на контактной поверхности, а также с целью придания специальных свойств на поверхность заготовки наносят покрытия (солевые, органические или металлические). В зависимости от вида продукции и ее назначения применяют меднение, никелирование, кадмирование, хромирование, свинцевание и т. п. Покрытие наносят химическим или электрохимическим способом из растворов солей. При его нанесении, особенно электрохимическим способом, происходит наводороживание основы, причем интенсивность наводороживания зависит от дефектности структуры металла. Покрытия изменяют условия пластической деформации металла, поэтому одной из важных является задача определения влияния толщины покрытия, способа и режимов его нанесения на пластичность металла.

Было исследовано влияние медного и цинкового покрытий на механические свойства нержавеющей и углеродистой сталей. При изготовлении холоднодеформированных труб широко применяют меднение заготовки в ваннах с раствором медного купороса и серной кислоты. Образцы одной плавки стали 35 для испытания на кручение были подвергнуты отжигу, а затем часть из них (10 шт) была обработана в растворе медного купороса с серной кислотой по режиму, применяемому при производстве труб. В результате определили пластичность при скручивании образцов без покрытия — $\Lambda_{p_1} = 1{,}50$ и с покрытием — $\Lambda_{p_2} = 1{,}46$. Дисперсии пластичности в обоих случаях были статистически одинаковые: $s_1^2 = 0{,}013$ и $s_2^2 = 0{,}014$. Сравнение средних значений по t-критерию показало, что режим меднения заготовки, применяемый при изготовлении холоднодеформированных труб из углеродистых сталей, не влияет на пластичность металла.

Качество подсмазочного металлического покрытия можно повысить, заменив обработку заготовки в растворе обработкой в расплаве солей. Нанесение медного покрытия на нержавеющие трубы из расплава позволяет осуществлять многократную холодную прокатку и волочение без промежуточных отжигов. Образцы из нержавеющей стали с покрытием и без него подвергли испытанию на кручение в камере высокого давления. Было установлено, что кривые упрочнения, полученные при испытании образцов с медным покрытием и без него, идентичны, а покрытие не влияет на пластичность стали при различных схемах напряженного состояния.

Зависимость пластичности стали 70 от режимов электрохимического нанесения цинкового покрытия была изучена на проволочных образцах диаметром 0,61 мм, полученных волочением патентированной заготовки диаметром 2 мм. Травление проволоки и осаждение на ее поверхность покрытия осуществлялось на непрерывной поточной линии. Изменением режима электрохимического травления в водном растворе серной кислоты добивались различной степени наводороживания, а изменением времени обработки проволоки при цинковании обеспечивали толщину покрытия 3 и 6 мкм. Образцы подвергали испытанию на кручение на установке высокого давления непосредственно после электрохимической обработки и после их вылеживания в течение пяти месяцев при комнатной температуре.

Опытами было установлено, что режимы электрохимической обработки поверхности проволоки не оказывают статистически значимого влияния на кривую упрочнения стали, которая практически совпадает с кривой упрочнения, полученной при испытании проволоки, не подвергавшейся травлению и оцинкованию. Диаграммы пластичности приведены на рис. 6.31*а*, *б*, но-

мера кривых соответствуют вариантам обработки проволоки, указанным ниже; там же приведены значения коэффициентов регрессии χ и λ для диаграмм пластичности и коэффициент вариации s/Λ_p:

Коэффициенты аппроксимации диаграмм пластичности*

Цинковое покрытие, мкм	3	3	6	6
Вариант	1	2	3	4
	Катодное травление			
χ	0,82	1,00	0,616	1,04
λ	–1,84	–1,38	–2,87	–1,62
s/Λ_p	0,057	0,008	0,053	0,009

Цинковое покрытие, мкм	3	3	3	6	6	Без покрытия
Вариант	5	6	7	8	9	10
	Анодное травление					Без травления
χ	1,05	1,13	0,85	1,19	1,00	1,00
λ	–1,22	–1,17	–1,48	–1,53	–1,11	–1,11
s/Λ_p	0,084	0,006	0,069	0,011	0,012	0,011

*Четные номера соответствуют испытанию образцов после вылеживания в течение 5 мес.

Анализ полученных результатов показывает, что существующая технология электрохимического нанесения цинкового покрытия на нагартованную проволоку обусловливает изменение характера зависимости пластичности от показателя σ/T под влиянием наводороживания и физико-механического воздействия на стальную основу. При больших значениях σ/T наблюдается наибольшее снижение пластичности из-за наводороживания. С уменьшением σ/T преобладающим становится положительное физико-механическое воздействие цинкового покрытия. Это наиболее сильно выражено на образцах с малым содержанием водорода после вылеживания в течение 5 мес (см. рис. 6.31*б*). Толщина цинкового покрытия при этом положительно влияет на пластические свойства проволоки.

Приведенные примеры убеждают, что характер влияния покрытия на механические свойства металла неоднозначен, и его необходимо устанавливать экспериментально каждый раз в зависимости от материала покрытия и основы, а также от технологии его нанесения. Метод испытания образцов должен быть выбран таким, чтобы разрушение металла наступало на его поверхности.

6.3.4. Пластичность при знакопеременной деформации

Исследования малоцикловой усталости, проведенные по различным схемам нагружения (одноосное растяжение-сжатие; знакопеременные изгиб и кручение) показали, что степень деформации сдвига до разрушения Λ_{*n} мало зависит от вида испытания, т. к. средние значения за один цикл деформации показателей напряженного состояния для всех трех схем нагружения одинаковые и близки к нулю: $\frac{\sigma}{T} = 0$; $\mu_\sigma = 0$. Однако, если знакопеременное кручение осуществлять совместно с действием осевого сжатия, не изменяя значение амплитуды деформации Λ_i, то число этапов до разрушения n_p, а следовательно, и степень деформации сдвига до разрушения $\Lambda_{*n} = \Lambda_i \cdot n_p$ увеличиваются по мере роста σ_{zz}.

С уменьшением амплитуды знакопеременной деформации Λ_i также увеличиваются число этапов до разрушения n_p и суммарная степень деформации сдвига до разрушения Λ_{*n}. Опыты на знакопеременный изгиб образцов из никельхромомолибденовой стали удалось аппроксимировать зависимостью

$$\Lambda_{*n} = 1{,}33 \cdot n_p^{0{,}57}, \qquad (6.27)$$

где 1,33 и 0,57 — константы материала.

Выясним их смысл, используя критерий макроразрушения металла при знакопеременной деформации:

$$\sum_{i=1}^{n_p} \left(\Lambda_i / \Lambda_{p0}\right)^{a_0} = 1$$

Если амплитуда $\Lambda_i = \text{const}$, то можно найти связь $\Lambda_i = \Lambda_{p0} \cdot n_p^{-(1/a_0)}$, тогда $\Lambda_{*n} = \Lambda_{p0} \cdot n_p^{-(1/a_0)}$. Сравнивая полученное выражение с (6.27), определим для никельхромомолибденовой стали $\Lambda_{p0} = 1{,}33$; $a_0 = 2{,}33$.

Для пяти марок стали и пяти алюминиевых и титановых сплавов проводились опыты на знакопеременное кручение. При кручении показатели напряженного состояния $\frac{\sigma}{T} = 0$, $\mu_\sigma = 0$, пластичность обозначается Λ_{p0}. Амплитуда знакопеременной деформации на всех этапах была одинаковой $\Lambda_i = \Lambda_{i+1} = \text{const}$. Однако значение Λ_i для каждого образца изменяли, при этом изменялось число этапов до разрушения n_p. Данные опытов приведе-

ны на рис. 6.32. Кривые линии получены аппроксимацией результатов эксперимента по методу наименьших квадратов, используя модель

$$\Lambda_{*n} = \Lambda_{p0} \cdot n_p^{1-\frac{1}{a_0}}. \qquad (6.28)$$

Величина $1/a_0 = \gamma$ называется коэффициентом Мансона-Коффина и в теории малоцикловой усталости имеет важное значение. Ниже приведены значения γ:

Материал	20А	30	40ХНМА	12Х18Н9Т	ЭИ852
γ	0,50	0,52	0,48	0,70	0,69
Материал	Д16	АМг5	ВТ1-1	ОТ-4	ВТ-14
γ	0,62	0,59	0,65	0,63	0,66

Для анализа процессов обработки металлов давлением результаты приведенных опытов удобнее представлять с помощью уравнения (5.11)

$$\Lambda_{*n} = \frac{\Lambda_p^a}{\Lambda_i^{a-1}},$$

полученного в главе 5.

В уравнении (5.11) пластичность металла Λ_p и коэффициент a зависят от показателя напряженного состояния σ/T. При уменьшении $\frac{\sigma}{T}$ пластичность Λ_p в соответствии с (5.13) увеличивается, а значение несколько уменьшается, однако степень деформации сдвига до разрушения Λ_{*n} растет (рис. 6.32).

Объяснение эффекта повышения пластичности металла при знакопеременной деформации, особенно с уменьшением показателя $\frac{\sigma}{T}$, в определенной степени связано с залечиванием объемных дефектов нарушения сплошности металла. Это подтверждают результаты следующих опытов. Образцы, полученные брикетированием медного порошка марки ПМС1 при сжатии его в закрытом контейнере под напряжением 120 МПа подвергали дополнительной осадке под напряжением 160 МПа с одновременным кручением на различный угол, а также со знакопеременным кручением. После брикетирования порошка все образцы были одинакового размера, а распределение плотности по объему было неравномерным:

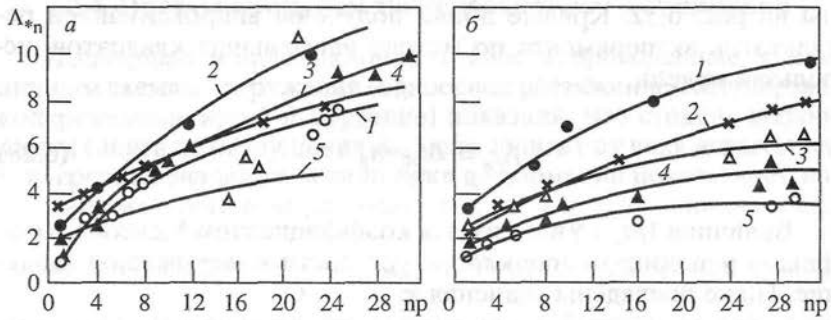


Рис. 6.32. Зависимость степени деформации сдвига до разрушения от числа этапов до разрушения:
а — для сталей марок 30 (1); 20А (2); 40ХНМА (3); ОХ18Н10Т (4) и ЭИ852; *б* — для сплавов Д16 (1); АМГ5 (2); ВТ1-1 (3); ОТ-4 (4) и ВТ-14 (5)

1 — 5,25;	2 — 5,32;	3 — 5,29;
4 — 5,34;	5 — 5,37;	6 — 5,38;
7 — 5,37;	8 — 5,49;	9 — 5,52.

Здесь 1…9 — номер темплета, вырезанного по схеме, показанной на рис. 6.33, а рядом стоящие цифры означают плотность материала соответствующего темплета, г/см^3. Наибольшая плотность характерна для темплетов, расположенных вблизи матрицы, а наименьшая — в осевой зоне образца и вблизи пуансона.

Изменение плотности Δp для темплетов после дополнительной осадки образца в зависимости от угла закручивания торца, находящегося в контакте с пуансоном, изображено на рис. 6.33. Видно, что дополнительная осадка без кручения ($\alpha = 0$) приводит к увеличению неравномерности плотности по объему, а кручение образца пуансоном приводит к существенному увеличению плотности периферийных темплетов 2, 3, 6, 5, 8, 9. При знакопеременном вращении пуансона для указанных темплетов удается добиться еще большего увеличения плотности. Однако одновременно увеличивается разница плотности темплетов, находящихся на матрице и на оси образца (рис. 6.34). Это объясняется различным значением степени деформации сдвига для указанных темплетов.

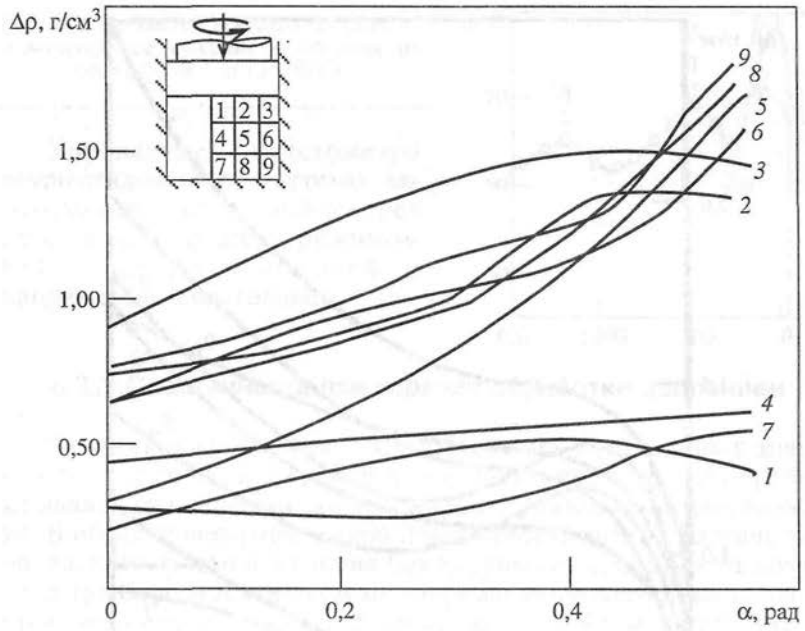


Рис. 6.33. Зависимость приращения плотности от угла поворота пуансона

Для физического моделирования процессов плоской знакопеременной деформации с показателем $\frac{\sigma}{T}$, близким к нулю, рекомендуется проводить испытания образцов на знакопеременное кручение с приложением осевого напряжения σ_{zz} на крутильном пластометре, который позволяет управлять амплитудой угла поворота подвижного захвата, величиной осевой силы, температурой и частотой вращения подвижного захвата. Кроме того, на пластометре предусмотрены программы прерывистого нагружения образцов с паузами между актами деформации, а также программы регулируемого нагрева и охлаждения образца с целью моделирования термомеханической обработки. Для удовлетворения критериев подобия параметров напряженного и деформированного состояния в исследуемых процессах ОМД и при испытании образца на пластометре предусмотрено программное управление скоростью нагружения, амплитудой деформации в каждом цикле нагружения и величиной осевой силы.

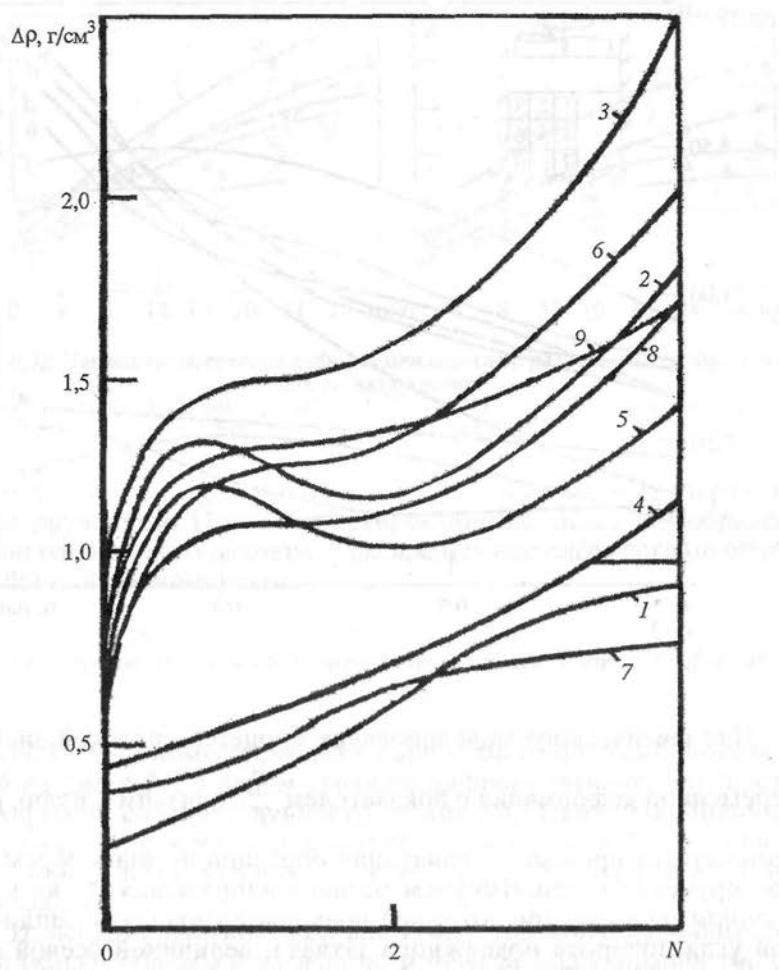
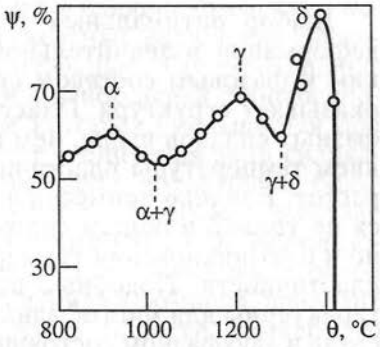


Рис. 6.34. Зависимость приращения плотности Δρ от числа циклов нагружения N при амплитуде угла поворота пуансона на 0,42 рад.

С целью более высокой точности воспроизведения перемещений при довольно широком амплитудно-частотном диапазоне нагружения использованы электрогидравлические следящие привода с системой обратной связи, обладающие малой инерционностью, высоким быстродействием и точностью отработки заданного перемещения.

Рис. 6.35. Влияние фазового состава на относительное сужение ψ образца из стали 0,1 % *C* и 12,9 % *Cr*



Управление пластометра осуществляется от системы автоматизации, состоящей из трех блоков управления: режимом деформации, температурой и напряженным состоянием.

6.3.5. Пластичность при горячей обработке давлением

Основным критерием для определения оптимальных значений температуры и скорости деформации при горячей обработке давлением является проявление неограниченной пластичности. В области неограниченной пластичности можно достичь значительного формоизменения без нарушения сплошности металла, а при благоприятной схеме напряженного состояния устраняется литейная рыхлость и формируются требуемая структура и свойства сталей и сплавов. В тех случаях, когда условие неограниченной пластичности не удается обеспечить, а формоизменение осуществляется в области вязкого разрушения, для определения оптимальных режимов пластической деформации необходимо построение диаграмм пластичности $\Lambda_p\left(\frac{\sigma}{T}, \mu_\sigma, H, \theta\right)$ и $a\left(\frac{\sigma}{T}, \mu_\sigma, H, \theta\right)$ а также диаграмм уменьшения поврежденности металла при рекристаллизации $\Delta\omega = \Delta\omega\left(\omega, \frac{\sigma}{T}, \mu_\sigma, H, \theta\right)$. Математическое моделирование этих зависимостей отсутствует из-за методических трудностей и отсутствия экспериментальной техники для проведения необходимых для этого опытов. Поэтому ниже представлены результаты исследования пластичности сталей и сплавов при высоких температурах на качественном уровне и продемонстрированы зависимости, имеющие частный характер.

Выбор оптимальных температурно-скоростных режимов деформации в значительной степени определяется химическим и фазовым составом стали и сплавов. Большое влияние оказывает структура. Пластичность чистых металлов и однофазных сплавов выше, чем многофазных сплавов. С увеличением температуры пластичность чистых металлов монотонно растет. Влияние примесей в технических металлах проявляется не только в общем снижении деформации до разрушения, но и в возникновении температурных интервалов с провалами пластичности. Подобные интервалы снижения пластичности характерны для многофазных сплавов. На рис. 6.35 видно, что сталь в двухфазном состоянии менее пластична, чем любая отдельная фаза. Эффект снижения пластичности выражен тем более ярко, чем больше разница в сопротивлении деформации отдельных фаз и, следовательно, выше неоднородность их деформации. Это подтверждается преимущественным нарушением сплошности металла на межфазных границах. При температуре более 1350 °C наблюдается резкое падение пластических свойств. Интервал предсолидусных температур называется высокотемпературным интервалом хрупкости. Причину падения пластичности можно связать с возникновением жидких фаз по границам зерен.

Однако при определенных температурно-скоростных условиях деформации (низкая скорость деформации и поддержание температуры в узком диапазоне) именно для двухфазных сплавов, если предварительно сформировать мелкозернистую структуру (диаметр зерна меньше 10 мкм) достигают большого (до 800 %) равномерного удлинения образца, т. е. без образования шейки. Это явление характерно для двухфазных структур с примерно одинаковыми объемными долями обеих фаз и называется сверхпластичностью.

Для большинства сталей в температурной области 800…1000 °C наблюдается провал пластичности. Это явление называется красноломкостью и объясняется возникновением легкоплавких эвтектик, связанных с повышенным содержанием серы и кислорода. Легирование стали марганцем и уменьшение содержания серы и кислорода в стали позволяют успешно бороться с эти пороком. Помимо предотвращения в присутствии Mn появления легкоплавкой эвтектики, состоящей из железа и примесных элементов серы, кислорода и располагающейся по границам зерен, повышение его содержания стимулирует образование тугоплавкого сульфида марганца и уменьшает растворимость серы в γ-железе. Это стабилизирует высокий уровень пластичности в указанном выше диапазоне температур.

На пластичность стали существенное влияние оказывают неметаллические включения, причем оксидные включения снижают пластичность сильнее, чем сульфидные. Среди оксидных включений снижению пластичности в наибольшей степени способствуют силикаты SiO_2, действие которых уменьшается при легировании стали марганцем за счет увеличения доли силикатов железа и особенно силикатов марганца, обладающих большей по сравнению с SiO_2 пластичностью. Подобное действие оказывает и малопластичный оксид алюминия Al_2O_3. Использование с целью повышения прочности стали высокодисперсной фазы в виде выделений, например, нитрида алюминия, приводит к резкому снижению пластичности в области температур 900...1000 °С при низкой скорости деформации (рис. 6.36). Аналогично действуют карбиды и карбонитриды.

На накопление поврежденности металла вблизи границы с неметаллическими включениями существенное влияние оказывают показатели напряженного состояния. При $\sigma/T < 0$ и $\mu_\sigma < 0$ процесс появления микропор на неметаллических включениях затруднен, но активизируется при $\frac{\sigma}{T} > 0$ и $\mu_\sigma \geq 0$. Пластическая деформация неметаллических включений, их вытягивание, например вдоль направления прокатки, способствует анизотропии механических свойств. Показатели пластичности ψ и δ вдоль и поперек направления прокатки могут отличаться в 1,5...3,0 раза. Вытянутые неметаллические включения могут являться причиной снижения контактной прочности и износостойкости, усталости, а также появления ферритной полосчатости и расслоения.

На рис. 6.37 приведена зависимость пластичности углеродистой стали 30 от температурно-скоростных условий деформации и показателя напряженного состояния σ/T при $\mu_\sigma = -1$. Видно, что с увеличением показателя σ/T и интенсивности скорости деформации пластичность стали уменьшается, а влияние скорости деформации сдвига на пластичность стали в большей степени проявляется при более мягкой схеме напряженного состояния.

Исследование пластичности инструментальной стали, легированной хромом и молибденом, проведенное с использованием методов планирования эксперимента, позволило получить для пяти температурных интервалов линейные уравнения регрессии в виде

$$\Lambda_p = b_0 + b_1 \frac{C - \overline{C}}{Jc} + b_2 \frac{Cr - \overline{C}r}{JCr} + b_3 \frac{Mo - \overline{M}o}{J_{Mo}} + \qquad (6.29)$$

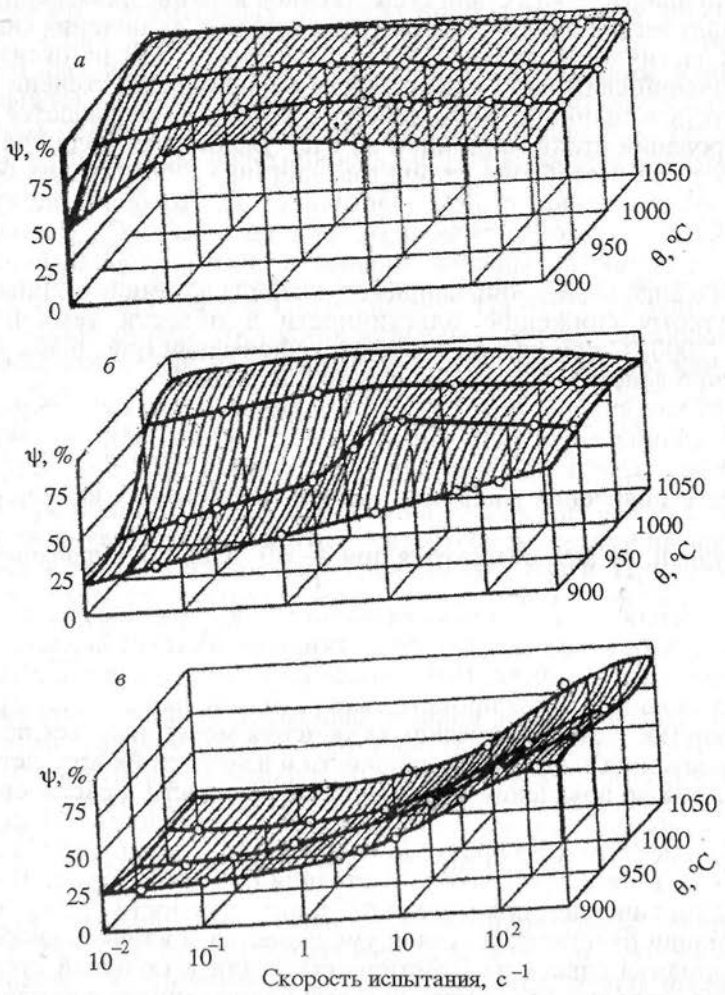
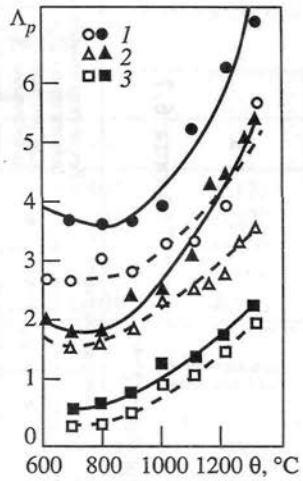


Рис. 6.36. Влияние температуры и скорости деформации на относительное сужение ψ образца из углеродистой стали С = 0,14 % с различным содержанием алюминия:
а — 0 % Al; *б* — 0,009 % Al; *в* — 0,033 % Al.

Рис. 6.37. Зависимость пластичности катаной стали Ст3сп от температуры, интенсивности скоростей деформации сдвига и показателя напряженного состояния:

1 — $\frac{\sigma}{T}=0{,}72$; 2 — $\frac{\sigma}{T}=1{,}20$; 3 — $\frac{\sigma}{T}=2{,}30$. *Сплошные линии* — H = 17,3 c^{-1} (*темные точки*), *штриховые линии* — H = 173 c^{-1} (*светлые точки*)



$$+b_4\frac{s-\bar{s}}{Js}+b_5\frac{P-\bar{P}}{Jp}+b_6\frac{\theta-\bar{\theta}}{J_\theta}+$$

$$+b_7\frac{\sigma/T-\sigma/T}{J_{\sigma/T}},$$

где C, Cr, ... σ/T — текущие значения факторов; $\bar{C}$, $\bar{Cr}$, ..., $\bar{\sigma}/T$ — основные уровни факторов; $J_C, J_{Cr}, \ldots J_{\sigma/T}$ — интервалы варьирования факторов; b_0, b_1, ... b_7 — искомые коэффициенты регрессии, отображающие средний уровень пластичности стали и линейные эффекты влияния и направленность действия изучаемых факторов.

В табл. 6.7 и 6.8 приведены матрица планирования эксперимента с использованием дробной реплики 2^{7-4} и коэффициенты регрессии b_i. Видно, что коэффициент b_0, характеризующий средний уровень пластичности стали, наибольшее значение имеет в температурном интервале от 1050 до 1250 °С. Влияние содержания углерода и хрома одинаковое по направленности, однако сила влияния различная. Оба элемента при увеличении содержания в стали снижают уровень пластических свойств. Для хрома это проявляется лишь в диапазоне температур 750...850 °С, а при более высоких температурах изменение содержания хрома и молибдена мало изменяет пластичность. Напротив, влияние содержания углерода существеннее и усиливается в диапазоне температур 1150...1250 °С. Аналогично влияет на пластичность содержание серы. Влияние показателя напряженного состояния σ/T особенно проявляется в области высоких температур 1150...1250 °С. Интенсивность роста пластичности с увеличением температуры деформации растет и наибольшее влияние наблюдается в интервале температур 1050...1150 °С, однако при температурах 1150...1250 °С влияние роста температуры становится обратным, т. е. резко снижается уровень пластических свойств.

Таблица 6.7

Матрица планирования дробного факторного эксперимента 2^{7-4}

Условия планирования	Факторы							Опыты	Кодированные значения факторов							Результаты опытов (пластичность (Λ_p) при температуре деформации, °С		
	$\tilde{x}_1$ (C)	$\tilde{x}_2$ (Cr)	$\tilde{x}_3$ (Mo)	$\tilde{x}_4$ (S)	$\tilde{x}_5$ (P)	$\tilde{x}_6$ (θ)	$\tilde{x}_7$ (k)		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	750	950	1150
Основной уровень	0,81	1,56	0,23	0,019	0,021	—	0,51	1	−1	+1	−1	+1	+1	−1	−1	0,719	1,118	3,016
									+1	−1	+1	+1	−1	−1	−1	0,693	0,961	2,886
Интервал варьирования	0,25	0,22	0,09	0,010	0,011	—	0,21	2										
								3	−1	−1	+1	−1	+1	−1	+1	1,147	1,373	3,300
								4	+1	+1	−1	−1	−1	−1	+1	0,485	0,905	2,842
Верхний уровень	1,06	1,78	0,32	0,029	0,032	—	0,72									850	1050	1250
								5	−1	+1	+1	−1	−1	+1	−1	1,227	1,854	2,068
								6	+1	−1	−1	−1	+1	+1	−1	0,841	1,479	1,436
Нижний уровень	0,56	1,34	0,14	0,009	0,010	—	0,30	7	−1	−1	−1	+1	−1	+1	+1	0,727	1,436	1,218
								8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	0,560	1,303	0,878

Таблица 6.8

Коэффициенты уравнения регрессии

Интервал температур деформации, °С	Значения коэффициентов				
	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4
750—850	0,800	–0,155	–0,052	0,107	–0,125
850—950	0,962	–0,140	–0,010	0,065	–0,122
950—1050	1,303	–0,141	–0,009	0,070	–0,100
1050—1150	2,269	–0,116	–0,014	0,071	–0,104
1150—1250	2,201	–0,194	–0,006	0,079	–0,206

Интервал температур деформации, °С	Значения коэффициентов			Доверительный интервал $\pm\Delta b$
	b_5	b_6	b_7	
750—850	0,017	0,039	–0,070	0,038
850—950	0,010	0,127	–0,084	0,046
950—1050	0,014	0,215	–0,049	0,044
1050—1150	0,009	0,751	–0,044	0,041
1150—1250	–0,049	–0,801	–0,146	0,048

Для высокоуглеродистой хромистой стали характер влияния факторов на пластичность аналогичен рассмотренному выше случаю, однако в области температур 1150...1250 °С более сильно проявляется отрицательное влияние на пластичность, содержания углерода и серы. Температурная зависимость пластичности высокоуглеродистой хромистой стали изображена на рис. 6.38. Видно, что оптимальная температура деформации находится в области 1150 °С. Для высокоуглеродистой хромистой и быстрорежущей сталей был установлен эффект положительного влияния предварительного перед деформацией перегрева заготовки (рис. 6.39 и 6.40). Перегрев стали 9Х2 осуществлялся до температуры 1225—1250 °С, а быстрорежущей стали (1,12 % *C*; 3,98 % *Cr*; 5,0 % *Mo*; 12,65 % *W*; 2,45 % *Co* и 2,45 % *V*) до 1250—1300 °С с длительностью выдержки при температуре перегрева 0,5—1 ч. Положительное влияние перегрева в обоих случаях объясняется изменением фазового состава, в частности, растворением хрупкой сетки первичных карбидов. При перегреве и последующем охлаждении до температуры деформации выделяющиеся из раствора вторичные карбиды приобретают более благоприятные размер и форму и способствуют росту пластичности.

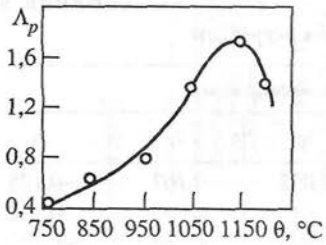


Рис. 6.38. Влияние температуры деформации на пластичность высокоуглеродистой хромистой стали

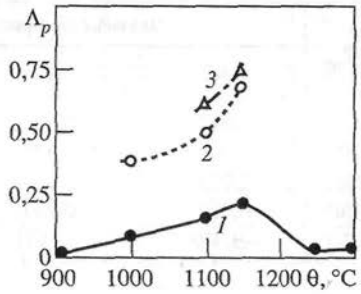
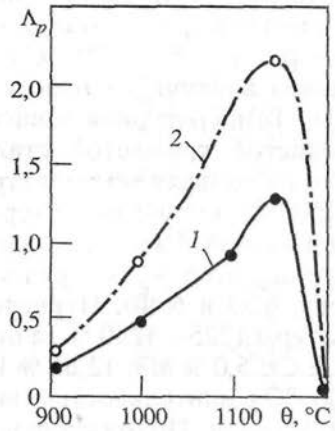


Рис. 6.39. Влияние температуры на пластичность быстрорежущей стали:
1 — прямой нагрев; *2* — с перегревом до 1250 °С; *3* — с перегревом до 1300 °С



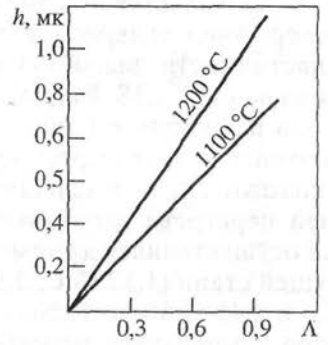


Рис. 6.40. Температурная зависимость пластичности стали 9Х2 при прямом нагреве (1) и после перегрева (2)

Рис. 6.41. Зависимость глубины проникновения меди в сталь при осадке от степени деформации и температуры

Известно, что стали и сплавы в литом состоянии имеют пониженную пластичность, т. к. отрицательно влияет грубая крупнозернистая структура, зональная и дендритная ликвация элементов, газовая пористость и т. п. Для непрерывно литых слитков при использовании кристаллизаторов из меди без применения защитного покрытия возможно проникновение меди, особенно в поверхностные слои слитка. На рис. 6.41 показано, что с увеличением температуры и степени деформации образцов в контакте с медью возрастает глубина ее проникновения *h*. При этом металлографический анализ показываст, что оно сопровождается образованием по границам зерен прослоек меди, снижающих поверхностную энергию зерен аустенита, а также способствующих оплавлению границ зерен, что вызывает окручивание стали и появление паукообразных трещин на поверхности непрерывно литых слитков. В то же время алюминий не приводит к эффекту потери пластичности, поэтому его применяют для защиты медных кристаллизаторов (табл. 6.9). Испытание образцов, вырезанных из приповерхностных слоев слитка, соответствующих большому (1) и малому радиусу кривизны (2), а также из центральной по толщине части слитка 3, показали статистически значимое различие в пластичности углеродистой стали во всем температурном диапазоне от 700 до 1300 °С (рис. 6.42). Известно, что пластичность сталей и сплавов для различных плавок существенно отличается. Это вызвано влиянием параметров металлургической технологии таких как окисленность (содержание FeO) и основность (отношение $\frac{CaO}{SiO_2}$) шлака, отношение Mn/S, содержание углерода, легирующих элементов, вредных примесей S и P, газонасыщенности (O_2 и H_2), тип и количественный состав раскислителей, температура и скорость разливки металла на МНЛЗ и т. п. Так, например, увеличение окисленности шлака и отношения Mn/S в углеродистой стали приводит к увеличению пластичности в горячем состоянии. Повышение температуры металла и скорости разливки приводят, наоборот, к уменьшению пластичности. На рис. 6.43. показано влияние температуры жидкой стали перед разливкой на пластичность стали 55. С повышением температуры пластичность монотонно уменьшается. В табл. 6.10 приведены сведения о степени деформации до разрушения при растяжении цилиндрических образцов ($\sigma/T \approx 0{,}6$) и прокатке призматических образцов квадратного сечения на клин

Таблица 6.9

Результаты испытаний на растяжение образцов из стали 20 при скорости деформирования 20 мм/мин

Температура испытаний, °С	Предел прочности $\sigma_в$, МПа		Относительное удлинение δ, %					Относительное сужение ψ, %									
			эталонный образец	контакт с				эталонный образец	без концентратора				с концентратором				
	эталонный образец	контакт с Cu		Cu	Al	Pb			контакт с				эталонный образец	контакт с			
									Cu	Al	Pb			Cu	Al	Pb	
800	98	87	50	48	—	—		96	97	—	—		—	—	—	—	
900	81	62	53	55	—	—		—	—	—	—		—	—	—	—	
1000	55	49	62	64	—	—		99	100	—	—		95	96	—	—	
1100	38	8	60	1	61	55		100	0,0	100	100		98	0,0	98	95	
1150	31	5	61	0,0	—	—		100	0,0	—	—		98	0,0	—	—	
1200	27	5	63	0,0	62	60		100	0,0	100	100		100	0,0	100	100	
1250	25	4	65	0,0	—	—		100	0,0	—	—		100	0,0	—	—	

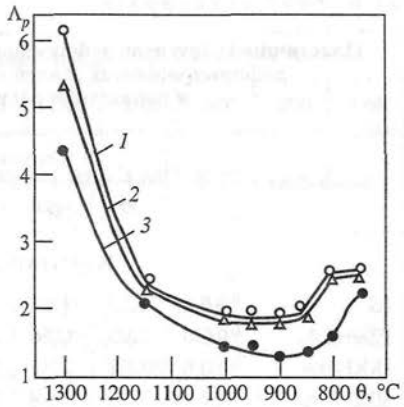


Рис. 6.42. Температурная зависимость пластичности углеродистой стали из различных зон поперечного сечения непрерывнолитого слитка

$\left(\frac{\sigma}{T} \approx 0{,}1\right)$ для конструкционных, инструментальных, нержавеющих, жаропрочных сталей и специальных сплавов. Различие в пластичности технического железа в литом и деформированном состояниях при динамическом растяжении показано в табл. 6.11. В табл. 6.12 показано влияние скорости деформации на пластичность конструкционных и инструментальных сталей в деформированном состоянии.

Для определения оптимальных температурных условий деформации, а также экспертной оценки пластических свойств плавки часто применяют различные технологические испытания, когда наилучшим способом моделируют напряженно-деформированное состояние металла при рассматриваемом процессе обработки давлением. Так, для определения предельных обжатий при прокатке применяют прокатку на клин образцов с различным профилем поперечного сечения, изменяя при этом показатель σ/T в пределах от –0,3 до +0,6. Изучая причины образования трещин при всесторонней ковке, применяется испытание образцов с различной формой продольного сечения на осадку. Показатель σ/T, в зависимости от формы сечения, также изменяется в широком диапазоне от –0,6 до +0,6. На свободной поверхности показатель Лоде μ_σ связан со значением σ/T функционально (4.93) и для осадки образцов будет соответственно изменяться от 1,0 до –1,0. Напряженно-деформированное состояние металла при винтовой прокатке сплошных заготовок наилучшим образом моделируется при испытании образцов на знакопеременное кручение с наложением осевой силы.

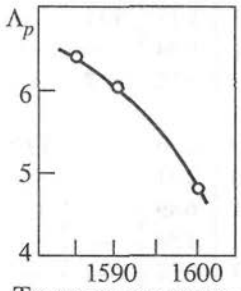


Рис. 6.43. Влияние температуры металла перед разливкой на пластичность стали 55

Таблица 6.10

Пластичность (степень деформации сдвига) некоторых предварительно деформированных сталей и зависимости от температуры и показателя напряженного состояния

Марка стали	$\frac{\sigma}{T}$	Степень деформации сдвига при температуре, °С							
		700	800	900	1000	1100	1200	1250	1300
Конструкционные стали									
15	+0,6	4,37	1,00	1,16	2,83	10,80	10,20	—	—
12ХН3А	+0,6	1,93	0,56	0,43	1,44	6,7	8,52	—	10,2
18ХНВА	+0,6	3,67	2,32	2,39	3,04	5,58	7,52	—	8,17
30ХГСА	+0,6	3,70	1,88	0,95	0,71	5,76	8,37	—	—
Инструментальные стали									
60С2	+0,6	1,49	5,03	6,07	2,18	8,87	8,37	—	—
У7	+0,6	3,51	2,22	4,10	6,39	9,17	10,80	—	—
У12А	+0,6	2,57	1,20	0,96	1,62	3,69	7,80	—	—
ЭИ366	+0,6	5,22	6,77	4,65	5,66	8,52	4,37	—	—
Х12М	+0,6	1,97	1,50	1,33	1,18	1,14	0,26	—	—
	+0,1	—	—	2,2	>2,2	1,71	1,45	—	—
Окалиностойкие, нержавеющие, жаропрочные стали и сплавы									
Р9	+0,6	2,33	2,82	2,04	1,90	1,80	2,04	—	—
Р18	+0,6	1,72	2,6	1,81	2,08	1,83	1,77	—	—
Х9С2	+0,6	5,08	6,39	1,55	1,02	0,95	2,32	—	—
Х13	+0,6	5,80	6,45	5,66	1,87	1,98	3,11	—	—
Х17	+0,6	5,89	6,87	7,05	6,07	6,20	7,81	—	6,01
Х28	+0,6	4,48	7,80	7,81	9,17	7,52	7,80	—	—
Х25Ю5	+0,6	4,66	7,52	9,56	8,52	8,36	9,17	9,17	—
Х18Н25С2	+0,6	1,09	1,49	1,00	0,88	1,01	0,84	—	—
	+0,1	—	—	>2,2	2,9	>2,2	>2,2	>2,2	—
Х23Н18									
А	+0,6	1,98	2,57	2,12	2,12	1,75	2,76	—	10,2
Б	+0,6	1,44	2,35	3,64	2,27	2,10	2,11	—	—
Х13Н4Г9	+0,6	2,20	2,48	2,70	2,77	2,81	6,49	—	—
Х14Н14В2М	+0,6	—	—	1,34	0,99	1,51	1,54	—	—
Х15Н60	+0,6	1,27	1,22	1,02	1,00	0,73	0,69	—	—
	+0,1	—	—	2,2	>2,2	>2,2	>2,2	>2,2	—

Окончание табл. 6.10

Марка стали	$\frac{\sigma}{T}$	Степень деформации сдвига при температуре, °С							
		700	800	900	1000	1100	1200	1250	1300
Х20Н80									
А	+0,6	0,89	2,24	2,99	1,70	4,68	6,77	—	—
Б	+0,6	0,53	0,87	1,31	0,93	0,82	1,79	—	—
Х18Н11									
А	+0,6	—	0,56	—	1,88	—	4,65	—	1,77
Б	+0,6	—	1,00	—	1,96	—	3,95	—	1,41
В	+0,6	—	0,63	—	1,95	—	3,38	—	3,75
Г	+0,6	—	1,01	1,83	—	1,99	0,26		
Д	+0,6	—	0,93	—	3,23	—	3,67	—	0,27
1Х18Н9Т	+0,6	2,50	2,06	1,87	1,61	1,57	2,14	—	—
1Х18Н9Т									
А	+0,6	—	1,25	2,06	2,16	2,12	6,77	—	—
Е	+0,6	—	1,29	1,65	2,02	2,33	2,23	—	—
Магнитномягкие сплавы									
50Н	+0,6		0,22	0,23	0,62	0,87	3,82	—	—
79НМ	+0,6		0,44	0,52	0,65	1,22	1,99	—	—
Магнитножесткие сплавы									
ЭИ708	+0,6		1,50	0,71	0,93	1,20	2,83	—	—
Жаростойкие сплавы высокого омического сопротивления									
Х20Н80	+0,6		1,99	2,12	1,78	2,04	5,90	—	—
0Х27Ю5А	+0,6		6,32	7,45	—	—	—	—	—

*) А, Б, В, Г, Д, Е — обозначение различных плавок.

Таблица 6.11

Пластичность технического железа в литом (числитель) и деформированном (знаменатель) состояниях при динамическом растяжении

Плавка	Пластичность при температуре, °С					
	700	800	900	1000	1100	1200
1	2,50 / 4,80	2,97 / 5,06	0,80 / 3,34	1,17 / 3,84	1,55 / 4,06	3,81 / 3,81
2	0,71 / 0,95	1,05 / 0,58	0,37 / 0,29	0,41 / 0,36	0,84 / 1,54	1,19 / 1,16
3	2,58 / 3,44	2,82 / 3,64	2,57 / 2,72	2,07 / 2,82	2,00 / 2,25	—
4	3,01 / 3,39	3,47 / 3,28	0,70 / 0,74	0,57 / 0,69	2,05 / 2,56	—
5	—	1,66 / —	0,05 / —	0,13 / —	0,29 / —	—

Таблица 6.12

Пластичность конструкционных и инструментальных сталей в зависимости от температуры при динамическом (числитель) и статическом (знаменатель) растяжении

Марка стали	Пластичность при температуре, °С					
	700	800	900	1000	1100	1200
Конструкционные углеродистые стали						
45	2,03 / 4,37	4,62 / 6,77	5,19 / —	6,08 / —	6,77 / —	7,99 / —
30	3,99 / 4,17	4,62 / 6,77	5,58 / 7,99	5,58 / —	6,08 / —	7,99 / —
20	4,17 / 4,87	4,62 / 5,58	5,19 / 7,99	5,58 / —	6,08 / —	6,77 / —
Мягкое железо	2,88 / 3,07	3,07 / 3,17	1,34 / 2,79	— / 2,62	0,49 / —	0,52 / —
Инструментальные углеродистые стали						
У7А	2,79 / 3,99	4,87 / —	6,08 / —	—	—	—
У8А	2,88 / 4,17	4,87 / —	6,08 / —	—	—	—
У10А	2,79 / 3,50	4,62 / —	6,08 / —	—	—	—
У12А	2,4 / 1,97	3,67 / 5,58	5,58 / —	—	—	—

Глава 7

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРИ СТАНДАРТНЫХ ИСПЫТАНИЯХ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБАХ

Требования к материалам определяются условиями эксплуатации машин, агрегатов, сооружений и приборов, в которых они используются. Работа отдельных деталей и узлов характеризуется внешними нагрузками, температурой, составом окружающей атмосферы, уровнем радиации и т. п., которые, как правило, изменяются во времени. Задача испытаний и испытательной техники состоит в том, чтобы наилучшим образом моделировать эти условия и количественно определить механические свойства при стандартных испытаниях для оценки долговечности при эксплуатации.

Механические воздействия могут быть статические, т.е. мало изменяющиеся во времени, вибрационные и ударные. С помощью стандартных механических характеристик материалов оценивают прочность, пластичность, твердость, ударную вязкость, вязкость разрушения, выносливость, износостойкость и т.п. Производители и потребители материалов и изделий в зависимости от условий их эксплуатации составляют соглашение о том, какие из механических характеристик являются контрольными и используют их в технических условиях на поставку продукции. Выпуск продукции, не соответствующей эти требованиям, запрещен. Значение характеристик материалов определяется у производителя при сдаче, а у потребителя при входном контроле качества продукции.

На работоспособность изделий помимо механических факторов оказывают влияние климатические воздействия (температура, влажность, примеси в воздухе, солнечное излучение и атмосферное давление). Влажность оказывает влияние на коррозию, электропроводность, появление плесени. Примеси в воздухе в виде песка, пыли, дыма и промышленных газов также являются факторами воздействия, которые необходимо учитывать при эксплуатации изделий. В дымовых газах, загрязняющих атмосферу, содержится значительное количество серы, соединений фтора, аммиака, цианистого водорода, паров ртути и других вредных химических соединений. Солнечное излучение представляет собой электромагнитные волны с длиной волны 0,2...5 мкм. Наибольшее воздействие оказывают ультрафиолетовые лучи, обладающие более высокой энерги-

Состав и механические свойства легированных

Марка стали	Содержание основных элементов, %				
	C	Mn	Cr	Ni	другие
Хромистая и хромованадиевая					
4ОХ	0,36...0,44	0,3...0,8	0,8...1,1	≤0,3	—
40ХФА	0,37...0,44	0,3...0,8	0,8...1,1	≤0,3	0,10...0,18 V
35Х2АФ	0,32...0,38	0,3...0,8	2,0...2,6	0,02...0,04 N	0,09...0,15 V
					0,02...0,06 Al
Марганцовистая					
40Г2	0,26...0,35	1,4...1,8	≤0,3	≤0,3	—
30Г2	0,36...0,44	1,4...1,8	≤0,3	≤0,3	—
Хромомарганцевая					
40ХГТР	0,38...0,45	0,7...1,0	0,8...1,1	≤0,3	0,03...0,09 Ti
					0,001...0,005 B
35ХГФ	0,31...0,38	0,95...1,25	1,0...1,3	≤0,3	0,06...0,12 V
Хромокремнистая и хромокремнемарганцевая					
38ХС	0,34...0,42	—	1,3...1,6	≤0,3	1,0...1,4 Si
30ХГСА	0,28...0,34	0,8...1,1	0,8...1,1	≤0,3	0,9...1,2 Si
Хромомолибденованадиевая					
30ХМА	0,26...0,33	—	0,8...1,1	≤0,3	0,15...0,25 Mo
30Х3МФ	0,27...0,34	—	2,3...2,7	≤0,3	0,2...0,3 Mo
					0,06...0,12 V
Хромоникелевая					
40ХН	0,36...0,44	0,3...0,8	0,45...0,75	1,0...1,4	—
30ХН3А	0,27...0,33	0,3...0,8	0,6...0,9	2,75...3,15	—
Хромоникельмолибденовая					
30ХН2МА	0,27...0,34	0,3...0,8	0,6...0,9	1,25...1,65	0,2...0,3 Mo
40ХН2МА	0,37...0,44	0,3...0,8	0,6...0,9	1,25...1,65	0,15...0,25 Mo
18Х2Н4МА	0,14...0,20	0,3...0,8	1,35...1,65	4,0...4,4	0,3...0,4 Mo
30ХН3МФА	0,33...0,40	0,3...0,8	1,20...1,50	3,0...3,5	0,35...0,45 Mo,
					0,10...0,18 V

Примечание: в — вода, м — масло, в(м) — вода или масло, вз — воздух.

Таблица 7.1

улучшаемых конструкционных сталей

Режим термообработки		$\sigma_в$	$\sigma_{0,2}$	δ	ψ	*KCU*, МДж/м²
$\theta_{зак}$, °С	$\theta_{отп}$, °С	МПа		%		
Хромистая и хромованадиевая						
860, м	500, в(м)	1000	800	10	45	0,6
880, м	650, в(м)	900	750	10	50	0,9
940, м	600, в(м)	1100	950	15	50	0,6
Марганцовистая						
880, м	600, вз	600	350	15	45	—
860, м	650, вз	670	390	12	40	—
Хромомарганцевая						
840, м	550, в(м)	1000	800	11	45	0,8
870, м	630, в(м)	930	800	14	55	0,8
Хромокремнистая и хромокремнемарганцевая						
900, м	630, м	950	750	12	50	0,7
880, м	540, в(м)	1100	850	10	45	0,5
Хромомолибденованадиевая						
880, м	540, в(м)	950	750	12	50	0,9
870, м	620, в(м)	1000	850	12	55	1,0
Хромоникелевая						
820, в(м)	530, в(м)	1000	800	11	45	0,7
820, м	530, в(м)	1000	800	10	50	6,8
Хромоникельмолибденовая						
860. м	530, вз	1000	800	10	45	0,8
850, м	650, в(м)	1100	950	12	50	0,8
860, м	550, м	1050	800	12	50	1,2
600, вз	1200	1100	12	50	0,8	

Состав и механические свойства

Марка стали	Содержание основных элементов, %				
	C	Mn	Cr	Ni	другие
15Х	0,12…0,18	0,3…0,9	0,7…1,0	≤0,3	—
18ХГТ	0,17…0,23	0,8…1,1	1,0…1,3	≤0,3	(0,03…0,09)
20ХГР	0,18…0,24	0,7…1,0	0,75…1,05	≤0,3	(0,001…0,005)
30ХГТ	0,24…0,32	0,8…1,1	1,0…1,3	≤0,3	(0,03…0,08)
15ХФ	0,12…0,18	0,3…0,8	0,8…1,1	≤0,3	(0,06…0,12)
20ХН	0,17…0,23	0,3…0,8	0,45…0,75	1,0…1,4	—
12ХН3А	0,09…0,16	0,3…0,8	0,6…0,9	2,75…3,15	—
20ХГНР	0,16…0,23	0,7…1,0	0,7…1,0	0,8…1,1	(0,001…0,005)
18Х2Н4МА	0,14…0,20	0,3…0,8	1,35…1,65	4,0…4,4	(0,3…0,4)Mo

Примечание: 1. Условные обозначения охлаждающей среды: в — вода, м — масло (в) — вода указанным режимам без цементации.

Состав и механические свойства

Марка стали	Содержание основных элементов, %				
	C	Cr	Ni	Mo (W)	другие
30Х2МЮА	0,35…0,45	1,35…1,65	—	0,15…0,25	0,7…1,1
38Х2ВФЮА	0,35…0,42	1,5…1,8	—	(0,2…0,4)	0,1…0,8 0,4…0,7
30ХН2ВФА	0,27…0,34	0,3…0,6	2,0…2,45	(0,6…0,8)	0,1…0,18
30Х2НВФА	0,27…0,34	1,35…1,75	0,7…1,00	(0,6…0,8)	0,1…0,18
30Х3ВА	0,27…0,34	2,3…2,7	—	(0,6…0,8)	0,06…0,12
40ХНМА	0,37…0,44	0,3…0,6	0,7…1,00	0,15…0,25	—

Примечание: в — вода, м — масло.

Таблица 7.2

цементуемых конструкционных сталей

Режим термической обработки			$\sigma_в$	$\sigma_{0,2}$	δ	ψ	*KCU*, МДж/м²
1-я закалка или нормализация (θ, °С)	2-я закалка ($\theta_{зак}$, °С)	$\theta_{отп}$, °С	МПа		%		
880 в (м)	770…820 в (м)	180 вз (м)	700	500	12	45	0,7
880…950 вз	870 м	200 вз (м)	1000	900	9	50	0,8
880 м	—	200 вз (м)	1000	800	9	50	0,8
880…950 вз	850, м	200 в(м)	1500	1300	9	40	0,6
880 в (м)	760…810 в (м)	180 вз (м)	750	550	13	50	0,8
860 в (м)	760…810 в (м)	180 в (м)	800	600	14	50	0,8
860 в (м)	760…810 в (м)	180 вз (м)	950	700	11	55	0,9
930…950 м	780…830 м	200 вз (м)	1300	1100	10	50	0,9
950 вз	860 вз	900	700	11	50	0,8	

или масло, вз — воздух. 2. Механические свойства приведены после термической обработки по

Таблица 7.3

азотируемых конструкционных сталей

Режим термической обработки		$\sigma_в$	$\sigma_{0,2}$	δ	ψ	*KCU*, МДж/м²
$\theta_{зак}$, °С	$\theta_{отп}$, °С	МПа		%		
920…940	625…650	1000	850	14	50	0,9
900…950, м	600…650	1000	850	12	50	0,9
850…870, м	540…620	1050	850	12	55	1,0
900…920, м	520…540	1200	1000	10	45	0,8
870…890, м	580…620	1000	850	15	50	1,0
840…860, м	600…620	1100	850	12	55	1,0

Таблица 7.4

Состав и механические свойства мартенситно-стареющих сталей

Марка стали	Содержание основных элементов, %				
	C	Ni	Co	Mo	Ti
Н18К9М5Т (ЭП637)	≤0,03	17,7…19,0	8,5…9,5	4,6…5,5	0,5…0,8
Н18К12М5Т2 (ЭП809)	≤0,03	17,0…18,0	11,8…13,2	3,3…4,2	1,5…1,9
Н16К4М5Т2Ю (ЭИ89)	≤0,03	15,0…17,0	4,0…5,0	4,0…5,0	1,5…1,9
Н17К12М5Т (ЭП845)	≤0,01	17,0…18,0	11,5…12,5	4,5…5,0	1,3…1,9
Н18К14М5Т (ЭИ122)	≤0,03	17,0…19,0	13,0…15,0	4,5…5,5	1,1…1,6
Х12Н8К5М3Т	≤0,03	7,0…9,0	5,0…6,0	2,0…3,0	0,8…1,2
Х12Н2К16М4 (ЭИ124)	≤0,03	1,5…2,5	15,0…17,0	3,5…4,5	0,1…0,3
08Х15Н5Д2Т** (ЭП410)	≤0,08	4,5…5,5	—	—	0,1…0,2
Х11Н10М2Т (ЭП678)	≤0,03	10,5…11,5	—	2,0…3,0	0,8…1,2

*Температура аустенизации 880…1000 °С. **В стали содержится 1,5…2,5 % Cu.

Al	Cr	Температура старения, °С*	$\sigma_в$	$\sigma_{0,2}$	ψ	δ	*HRC*	*KCU*, МДж/м²
			МПа		%			
0,15	—	500	2200	1950	—	8	55	0,35
0,20	—	500	2450	2350	35	7	60	—
0,15…0,35	—	480	2050	1980	40	7,5	55	0,20
—	—	500	2050	2000	45	8	54	0,30
0,15	—	480	2400	—	35	9	57	—
0,15...0,35	11,5…12,5	480	1700	1600	55	10	48	0,50
0,15	11,5…12,5	600	1600	1550	55	12	46	—
—	14,0…15,0	450	1450	1350	50	11	43	0,80
0,15…0,35	9,5…10,5	500	1550	1480	50	8	46	0,50

Таблица 7.5

Состав и механические свойства высокопрочных сталей с карбонитридным упрочнением

Марка стали	Содержание основных элементов, %				
	C	Si	Mn	N	V
14Г2АФ*	0,12…0,18	0,3…0,6	1,2…1,6	0,015…0,025	0,07…0,12
16ГАФ*	0,14…0,20	0,3…0,6	1,3…1,7	0,015…0,025	0,08…0,11
18Г2АФпс*	0,18…0,22	0,4…0,7	1,3…1,7	0,015…0,030	0,08…0,15
12Г2СМФ	0,09…0,15	0,4…0,7	1,3…1,7	Ост.	0,07…0,15
12ГН2МФАЮ	0,09…0,16	0,4…0,6	0,9…1,3	0,02…0,03	0,05…0,10

*Стали могут содержать повышенное содержание меди (0,15…0,25 %), тогда в обозначении марки добавляется буква "Д". **Н — нормализация, ТУ — термоупрочнение.

другие элементы	$\sigma_в$	$\sigma_{0,2}$	δ, %	*KCU*, МДж/м², при *t*, °С		Состояние поставки**
				–40	–70	
—	550	400	20	0,4	0,3	Н
—	600	450	20	0,4	0,3	Н
—	600	450	19	0,4	0,3	Н или ТУ
0,15…0,25 Mo	700	600	14	0,35	—	ТУ
1,4…1,7 Ni 0,15…0,25 Mo 0,05…0,10 Al	700	600	14	—	0,3	У

ей, Под воздействием лучей происходит поверхностное окисление материалов, старение пластмасс, разложение полимеров, содержащих хлор и т. п. На долговечность изделий оказывают влияние специальные среды (пары и растворы химических веществ), а также ионизирующие и электромагнитные излучения.

7.1. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРИ СТАТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЯХ

Методы испытания, размеры образцов и испытательные машины должны удовлетворять требованиям стандартов.

Чаще всего механические испытания осуществляются при растяжении цилиндрических или плоских образцов и при кручении цилиндрических образцов до разрушения со скоростью деформации $10^{-4}...10^{-1}$ $с^{-1}$.

Изменение силовых и деформационных параметров при испытании регистрируется и обрабатывается по стандартной методике. В частности, методика обработки опытных данных, полученных при растяжении и кручении образцов, была рассмотрена в главе 4. Диаграмма изменения силы P от абсолютной деформации Δl при растяжении образца служит для определения модуля нормальной упругости $E = \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}}$; модуля упругости при сдвиге $G = T/\Lambda$; физического предела текучести $\sigma_T = \frac{P_T}{F_0}$; условного предела текучести $\sigma_{0,2} = \frac{P_{0,2}}{F_0}$ и предела прочности $\sigma_в = \frac{P_{max}}{F_0}$. Кроме того, определяются пластические характеристики: относительное удлинение $\delta_5 = \frac{\Delta l_p}{l_0}100\%$ и относительное сужение образца $\overline{\psi} = \frac{F_0 - F_p}{F_0}100\%$. Некоторые характеристики механических свойств для сталей и сплавов представлены в табл. 7.1...7.6.

Таблица 7.6

Состав и механические свойства низколегированных строительных сталей повышенной прочности

Марка стали	Содержание основных элементов, %				$\sigma_в$	$\sigma_т$	δ, %	KCU, МДж/м², при t, °С		
	C	Si	Mn	Другие элементы	МПа			+20	–40	–70
09Г2	≤ 0,12	0,17...0,37	1,4...1,8	—	450	310	21	—	0,30	—
09Г2С	≤ 0,12	0,5...0,8	1,3...1,7	—	480	330	21	0,6	0,35	0,5
10Г2С1	≤ 12	0,8...1,1	1,3...1,6	—	490	340	21	0,6	0,30	0,25
		5								
14Г2	0,12...0,18	0,17...0,37	1,2...1,6	—	460	330	21	—	0,30	—
17ГС	0,14...0,20	0,4...0,6	1,0...1,5	—	500	340	23	—	0,35	—
15ГФ	0,12—0,18	0,17...0,37	0,9...1,2	0,05...0,12 V	520	360	21	—	0,30	—
15Г2СФ	0,12...0,18	0,4...0,7	1,3...1,7	0,05...0,10 V	560	400	18	—	0,35	—
10Г2Б*	0,12	0,17...0,37	1,2...1,6	0,02...0,05 Nb	520	380	21	—	0,30	—
15ХСНД	0,12...0,18	0,4...0,7	0,4...0,7	0,06...0,9 Cr	500	350	21	—	0,30	0,3
				0,3...0,6 Ni						
				0,2...0,4 Cu						
10ХНДП*	≤ 0,12	0,17...0,37	0,3...0,6	0,5...0,8 Cr						
				0,3...0,6 Ni						
				0,07...0,12 P						
				0,08...0,15 Al						

* Указаны механические свойства (не менее) при толщине проката 10 мм, для остальных сталей — при толщине проката до 20 мм. Во всех сталях содержание $P \le 0,035$, $S \le 0,040$ %.

7.2. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЯХ

Динамические испытания позволяют оценить способность материала переносить ударные нагрузки и склонность к хрупкому разрушению. Стандартизованы и наиболее распространены ударные испытания на изгиб призматических образцов с надрезом. Применяются также методы динамического растяжения, сжатия и кручения. Скорость деформации при испытании $10^1...10^4$ $с^{-1}$. Стандартные образцы на изгиб квадратного сечения 10×10 мм, длиной 55 мм в рабочей части имеют надрез или концентратор в виде предварительно выращенной трещины: *U*-образный надрез имеет глубину и ширину 2 мм, а радиус закругления — 1 мм; *V*-образный надрез имеет глубину 2 мм и угол при вершине 60°; *T*-образный концентратор получают, нанеся *V*-образный надрез глубиной 1 мм и выращивая усталостную трещину так, чтобы общая глубина концентратора была 2 мм. Расстo-

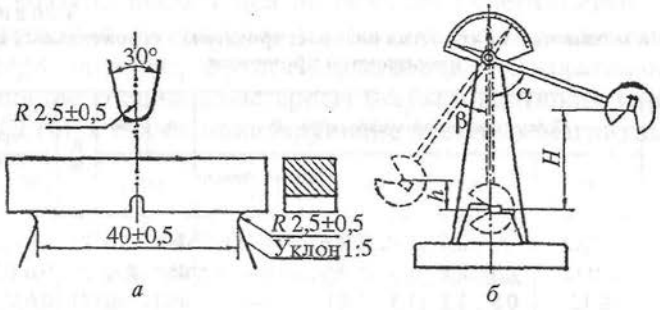


Рис. 7.1. Схема испытания на ударный изгиб

яние между опорами при испытании образцов должно быть 40 мм, а изгибающий боек имеет сечение треугольника с углом при вершине 30° и радиусом закругления 2 мм. Испытания на ударный изгиб проводят на маятниковых копрах (рис. 7.1) при температурах выше и, чаще, ниже нуля, определяя ударную вязкость и температуру вязко-хрупкого перехода. Ударная вязкость определяется отношением работы пластической деформации и разрушения образца A при испытании к площади поверхности разрушения F и различается в зависимости от формы надреза (KCU, KCV и KCT):

$$KC = \frac{A}{F},$$

где $A = mg(H - h)$ — работа ударного изгиба и разрушения образца, m — масса маятника, g — ускорение свободного падения, H и h — высота положения маятника до и после испытания. Скорость копра в момент удара по образцу зависит от высоты подъема H и равняется

$$v_k = (2gH)^{1/2}.$$

Стандартная размерность ударной вязкости МДж/м^2.

При испытании образцов при отрицательных температурах их предварительно выдерживают в жидком хладагенте. Для указания температуры испытания используют при обозначении надстрочный индекс, например, KCT^{-60}. Рекомендуется при обозначении ударной вязкости указывать максимальную энергию удара маятника, Дж; глубину концентратора, мм; и ширину образца, мм, если она не равна 10 мм, например, KCU^{-40} 150/2/7,5. Низкотемпературные испытания образцов на ударный изгиб дают оценку склонности материала к хрупкому разрушению. Для оп-

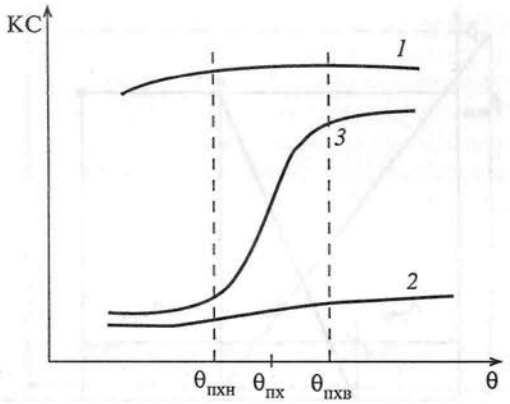


Рис. 7.2. Зависимость ударной вязкости от температуры для металлов:
1 — с ГЦК решеткой; 2 — с закаленной на мартенсит структурой; 3 — с ОЦК и ГПУ решеткой

ределения температуры вязко-хрупкого перехода $\theta_{пх}$ необходимо построить температурную зависимость ударной вязкости рис. 7.2. Кривая 1 характерна для вязких металлов (медь, алюминий) и аустенитных сталей с γ-решеткой. Температурный интервал вязко-хрупкого перехода отсутствует. Кривая 2 отражает поведение хрупких материалов, например, стали закаленной на мартенсит без отпуска. С помощью кривой 3, характерной для ОЦК и ГПУ металлов, можно определить температурный интервал хрупкости, середину которого называют температурой вязко-хрупкого перехода.

На поверхности разрушения можно различить блестящий кристаллический излом, характерный для хрупкого разрушения, или матовый, волокнистый излом, характерный для вязкого разрушения. Оценка температуры вязко-хрупкого перехода $\theta_{пх}$ соответствует равным долям хрупкого и вязкого участков разрушения в изломе. По проценту волокнистой составляющей в изломе В обычно судят о вязкости материала при исследуемых условиях испытания. Обычно разрушение изделия считают вязким, если $B > 70$ % и хрупким, если $B < 30$ %.

Температуру вязко-хрупкого перехода можно определить с помощью диаграммы Иоффе (рис. 5.12.) в точке пересечения кривых предела текучести σ_s и хрупкой прочности σ_f. Ниже температуры $\theta_{пх}$ при нагружении материала в первую очередь достигается предел хрупкой прочности, и разрушение происходит без пластической деформации. При нагружении материала при температуре выше $\theta_{пх}$ интенсивность напряженного состояния, прежде всего, достигает значения сопротивления деформации $\sigma_u = \sigma_s$ и наступает пластическая деформация, а разрушение становится вязким.

Следует заметить, что ударная вязкость является комплексной характеристикой, зависящей от совокупности прочностных и пластических свойств материала. Если пластичность материала не велика, то даже при высоких значениях прочностных ха-

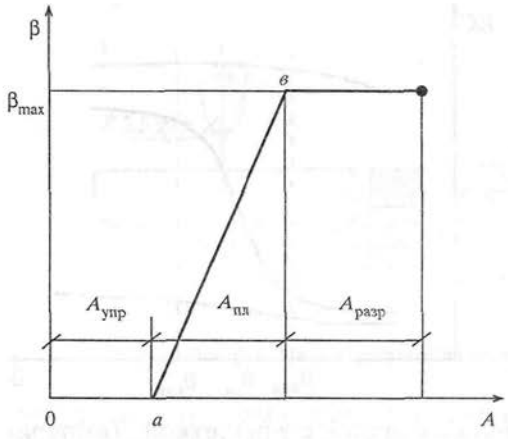


Рис. 7.3. К определению работы распространения трещины

рактеристик ударная вязкость ($\sigma_в$ и $\sigma_{0,2}$) может иметь низкое значение. Полная работа A, определенная при испытании на ударный изгиб образца, имеет составляющие, характеризующие работу упругой деформации образца $A_{упр}$, работу пластической деформации $A_{пл}$ и работу разрушения $A_{разр}$. Для определения этих составляющих полной работы проводят испытания нескольких образцов с различным уровнем потенциальной энергии маятника копра, который задают различной высотой маятника H в исходном состоянии. Для каждого из испытанных образцов измеряется угол загиба β, характеризующий остаточную деформацию, и определяется зависимость β от работы A (рис. 7.3.). На участке упругого нагружения образца угол загиба. При пластическом изгибе наблюдается линейная зависимость β от работы A. Достижение максимального значения угла загиба $\beta = \beta_{max}$ соответствует зарождению хрупкой трещины в вершине надреза, которая распространяется без пластической деформации. Таким образом, можно оценить составляющие полной работы, в частности, определить работу, которая затрачивается только на распространение трещины,

$$A_{разр} = A - A_{упр} - A_{пл}.$$

Если при некоторых условиях испытания, например, при низкой температуре, работа распространения трещины в материале близка к нулю, то это означает, что трещина может самопроизвольно развиваться без подводимой извне энергии, а материал для данных условий эксплуатации неприемлем.

Для определения работы зарождения и работы распространения трещины испытывают несколько образцов с различным уровнем потенциальной энергии маятника копра A. В результате проведенных опытов на образце измеряют глубину трещины l, используя метод окрашивания (например, с помощью 10 % раствора двухлористой меди) и строят диаграмму глубина трещины

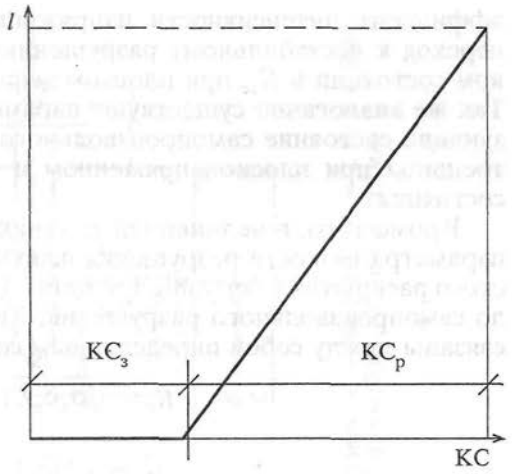


Рис. 7.4. Составляющие ударной вязкости, характеризующие зарождение $KC_з$ и распространение $KC_р$ трещины

(l) — ударная вязкость (КС). Точка пересечения прямой линии с осью абсцисс дает величину $KC_з$, пропорциональную работе зарождения трещины, а разность $KC_р = KC - KC_з$ — долю ударной вязкости, связанной с распространением трещины (рис. 7.4).

Применение ударной вязкости в качестве характеристики конструкционной прочности материала связано с тем, что она проявляет структурную чувствительность. С помощью испытаний на ударную вязкость выявляется состояние отпускной хрупкости стали, влияние водорода на хрупкость чистого титана. Повышенной содержание вредных примесей в стали (сера, фосфор, кислород) снижает ударную вязкость, особенно при пониженных температурах. Ударная вязкость мелкозернистой углеродистой стали в несколько раз превышает при одинаковых условиях испытания значение ударной вязкости образцов с крупнозернистой структурой. Высокая ударная вязкость характерна для чистых по примесям высокопластичных однофазных сплавов. Легирование чаще всего снижает ударную вязкость.

7.3. ВЯЗКОСТЬ РАЗРУШЕНИЯ

Испытания на вязкость разрушения или сопротивления распространению трещины проводятся на образцах с надрезом при статическом изгибе, либо внецентренном растяжении. Известны несколько характеристик вязкости разрушения: сопротивление продвижению трещины G характеризует работу, которую необходимо затратить на образование новой поверхности трещины единичной длины, или переместить фронт трещины на единичное расстояние; коэффициент интенсивности напряжений K характеризует напряжение, действующее в направлении ее распространения на расстоянии $1/2\pi$ мм от вершины. Различают ко-

эффициент интенсивности напряжений K_c, характеризующий переход к нестабильному разрушению при плоском напряженном состоянии и K_{1c} при плоском деформированном состоянии. Так же аналогично существуют параметры G_c и G_{1c}, характеризующие состояние самопроизвольного распространения острой трещины при плосконапряженном и плоскодеформированном состояниях.

Кроме того, в нелинейной механике разрушения в качестве параметра вязкости разрушения используют величину критического раскрытия в вершине трещины δ_c, характеризующей начало самопроизвольного разрушения. Характеристики G_c, K_c и δ_c связаны между собой определенным соотношением:

$$K_c = \sqrt{\sigma_s \delta_c E};$$

$$K_c = \sqrt{E G_c};$$

$$K_{1c} = \sqrt{\frac{E G_{1c}}{1-\nu^2}}.$$

Чаще всего в качестве критерия конструкционной прочности материала используют величину K_{1c}, которая характеризует трещиностойкость, или способность материала работать в конструкции с трещиной. С помощью K_{1c} можно рассчитать допустимую нагрузку, при которой не начнется самопроизвольное разрушение. Можно также решить задачу определения критического размера трещины при заданном уровне напряжений.

На рис. 7.5. приведены эскизы образцов для испытания на трехточечный изгиб (*а*) и внецентренное растяжение (*б*). Для обеспечения условия плоской деформации при испытании образцов минимальная толщина образца B_{min} выбирается в зависимости от отношения $100\,\sigma_s/E$:

$100\frac{\sigma_s}{E}$	0,5...0,57	0,57...0,62	0,62...0,65	0,65...0,68	0,68...0,71	0,71...0,75	0,75...0,80	0,80...0,85	0,85...1
B_{min}, мм	75	63	50	44	38	32	25	20	12,5

Остальные размеры образца в зависимости от способа испытания вычисляются по формулам (рис. 7.5, а,б). В результате испытания записывается диаграмма сила F — раскрытие надреза V, мм. Схема проведения испытаний показана на рис. 7.6, а типовые диаграммы на рис. 7.7. В зависимости от свойств материала критическая сила F_0 определяется в момент самопроизвольного

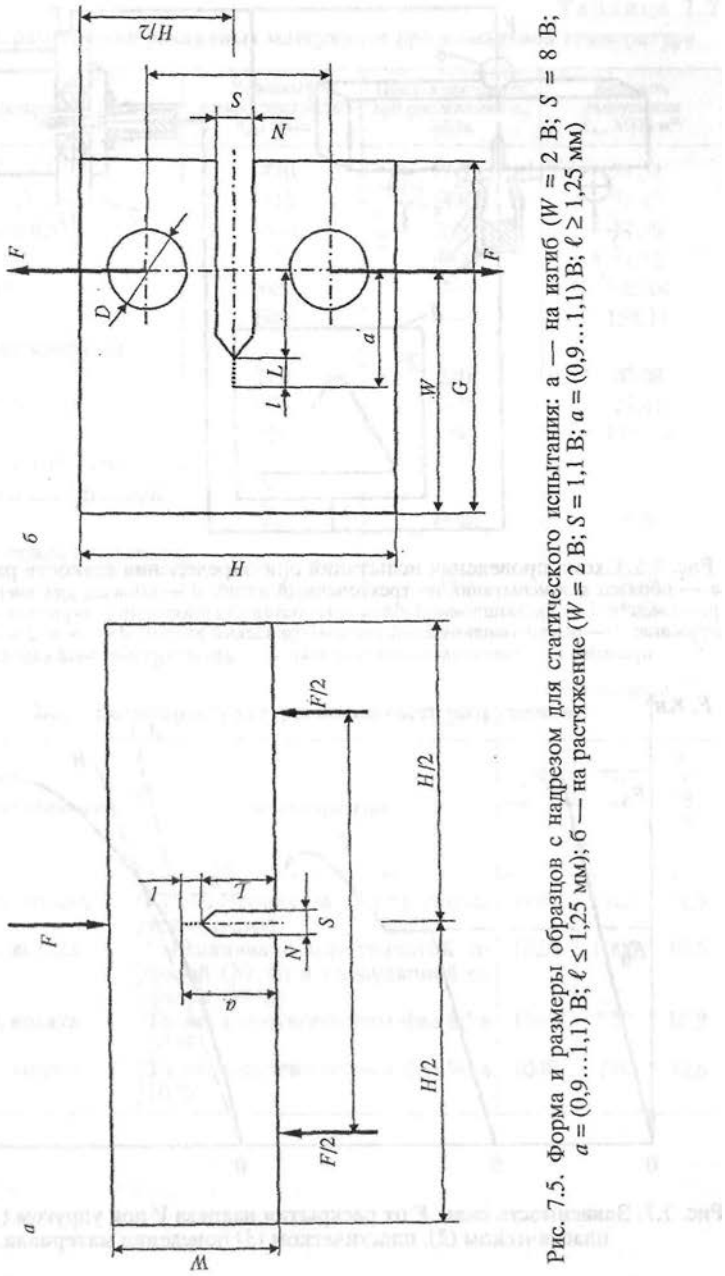


Рис. 7.5. Форма и размеры образцов с надрезом для статического испытания: а — на изгиб (W = 2 B; S = 8 B; a = (0,9...1,1) B; $\ell \le 1{,}25$ мм); б — на растяжение (W = 2 B; S = 1,1 B; a = (0,9...1,1) B; $\ell \ge 1{,}25$ мм)

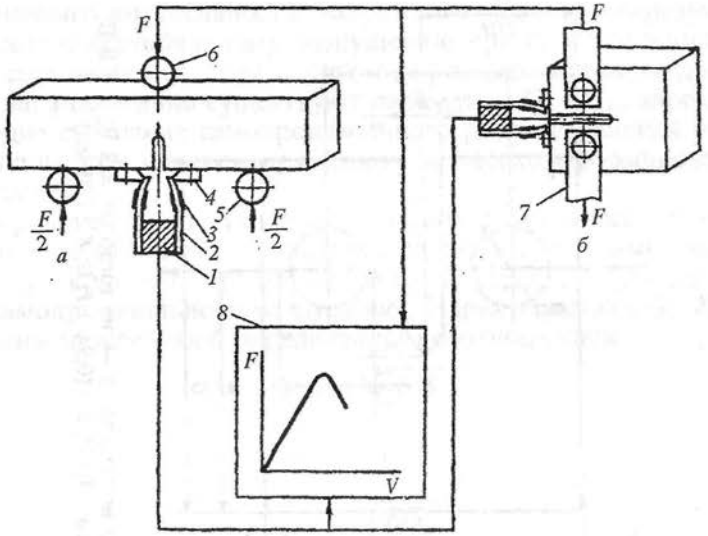


Рис. 7.6. Схема проведения испытаний при определении вязкости разрушения
а — образец для испытаний на трехточечный изгиб; *б* — образец для внецентренного растяжения; *1* — дистанционный блок устройства для фиксации раскрытия; *2* — плоская пружина; *3* — полупроводниковый тензометрический датчик; *4* — нож; *5* — опора; *6* — пуансон; *7* — растягивающая подвеска; *8* — двухкоординатный самописец

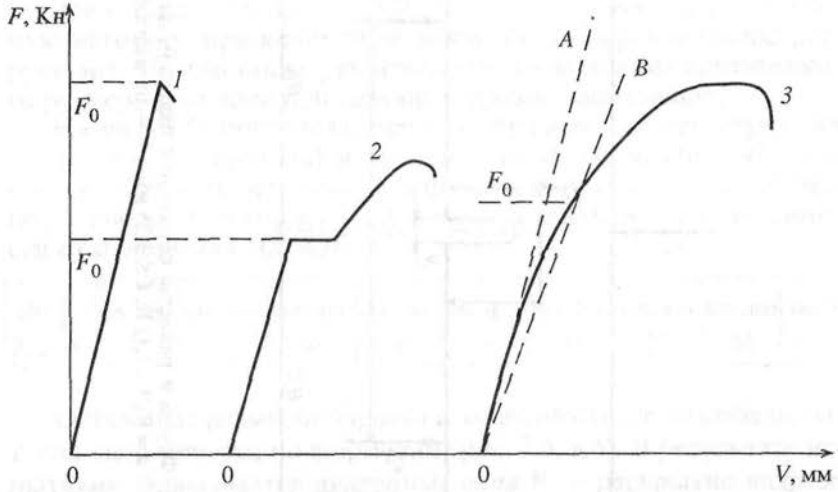


Рис. 7.7. Зависимость силы *F* от раскрытия надреза *V* при упругом (*1*), упруго-пластическом (*2*), пластическом (*3*) поведении материала

Таблица 7.7

Вязкость разрушения различных материалов при комнатной температуре

Материал	Условный предел текучести $\sigma_{0,2}$, МПа	Предел прочности при растяжении $\sigma_в$, МПа	Вязкость разрушения K_{1c}, МПа·м$^{1/2}$
34CrNiMo6	1470	1770	37,31
X7CrNiAl 17.7	1315	1330	71,47
X2NiCoMol 8.8.5	1960	2060	77,79
X41CrMoV5.1	1570	1960	43,32
22NiMoCr37	395	—	139,14
20MnMo45	500	—	158,11
Чугун с пластинчатым графитом	210	220	20,08
AlZnMgCu).5	500	560	29,41
TiAl16V4	910	1080	118,59
Твердый сплав (карбид вольфрама в кобальтовой матрице)	—	1580	15,50
Спеченная окись алюминия (Al_2O_3)	—	150	3,79
Полиэтилен	35	—	1,58

Таблица 7.8

Влияние микроструктуры на вязкость разрушения

Термическая обработка	Микроструктура	$\sigma_в$, МПа	σ_S, МПа	K_{1c}, МПа·м$^{1/2}$
1050 °С, 1 ч, воздух	Крупнозернистая с пластинчатой α-фазой	1140	1100	21,9
950 °С, 5 ч, воздух	Смешанная с пластинчатой α-фазой (70 %) и глобулярной α-фазой (30 %)	1020	1000	19,5
850 °С, 6 ч, воздух	Та же, с соотношением фаз 80 и 20 %	1040	820	14,8
750 °С, 6 ч, воздух	Та же, с соотношением фаз 90 и 10 %	1040	770	12,6

разрушения образца сразу после упругой деформации (кривая 1), или в момент скачкообразного роста трещины (2) при упругопластической деформации. Для пластичных материалов критическая сила F_0 определяется пересечением кривой 3 с секущей OB, имеющей наклон на 5 % меньше, чем касательная OA, соответствующая упругой деформации. Коэффициент вязкости разрушения определяют по формулам:

- для случая изгиба образца $K_{1c} = \dfrac{F_0 \cdot S}{BW^{3/2}} \cdot f(a/W)$;

- для случая внецентренного растяжения $K_{1c} = \dfrac{F_0 \cdot}{BW^{1/2}} f(a/W)$.

Значения вязкости разрушения для различных материалов приведены в табл. 7.7, а влияние структуры на вязкость разрушения титанового сплава дано в табл. 7.8.

7.4. КОРРОЗИЯ МЕТАЛЛОВ ПОД НАПРЯЖЕНИЕМ

В процессе эксплуатации металлических конструкций и деталей машин их поверхность контактирует с газами или жидкостями окружающей среды. Под воздействием внешней среды интенсивность напряжения K_{1c} значительно уменьшается. Величина K_{1scc} характеризует допускаемые напряжения в материале с трещинами определенных размеров, который подвергается совместному воздействию длительных статических нагрузок и коррозионной среды. Из рис. 7.8 видно, что K_{1scc} и вязкость разрушения K_{1c} отличаются существенно. Эта разница зависит от материала, окружающей корродирующей среды и напряженно-деформированного состояния на фронте развивающейся трещины. Трещиностойкость материала в корродирующей среде зависит от адсорбционного понижения прочности (эффект Ребиндера), водородного охрупчивания и локального анодного растворения металла и его окислов в вершине трещины. Водород в металлах находится в атомарном состоянии в виде протонов. Растворимость его повышается с ростом температуры и давления. Водород охрупчивает все металлы, уменьшая их прочность и пластичность. Растягивающие напряжения на фронте трещины и отсутствие защитной окисной пленки в ее вершине на несколько порядков повышают скорость диффузии водорода и скопление его в местах с повышенной плотностью дислокаций, а, следовательно, скорость разрушения.

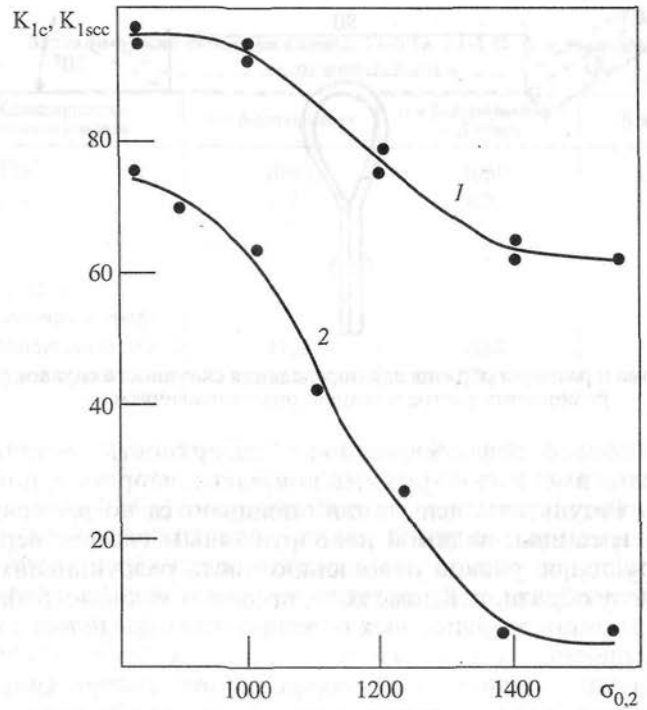


Рис. 7.8. Зависимость вязкости разрушения K_{1c} (1) и коррозионно-статической трещиностойкости K_{1scc} (2) от предела текучести стали при испытании в морской воде

Для экспериментального изучения коррозии металлов и сплавов под напряжением используются образцы в форме петли, которые изготавливают из листового материала. Изгиб полоски производится на цилиндрической оправке, диаметр которой равен 16-кратной толщине испытываемого листового материала (рис. 7.9). Концы полосы загибают на расстоянии 30 мм под углом 20°. После пластической деформации образец деформируют упруго, сближая концы петли и закрепляя их в рамке из инертного материала.

Наибольшее распространение получил метод испытания материалов на *С*-образных образцах (рис. 7.10), на которых можно проводить испытания как с постоянной деформацией (также, как в предыдущем способе испытания петлевых образцов), так и с постоянной нагрузкой. Образец располагают таким образом, что при испытании в контакте с коррозионной средой находится

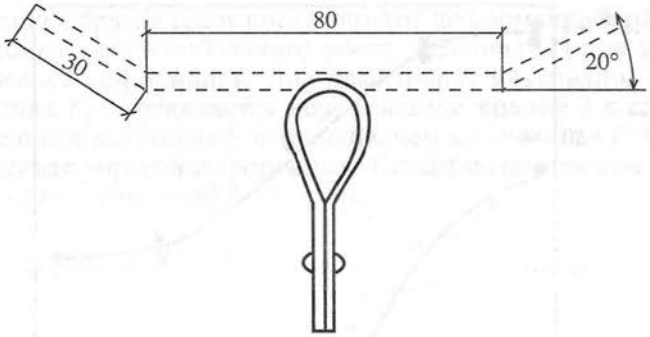


Рис. 7.9. Форма и размеры образца для определения склонности сплавов к коррозионному растрескиванию под напряжением

только наиболее деформированная поверхность, остальная часть образца имеет изолирующее покрытие, например, покрытие лаком. Результаты испытаний оцениваются по времени до появления трещины, видимой невооруженным глазом, вероятности разрушения, равной отношению числа разрушившихся к общему числу образцов. Кроме того, проводят металлографические исследования разрушенных образцов для определения причины разрушения.

Для оценки склонности к коррозионному растрескиванию высокопрочных материалов проводят испытания образцов с надрезом или трещиной, выращенной путем предварительного усталостного нагружения образца. Критерием оценки стойкости материала к коррозионному растрескиванию является пороговый коэффициент интенсивности напряжения K_{1scc}, который определяется для заданной продолжительности испытания или условного принятого значения скорости роста трещины (табл. 7.9.).

Для повышения стойкости материала к коррозионному растрескиванию используют легирование стали марганцем, хромом, никелем, ванадием, титаном, снижение вредных примесей, особенно серы и фосфора, применение специаль-

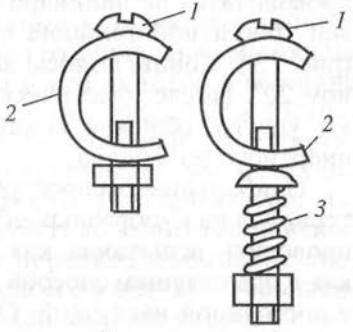


Рис. 7.10. С-образный образец для оценки склонности металла к коррозионному растрескиванию:
а — при постоянной деформации; *б* — при постоянной нагрузке; *1* — болт; *2* — образец; *3* — пружина

Таблица 7.9

Механические свойства сплава Ti-6 % Al-4 % V в зависимости от режимов ковки

Характеристика металла поковок	α + β-деформация	α + β-деформация + + β-отжиг	β-деформация
$\sigma_в$, МПа	1040	1050	1040
$\sigma_{0,2}$, МПа	990	970	950
δ, %	12	10	10
ψ, %	40	18	27
K_{ISCC}, МПа·м$^{1/2}$:			
во влажной среде			
в присутствии NaCl	11,6	20,0	21,6
в сухой среде	13,8	24,5	28,2

ных видов термообработки, например, двух- и трехкратную закалку с отпуском, а также применением металлических и неметаллических покрытий изделий из металла. Повышенной трещиностойкостью отличаются мартенситностареющие стали, обладающие стойкостью против водородного охрупчивания. Упрочнение сталей с низким содержанием углерода происходит благодаря легированию никелем, кобальтом и молибденом. Эти элементы обусловливают дисперсионное твердение мартенситной железо-никелевой матрицы при старении. Применение поверхностного наклепа изделий обкаткой, дробе- и пескоструйной обработкой, а также диффузионное насыщение поверхности стали металлами и неметаллами также способствуют повышению коррозионной стойкости изделий под напряжением. В табл. 7.9. показана зависимость коррозионной стойкости титанового сплава от структуры и состава окружающей среды.

7.5. УСТАЛОСТЬ МЕТАЛЛОВ

Наиболее частой причиной разрушения конструкций и машин является развитие в них усталостных трещин. Усталостью называется развивающийся во времени процесс накопления поврежденности металла при знакопеременной деформации, которая возникает под действием напряжений, меньших предела текучести. Заключительная стадия разрушения характеризуется ростом одной или нескольких макротрещин, приводящих к хрупкому разрушению изделия. На фрактограммах поверхности разрушения отчетливо видны бородки или следы подрастания усталостной трещины за один цикл знакопеременного нагружения. Циклом напряжений называют совокупность переменных значе-

ний напряжений за один период их изменения. Каждый цикл характеризуется средним напряжением $\sigma_m = 0{,}5(\sigma_{max} + \sigma_{min})$, амплитудой $\sigma_a = 0{,}5(\sigma_{max} - \sigma_{min})$ и коэффициентом ассиметрии $R_a = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$. Если $R_a = -1$, то цикл всегда является знакопеременным.

Важной характеристикой циклического нагружения является частота цикла $f = \frac{1}{t_ц}$, где $t_ц$ — время периода цикла.

Основной характеристикой сопротивления материала усталостному разрушению является предел выносливости, который определяют двумя способами испытания: при постоянном значении R_a, либо при постоянном значении среднего напряжения цикла σ_m. Применяются различные схемы нагружения образцов. Наиболее часто применяется схема испытания изгибом с вращением консольно закрепленного образца, или чистый изгиб при вращении образца, закрепленного с обеих сторон. Предпочтение следует отдать второму способу, т. к. при испытании все сечения на длине образца находятся в одинаковых условиях нагружения. При испытании образцов можно изменять изгибающий момент, следовательно, значения $|\sigma_{max}| = |\sigma_{min}|$, частоту цикла f, а с помощью счетчика фиксировать циклическую долговечность или число циклов до разрушения образца N. В результате серии испытаний образцов с различным уровнем σ_{max} при $R_a = -1$ удается построить диаграмму усталости, которая в координатах $\sigma - \ln N$ приближенно представляется двумя прямыми линиями. Наименьшее напряжение $\sigma = \sigma_{-1}$, соответствующее прямой линии при $N > 10^7$ циклов, называется пределом выносливости (рис. 7.11). Предел выносливости приближенно можно найти в зависимости от предела прочности с помощью статистической зависимости: $\sigma_{-1} = в_1 \cdot \sigma_в$, где $в_1$ — коэффициент регрессии, равный для сталей 0,4...0,6; для латуней и бронз 0,3...0,5; для алюминиевых сплавов 0,25...0,4. На выносливость практически не влияет величина зерна, но сильное действие оказывают неметал-

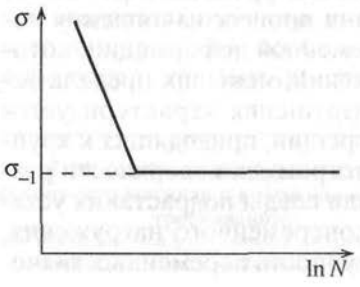


Рис. 7.11. Диаграмма усталости

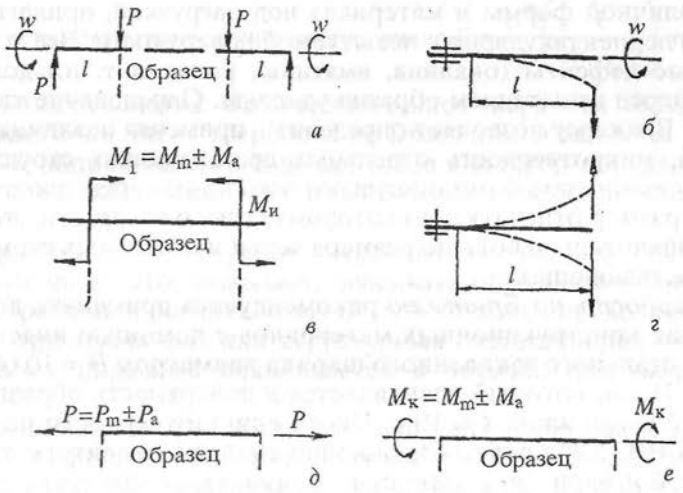


Рис. 7.12. Схемы нагружения образцов при усталостных испытаниях (ГОСТ 25.502—79):

а — чистый изгиб при вращении; *б* — поперечный изгиб при вращении; *в* — чистый изгиб в одной плоскости; *г* — поперечный изгиб в одной плоскости; *д* — повторно-переменное растяжение — сжатие; *е* — повторно-переменное кручение

лические включения, частицы второй фазы, особенно крупных размеров. Повышение чистоты поверхности, поскольку усталостная трещина, как правило, возникает на поверхности, способствует повышению выносливости. Предварительное упрочнение поверхности действует аналогичным образом на предел выносливости. Применение легирующих элементов при производстве сплавов, рациональных режимов термической и термомеханической обработки, которые вызывают одновременное повышение прочности и пластичности, способствуют росту выносливости при циклической нагрузке.

7.6. ТВЕРДОСТЬ МЕТАЛЛОВ

Твердость — это свойство металлов оказывать сопротивление внедрению инструмента-индентора в поверхность тела. Существует большое число методов определения твердости, которые в зависимости от скорости приложения нагрузки являются динамическими (царапанье, ударные отскок и отпечаток и др.) и статическими методами (Бринелля, Роквелла, Виккерса и др.). Чаще используются методы статического вдавливания индентo-

ра различной формы и материала под нагрузкой, прилагаемой по оси перпендикулярно к испытуемой поверхности. Все поверхностные дефекты (окалина, вмятины, риски и т. п.) должны быть перед испытанием образца удалены. Определение твердости по Виккерсу позволяет определить, применяя различные нагрузки, микротвердость отдельных составляющих структуры. Остальными способами оценивают только макротвердость, поэтому размер отпечатка, по которому судят о твердости, должен быть значительно больше размера зерен и отдельных структурных составляющих.

Твердость по Бринеллю рекомендуется применять для испытания конструкционных материалов с помощью индентора в виде стального закаленного шарика диаметром D = 10 (или 5; 2,5; 2; 1) мм, который вдавливается в поверхность образца силой P с выдержкой τ = 10 с. Число единиц твердости по Бринеллю HB, МПа равно отношению силы на инденторе к площади боковой поверхности отпечатка, которая равна $F = \frac{\pi D}{2}\left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)$, где D и d — диаметры шарика и отпечатка. Если использовать при испытании одни и те же значения, например, P = 30 *Кн*, D = 10 мм, а τ = 10 с, то твердость по Бринеллю можно определять по диаметру отпечатка. Для этого существуют специальные таблицы.

Для многих металлов и сплавов между твердостью *HB* и пределом прочности $\sigma_в$ существует линейная связь: $\sigma_в = C \cdot HB$. Ниже приведены значения коэффициента С для различных материалов:

№ пп	Материал	*C*
1	Чугуны	0,15
2	Литейные алюминиевые сплавы	0,25
3	Деформируемые алюминиевые сплавы	0,38
4	Титановые сплавы	0,3
5	Высокопрочные стали	0,33
6	Малоуглеродистые стали	0,33
7	Аустенитные стали и латуни	0,45

Твердость по Виккерсу также рекомендуется применять для испытания конструкционных материалов. С помощью алмазного индентора в форме четырехгранной пирамиды с углом при вершине между гранями α = 136°. Число единиц твердости по Виккерсу *HV* равно отношению силы на инденторе к площади боковой поверхности отпечатка, которая равна $F = \frac{d^2}{2}\left(\frac{1}{\sin\alpha/2}\right)$, где d — диагональ отпечатка. Физический смысл твердости по Виккерсу аналогичен числу твердости по Бринеллю и является усредненным напряжением в зоне контакта индентор-образец, и измеряется в МПа. Числа *HV* и *HB* близки по абсолютной величине.

Приборы для измерения твердости по Виккерсу снабжены микроскопом. Это позволяет, используя образцы с полированной и травленой поверхностью ($R_a \le 0{,}32$ мкм), определять твердость отдельных фаз или структурных составляющих сплавов. Алмазная пирамида вдавливается в образец под нагрузкой 0,05…5Н.

Твердость по Роквеллу рекомендуется применять для испытания преимущественно инструментальных сталей и сплавов. В качестве индентора используется алмазный конус с углом при вершине α = 120° и радиусом закругления 0,2 мм, либо стальной закаленный шарик диаметром D = 1/16 дюйма. Индентор вдавливают в образец под действием двух последовательно прилагаемых нагрузок: предварительной P_0 = 0,1 Кн и общей нагрузкой $P = P_0 + P_1$, где P_1 — основная нагрузка. Применяют три шкалы измерения твердости по Рокквеллу: шкала А (индентором является конус, нагрузка P = 0,6 Кн); шкала В (стальной шарик, P = 1 Кн); шкала С (алмазный конус, P = 1,5 Кн).

Число твердости по Роквеллу измеряют в условных единицах. Она является мерой глубины вдавливания индентора после предварительной h_0, общей h_1 и основной нагрузки $h = h_1 - h_0$. Чем больше h, тем ниже твердость материала. Единица твердости по Роквеллу является безразмерной величиной, соответствующей перемещению индентора на 0,002 мм, а число единиц твердости определяется по формуле $HR = \frac{0{,}2 - h}{0{,}00\,2.}$ Таким образом, если глубина вдавливания индентора h = 0, то число твердости соответствует твердости алмаза и равно HR = 100. Чаще всего используется шкала С, по которой число единиц твердости рекомендуется определять в диапазоне HRC = 20…77.

Твердость по Шору рекомендуется применять для испытания твердости инструментальных сталей и сплавов, которую оценивают по упругому отскоку алмазного индентора массой 36 г. Энергия индентора расходуется на упругую и пластическую деформацию испытуемого образца в месте удара и на по-

следующее поднятие индентора. Чем больше высота подъема, тем меньше израсходовано энергии на пластическую деформацию образца, тем выше твердость. За 100 единиц твердости по Шору принята максимальная твердость стабилизированного после закалки на мартенсит образца из углеродистой эвтектоидной инструментальной стали. Шероховатость поверхности образца должна быть $R_a \le 1{,}25$ мкм. Высота отскока индентора h при испытании твердости материала и $h_э$ при испытании твердости эталона определяются при условии падения индентора с одинаковой исходной высоты h_0. Тогда число единиц твердости по Шору равно

$$\mathrm{HS} = \frac{h}{h_э} 100.$$

Для измерения твердости массивных стальных и чугунных валков применяют портативные переносные приборы.

Твердость стали можно повысить путем увеличения содержания углерода и легирующих элементов, способствующих образованию карбидов. Твердость поверхности можно увеличить, применяя химикотермическую обработку (цементацию, азотирование, борирование и т. п.), а также термическую обработку, например, закалку с отпуском. Напыление твердых материалов, механическая нагартовка, лазерная и плазменная обработки также способствуют повышению твердости поверхности.

Методы определения твердости материалов достаточно просты, широко применяются в заводской практике как в исследовательских целях, так и для оценки качества продукции, поскольку их относят к неразрушающим методам контроля. Разработаны методики измерения модуля нормальной упругости E, условного предела текучести $\sigma_{0,2}$, предела прочности $\sigma_в$, ударной вязкости KC, истинного сопротивления разрушению, или предела хрупкой прочности σ_f, предела выносливости σ_{-1}, а также инженерных пластических характеристик (относительного сужения ψ и относительного удлинения δ) по результатам испытания твердости материала.

7.7. ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ И КОНТАКТНАЯ ПРОЧНОСТЬ МЕТАЛЛОВ

Все подвижные сопряжения и рабочие органы машин в процессе эксплуатации изнашиваются. Изнашивание является процессом отделения материала с поверхности тела. Износ — это результат изнашивания, а износостойкость — это свойство материала сопротивляться изнашиванию, количественно оценивается величиной, обратной скорости изнашивания. Значительная часть отказов машин связана с износом трущихся поверхностей контактируемых тел. Помимо контакта твердых тел важное значение имеет исследование контакта твердого тела с жидкостью, следствием которого является кавитация или кавитационная эрозия, а при контакте твердого тела с потоком газа — газовая эрозия.

При контакте твердых тел различают следующие типы изнашивания:

- *Абразивное изнашивание*, которое происходит под воздействием абразивных частиц, находящихся в зоне контакта. Твердые частицы вызывают пластическую деформацию контактируемых тел, выдавливая металл по сторонам царапины. При этом происходит накопление поврежденности в поверхностном слое и отрыв дисперсных кусочков поверхности.
- *Адгезионное изнашивание* связано со "схватыванием" контактируемых тел с последующим разрушением поверхности одного из тел, частицы которого после отрыва переходят на поверхность другого контактируемого тела. Таким образом, на одном теле появляются риски и вырывы, а на другом — налипание металла.
- *Усталостное изнашивание* возникает в результате многократного циклического нагружения металла в зоне контакта, знакопеременной пластической деформации элементов шероховатости поверхности контактируемых тел и разрушению металла, сопровождающемуся выкрашиванием поверхности контакта.
- *Коррозионно-усталостное изнашивание* связано с повышением интенсивности изнашивания контактируемых поверхностей в присутствии агрессивной среды, повышенной влажности. Частицы продукта коррозии, действующих как абразив, повышают скорость износа.

При контакте твердого тела с жидкостью, особенно при высоких скоростях, в связи с нарушением сплошности потока и образованием пузырьков газа и их захлопыванием, наблюдается кавитационное разрушение. На интенсивность кавитационного разрушения существенное влияние оказывает чистота поверхности твердого тела, т. к. шероховатость стимулирует завихренность потока жидкости.

При контакте твердых тел и газовых потоков возникает эрозия поверхности, скорость которой также зависит не толь-

Таблица 7.10

Состав и механические свойства некоторых штамповых сталей для холодного деформирования

Марка стали	Содержание основных элементов, %					другие	Режим термической обработки		HRC после отпуска	$\sigma_в$, МПа	KCU, МДж/м²
	C	Cr	W	Mo	V		$\theta_{зак}$, °C	$\theta_{отп}$, °C			
Стали повышенной (высокой) износостойкости											
X12	2,00…2,20	11,5…13,0	—	—	—	—	950…970	170…200	61…63	2150	0,15…0,20
X12M	1,45…1,65	11,0…12,5	—	0,40…0,60	0,15…0,30	—	1000…1020	170…200	61…63	2600	0,40…0,50
X12Ф1	1,25…1,45	11,0…12,5	—	—	0,70…0,90	—	1020…1050	170…200	61…63	2500	0,25…0,30
X12ВМ	2,00…2,20	11,0…12,5	0,5…0,8	0,60…0,90	0,15…0,30	—	970…1000	170…180	63…64	2400	0,20…0,30
X12Ф4М	2,00…2,20	12,0…13,5	—	0,50…0,80	3,4…4,0	—	1070…1090	170…190	62…64	2700	0,30…0,40
Х6ВФ	1,05…1,15	5,5…6,5	1,1…1,5	—	0,50…0,80	—	980…1000	150…170	61…63	3000	0,70…0,80
8Х6НФТ	0,8…0,9	5,0…6,0	—	—	0,30…0,50	0,9…1,3 Ni	950…1000	280…300	57…59	—	—
						0,05…0,015 Ti	950…1000	400…420	56…57	—	—
Дисперсионнотвердеющие стали с высоким сопротивлением смятию											
8Х4В2С2МФ	0,8…0,9	4,2…4,9	1,8…2,2	0,80…1,10	1,00…1,40	1,6…2,0 Si	1060…1080	530*	63…64	3750	0,40…0,60
8Х4В3М3Ф2	0,75…0,85	3,5…4,5	2,5…3,2	2,5…3,0	1,90…2,50	—	1150…1170	550*	62…63	3300	0,25…0,30
11Х4В2С2Ф3М	1,05…1,15	3,5…4,2	2,0…2,7	0,30…0,50	2,30…2,80	1,4…1,8 Si	1060…1080	530*	61…62	3750	0,40…0,50
							1000…1020	200	62…63	3500	0,30…0,35
Х5В2С4Ф2НМ	0,98…1,13	4,2…5,0	1,8…2,3	0,80…1,10	1,90…2,40	0,3…0,6 Ni	1150…1170	550*	62…63	3300	0,25…0,30
						3,35…3,95 Si					
Высокопрочные стали с повышенной ударной вязкостью											
7ХГ2ВМ	0,68…0,76	1,5…1,8	0,5…0,9	0,50…0,80	0,10…0,25	—	850…870	140…160	60…61	2800	0,60
								220…250	57…59	3000	0,80
7ХГНМ	0,67…0,74	1,2…1,5	—	0,50…0,80	0,10…0,20	0,80…1,20 Ni	850…870	140…160	60…61	3500	1,60
								240…250	57…60	3700	2,00
6Х6В3МФС	0,5…0,6	5,5…6,5	2,5…3,2	0,60…0,90	0,5…0,8	0,6…0,9 Si	1060…1075	530*	57…62	3850	0,80…1,20
6Х4М2ФС	0,57…0,65	3,8…4,4	—	2,0…2,4	0,6…0,9	0,6…0,9 Si	1060…1075	520…540	59…62	4100	1,20…1,40

* Трехкратный отпуск по 1 ч.

ко от механических свойств материала, но и от шероховатости поверхности.

Существует корреляционная зависимость между прочностными характеристиками металла (предел прочности, твердость, вязкость разрушения) и его стойкостью к разрушению в потоке жидкости или газа. Использование различных способов механического упрочнения поверхности, применение металлических покрытий также уменьшает скорость разрушения металла и износ.

Следует отметить, что гидро-и аэроэрозионный износ происходят вследствие дополнительного воздействия на поверхность движущихся в потоке газа или жидкости твердых частиц.

Для оценки триботехнических характеристик материалов, характеризующих износ, применяют различные методы испыта-

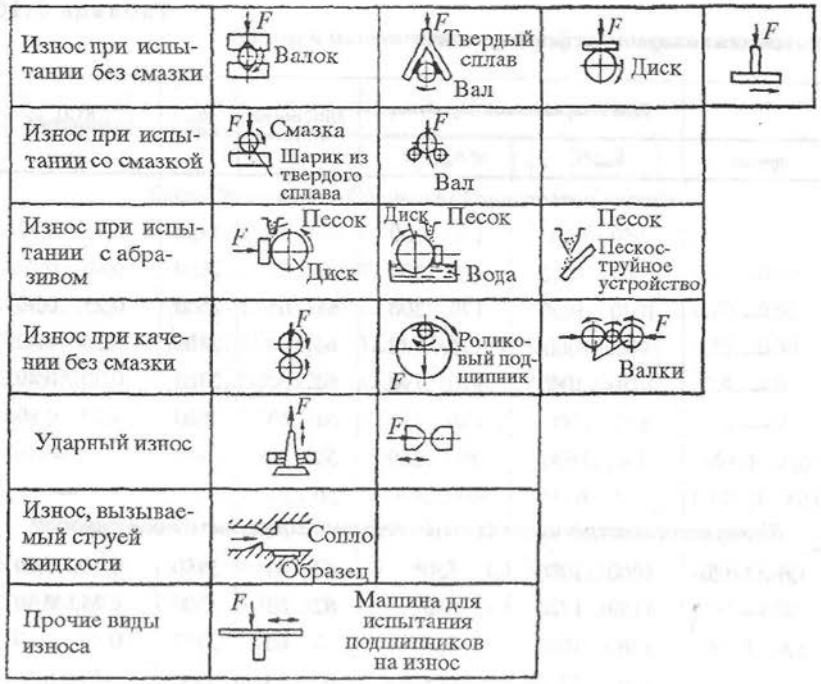


Рис. 7.13. Схемы испытаний на износ

ний, моделирующих возможные условия эксплуатации и механизмы изнашивания поверхностей контактируемых тел. При этом результаты исследования разными методами несопоставимы. В качестве интегральных характеристик износа используют линейные и объемные величины изменения размеров, а также массы в сравнении с аналогичными показателями эталона. Различные схемы испытания на износ представлены на рис. 7.13. Испытание материалов осуществляется на специальных машинах трения, на которых можно изменять нагрузку на образец, скорость относительного скольжения образца и контртела, а также окружающую среду, применяя смазки, либо агрессивную жидкость. В результате опытов определяют коэффициент трения, интенсивность износа, стойкость против схватывания I рода (холодный задир), стойкость против схватывания II рода (горячий задир при использовании значительных скоростей скольжения и нагрузок).

В табл. 7.10...7.13 приведены состав и свойства износостойких сталей и твердых сплавов.

Таблица 7.11

Режимы термической обработки и свойства штамповых сталей высокой теплостойкости

Сталь	Температура закалки, °С	HRC после закалки	Температура отпуска, °С	HRC после отпуска	Теплостойкость, °С, при HRC 40
3Х2В8Ф	1130...1150*	53...55	630...650	42...47	660
	1180...1100**	48...52	600...620	45...49	650
4Х2В5МФ	1080...1100*	54...56	640...650	44...47	670
	1050...1080**	52...55	610...630	45...49	660
5Х3В3МФС	1130...1150*	54—58	650...660	44...47	685
	1100...1120**	52...55	640...650	45...49	670
2Х6В8М2К8	1180...1200	52...54	670...690	48...52	730
3Х10В7М2К10	1100...1120	54...56	640...650	48...52	700
Х2В6М6К12Н2	1150...1170	40...42	680...700	48...52	750

* Обработка на высокую теплостойкость. ** Обработка на повышенную прочность и вязкость.

Таблица 7.12

Режимы термической обработки некоторых сталей для теплостойких и коррозионностойких подшипников

Марка стали	Температура нагрева, °С		Охлаждающая среда	Отпуск		*HRC*
	подготовительный	окончательный		θ, °С	время, ч	
95Х18	850	1080	Масло или струя газа	160	3	58
11Х18М	850	1100	То же	410	5	55
				160	3	60
				410	5	57
8Х4В9Ф2Ш (ЭИ 347)	800	1230	Масло	570	По 2 ч 3 раза	

* *После закалки требуется обработка холодом.*

Таблица 7.13

Состав и свойства некоторых твердых сплавов

Марка стали	Состав, %				Плотность ρ, 10^{-3} кг/м^3	$\sigma_и$, МПа (не менее)	HRA (не менее)
	WC	TiC	TaC	Co			
Вольфрамовые							
ВК3	97	—	—	3	15,0...15,3	1100	89,5
ВК4	96	—	—	4	14,9...15,2	1400	89,5
ВК6	94	—	—	6	14,6...15,0	1500	88,5
ВК8	92	—	—	8	14,4...14,8	1600	87,5
ВК10	90	—	—	10	14,2...14,6	1650	87,0
Титановольфрамовые							
Т30К4	66	30	—	4	9,5...9,8	950	92,0
Т15К6	79	15	—	6	11,1...11,6	1150	90,0
Т5К12	83	5	—	12	13,1...13,5	1650	87,0
Титанотанталовольфрамовые							
ТТ7К12	81	4	3	12	13,0...13,3	1650	87,0
ТТ8К6	84	8	2	6	12,8...13,3	1250	90,5
ТТ20К9	91	8	12	9	12,0...13,0	1300	89,0
Безвольфрамовые							
ТН20	—	80	—	(Ni + Mo)	5,5...6,0	1100	90,00
КНТ16	—	84	—	(Ni + Mo)	5,6...6,2	1350	89,0

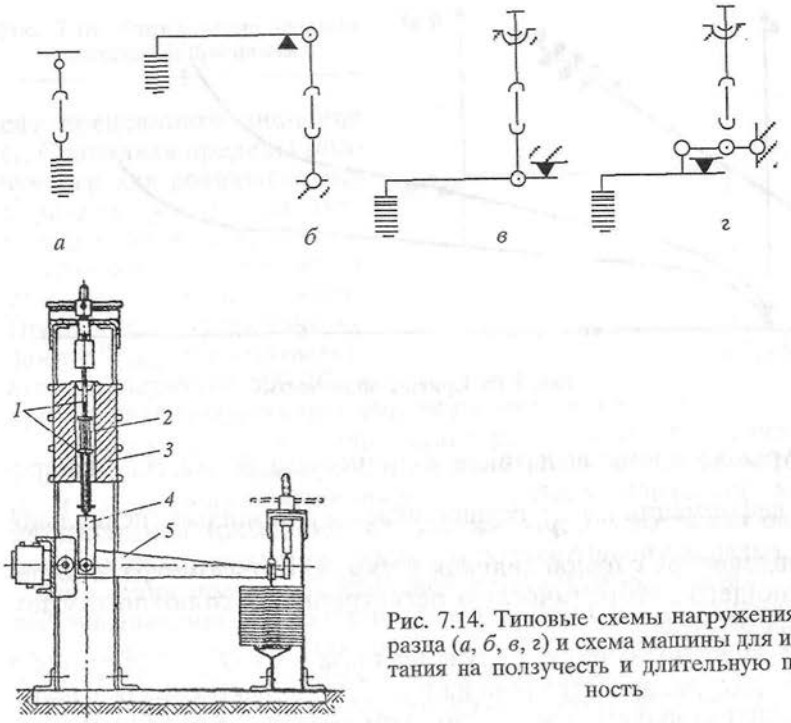


Рис. 7.14. Типовые схемы нагружения образца (*а*, *б*, *в*, *г*) и схема машины для испытания на ползучесть и длительную прочность

7.8. ЖАРОПРОЧНОСТЬ, ПОЛЗУЧЕСТЬ, ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ

Жаропрочностью называется способность сталей и сплавов длительное время выдерживать механические нагрузки при высоких температурах без заметной остаточной деформации и разрушения. При температурах до 600 °С применяется термин *теплоустойчивость*. Используется также термин *жаростойкость*, который характеризует сопротивление материала газовой коррозии при высоких температурах в течение длительного времени.

Для оценки жаропрочности используется испытание на ползучесть и длительную прочность. Количественная оценка жаропрочности способствует правильному выбору материала для энергомашиностроения, атомных реакторов, авиации и космической техники.

Ползучесть — это свойство материала необратимо изменять форму тела при высокой температуре под действием постоянного напряжения, значение которого меньше предела текучести. При напряжениях ниже некоторого критического значения имеет место обратимая ползучесть, не представляющая опасности для конструкций. При напряжениях выше критического, но ниже предела текучести, различают высокотемпературную ползучесть ($\theta > 0{,}4\theta_{пл}$) и низкотемпературную ползучесть ($\theta < 0{,}4\ \theta_{пл}$). Низкотемпературная ползучесть слабо зависит от температуры и напряжения испытания, скорость ее мала и во времени не изменяется. Наиболее опасной для машин и сооружений является высокотемпературная ползучесть, при которой протекают одновременно процессы упрочнения и разупрочнения металла. Для изучения ползучести проводятся испытания цилиндрических образцов при постоянной температуре, большей, чем температура рекристаллизации, под действием постоянной нагрузки. Схемы испытания изображены на рис. 7.14. Наибольшее распространение получили испытательные машины с различным механизмом нагружения с отношением плеч от 1:10 до 1:100. Нагрев образцов осуществляется в печи с поддержанием постоянства темпе-

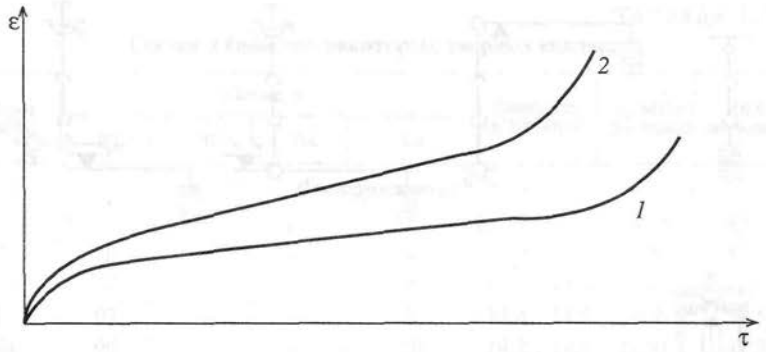
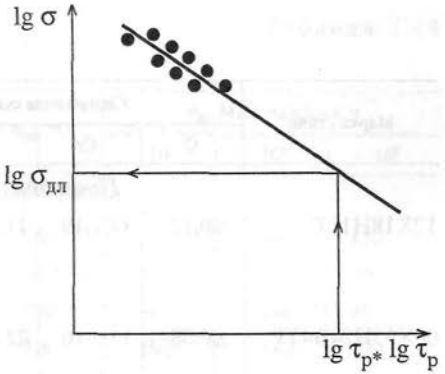


Рис. 7.15. Кривые ползучести

ратуры во время испытания с точностью до ±2 °С. Измерение деформации $\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}$ осуществляется с помощью специального индикатора с ценой деления 1 мкм, или тензометра, обеспечивающего автоматическую регистрацию абсолютного удлинения образца.

Кривая ползучести, полученная при постоянной нагрузке и температуре, представлена на рис. 7.15, однако кривая 1 получена при меньшем напряжении, чем кривая 2. Кривая ползучести имеет три характерных участка. Первый связан с неустановившейся ползучестью, в результате которой скорость деформации имеет максимальное значение в момент нагружения, а затем уменьшается. Скорость ползучести на втором участке не изменяется, а продолжительность второго участка соизмерима со временем испытания образца до разрушения. На третьем участке вследствие локализации деформации в шейке происходит резкое увеличение скорости ползучести, завершающееся разрушением образца. Нагрузки выбирают такими, чтобы скорость ползучести была в пределах $10^{-3}...10^{-6}$ %/ч. Испытание образов осуществляют до такого момента времени (2000—3000 ч), чтобы можно было определить скорость ползучести $\dot{\varepsilon}$ на установившейся стадии (второй участок). В результате испытания нескольких образцов можно построить зависимость напряжения от скорости ползучести для выбранной температуры испытания. Задавая предельную скорость ползучести $\dot{\varepsilon}$, определяют предел ползучести $\sigma_{пп}$. *Предел ползучести* — это напряжение, под действием которого при определенной температуре испытания скорость ползучести не превы-

Рис. 7.16. Определение предела длительной прочности



сит предельного значения $\dot{\varepsilon}_*$. Сравнивая пределы ползучести для различных материалов, можно сделать вывод о длительности срока их службы в определенных условиях эксплуатации. Предел ползучести обозначают σ^{800}_{10-4}, что соответствует температуре 800 °С, а критическая скорость ползучести равна $\dot{\varepsilon}_* = 10^{-4}$, $с^{-1}$.

Длительная прочность характеризует сопротивление материала разрушению при длительном воздействии температуры и напряжения меньше предела текучести. Образцы и схемы их испытания применяются такие же, как для изучения ползучести, однако, испытание проводят до разрушения образца. Для определения предела длительной прочности необходимо провести испытание нескольких образцов при разных напряжениях и зафиксировать время до разрушения τ_p. Связь между τ_p и σ_{11} хорошо аппроксимируются зависимостью $\tau_p = \beta\sigma_{11}^{-n}$, где β и n — константы материала, которые зависят от температуры испытания. На рис. 7.16 показано, что предельному (заданному) значению долговечности τ_p, соответствует предел длительной прочности $\sigma_{дл}$.

В промышленности в зависимости от условий эксплуатации применяются различные жаропрочные стали и сплавы. При температурах 350...550 °С рекомендуют использовать углеродистые и легированные марки стали с пониженным содержанием вредных примесей (*S*, *P*). Это стали ферритного класса. Аустенитные стали имеют более высокие рабочие температуры, т. к. скорость ползучести для сталей с ГКЦ решеткой меньше чем для сталей с ОЦК решеткой. В качестве легирующих элементов применяют хром, никель, молибден, вольфрам. Жаропрочность можно повысить, используя добавки *B*, *La*, *Ce*, *Ca*, *Ba*.

Высокой жаропрочностью обладают сплавы на основе титана, а также никель-кобальтовые сплавы. Небольшие добавки рения к сплавам титана существенно повышают их жаропрочность. Сведения о длительной прочности для различных групп сталей и сплавов представлены в табл. 7.14...7.16.

Состав и $\sigma_{дл}$ некоторых аустенитных

Марка стали	Содержание основных легирующих элементов, %			
	C	Cr	Ni	другие
Гомогенные стали				
12Х18Н12Т	≤0,12	17…19	11…13	(1…2) Mn; ≤0,7 Ti
08Х15Н24В4ТР	≤0,08	14…16	22…25	(1,4…1,8) Ti; (4…5) W; ≤0,005 B
Стали с карбидным упрочнением				
37Х12Н8Г8МФБ (ЭИ481)	0,34…0,41	11,5…13,5	7,0…9,0	(7,5…9,5) Mn; (1,1…1,4) Mo, (0,25…0,45) Nb; (1,25…1,55) V
40Х15Н7ГФ2МС (ЭП388)	0,38…0,47	14…16	6…8	(6…8) Mn; (0,65…0,95) Mo; (1,5…1,9) V
Стали с интерметаллидным упрочнением				
10Х11Н20Т3Р (ЭП686)	≤0,1	10…12,5	18…21	(2,6…3,2) Ti; 0,8 Al; ≤0,02 B
08Х11Н35МТЮР	≤0,1	12…14	34…36	(2,1…2,5) Ti; (2,6…3,0) Al; (3,0…3,8) Mo; ≤0,015 B

7.9. РАДИАЦИОННАЯ СТОЙКОСТЬ

Облучение различного рода частицами вызывает значительные изменения в структуре и свойствах металлов и сплавов. При длительном действии ионизирующего облучения и бомбардирующих частиц наблюдается накопление радиационной поврежденности и охрупчивание металла. Поэтому для повышения эксплуатационной надежности приборов, машин и сооружений, работающих в зоне облучения, необходимо применять материалы с высокой радиационной стойкостью, способные длительное время сохранять прочностные и пластические

Таблица 7.14

жаропрочных сталей

Режим термической обработки		$\theta_{исп}$, °C	$\sigma_{дл}$, МПа, за время, ч		
$\theta_{зак}$, °C	$\theta_{стар}$, °C/τ, ч		10^2	10^4	10^5
Гомогенные стали					
1100…1200	—	600	—	—	110
		650	—	—	70
		700	—	—	45
1130	—	700	260	180	120
		750	170	110	80
Стали с карбидным упрочнением					
1140	660/16	600	450	320	
		650	360	220	
1180…1220	800/16	600	420		
		700	240		
		800	125		
Стали с интерметаллидным упрочнением					
1100…1180	740/16	600	600		
		700	350		
		800	180		
1150…1180	780/25	600	650		
		700	450		
		800	250		

характеристики. Особое значение эта проблема имеет для повышения срока службы узлов атомного реактора, в котором на материалы воздействуют потоками быстрых и медленных нейтронов, а также гамма-излучения.

При оценке работоспособности конструкционных материалов в ядерных установках необходимо учитывать эффекты, связанные с высокотемпературным охрупчиванием, с вакансионным порообразованием и радиационным разбуханием, которые вызывают дополнительные напряжения в элементах и узлах реактора, с радиационной ползучестью, со снижением коррозионной стойкости и т. п.

Состав и предел длительной прочности

Марка стали	Содержание основных элементов, %				
	C	Cr	Mo	V	другие
12XM	0,09...0,16	0,4...0,7	0,4...0,6	—	—
12X1MФ	0,08...0,15	0,9...1,2	0,25...0,35	0,15...0,30	—
25X1MФ	0,22...0,29	1,5...1,8	0,25...0,35	0,15...0,30	—
25X2M1Ф	0,22...0,29	2,1...2,6	0,9...1,1	0,3...0,5	—
12X2MФCP	0,08...0,15	1,5...1,8	0,5...0,8	0,15...0,3	<0,8 Si, 0,005 B
20X3BMФ	0,15...0,23	2,8...3,3	0,35...0,55	0,6...0,8	(0,3...0,5) W

Пределы изменения механических свойств полуфабрикатов

Вид полуфабриката	Химический состав	Переменные параметры	$\sigma_в$	δ	ψ
			МПа	%	
Катаные прутки (диаметр 25 мм) и шайбы (диаметр 400×высоту)	Постоянный	Структура	1020—1200	8—21	10—56
Катаные прутки (диаметр 25 мм)	Переменный	Химический состав	960—1220	12—22	29—57

*ρ = 0,15 мм.

Уровень радиационной поврежденности материалов зависит от их структуры и свойств, от условий облучения (тип и энергия бомбардирующих частиц, интенсивность потока, температура образца, продолжительность облучения (флюенс)), внешние нагрузки и характеристики окружающей среды.

Исследование радиационной стойкости материалов проводят непосредственно в опытных реакторах, либо на ускорителях.

Таблица 7.15

для низколегированных теплоустойчивых сталей

Режим термической обработки		$\theta_{исп}$, °C	$\sigma_{дл}$, МПа, за время, ч	
$\theta_{зак}$, °C	$\theta_{отп}$, °C		10^3	10^5
910...930	670...690	480	250	200
960...980	740...760	520	200	140
		560	140	108
		580	120	95
		500	260...290	—
		580	260...290	—
1050	680...700	550	160...220	—
970...980	730...750	580	120	95
1030...1080	660...700	500	340	300
		550	200	160
		580	140	100

Таблица 7.16

из сплава ВТ3-1 в зависимости от состава и структуры

KCU	KCT	K_{1c}	σ_{-1}	σ^*_{-1}	σ_{100}^{450}	$\sigma^{450}_{0,2/100}$
МДж/м²		МПа·мм$^{1/2}$	МПа			
0,25—0,55	0,07—0,28	1400—3100	570—680	300—360	670—740	280—360
0,29—0,64	0,05—0,31	1090—2680	450—620	250—350	580—710	—

7.10. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

Рассмотренные выше стандартные методы определения механических свойств по желанию потребителя могут быть дополнены технологическими испытаниями, которые также стандартизированы. Положительный результат технологической пробы как бы гарантирует высокое качество продукции

Рассмотрим технологические испытания по виду продукции.

Оценка качества листа и ленты. Для определения способности металла к листовой штамповке применяют пробу Эриксена или испытание на вытяжку сферической лунки из листа сферическим пуансоном (рис. 7.17). Критерием хорошей штампуемости листа является выдавливание сферической лунки на заданную в зависимости от материала и толщины листа высоту $h \le h_*$ без разрушения. Если на поверхности листа после испытания наблюдаются трещины, то партия должна быть забракована, либо качество его должно быть улучшено за счет проведения дополнительных технологических операций.

На рис. 7.18 изображена схема испытания плоских образцов на перегиб. В зависимости от материала и толщины образца задается предельное число гибов. Если в результате испытания образец не разрушился, то партия листа считается годной.

На рис. 7.19 показана схема испытания двух листовых образцов длиной более 150 мм, соединенных двойным кровельным замком и подвергнутых загибу на угол, оговоренный в технических условиях, но не более 45 °С. Критерием качественной продукции является отсутствие трещин и расслоения в материале образца или покрытия.

Оценка качества сортового проката, прессованных профилей, поковок и штамповок. Для оценки качества продукции применяют два технологических испытания на осадку цилиндрических образцов (рис. 7.20) и изгиб призматических образцов (рис. 7.21). Осадку производят на величину обжатия $\frac{h-h_1}{h}\cdot 100\% = \varepsilon_*$, которая регламентирована в технических условиях. Критерием годности продукции является отсутствие трещин и расслоений в опасной зоне.

Оценка качества труб. При производстве труб применяют технологические испытания на загиб (рис. 7.22), на бортование (рис. 7.22), на раздачу (рис. 7.24), на сплющивание (рис. 7.25).

Испытание труб на изгиб осуществляется так, чтобы овализация образца была менее $0{,}15D$. Допускается использование наполнителей или оправки.

Проба на раздачу труб осуществляется внедрением конуса с углом α при вершине до изменения диаметра трубы до регламентируемой в технических условиях величины D.

Проба на сплющивание кольцевых образцов производится до высоты H, оговоренной в технических условиях.

Во всех случаях для годных труб при технологических испытаниях образцов не должно быть нарушения сплошности металла в опасной зоне.

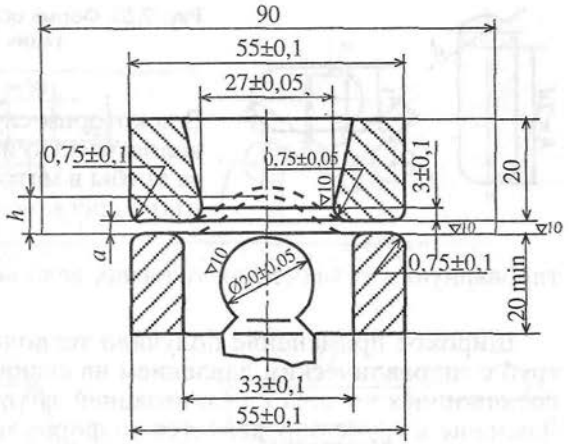


Рис. 7.17. Схема испытания на вытяжку сферической лунки по Эриксену

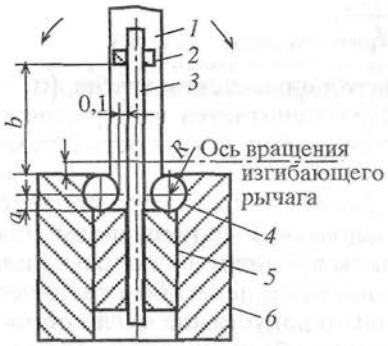


Рис. 7.18. Схема испытания на перегиб:
1 — изгибающий рычаг; *2* — сменный поводок; *3* — образец; *4* — сменные валики; *5* — сменные губки; *6* — тиски; *R* — радиус валиков; *b* — расстояние от нижней кромки поводка до верхней образующей валиков; *a* — расстояние от верхней грани губок до линии, соединяющей центры валиков

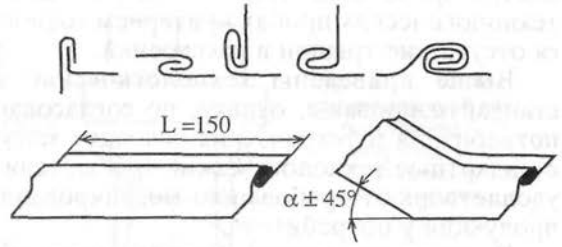


Рис. 7.19. Схема испытания на двойной кровельный замок

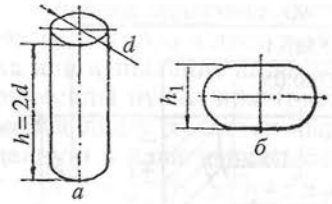


Рис. 7.20. Форма образца до (*а*) и после испытания на осадку (*б*)

В некоторых случаях применяют технологическую пробу на обжатие конца трубы в матрице с углом конусности α на регламен-

тированную в технических условиях величину $\frac{d_0 - d_1}{d_0} \cdot 100\% = \varepsilon_*$.

Широкое применение получило технологическое испытание труб с гидравлическим давлением на специализированных двухпозиционных прессах с механизацией загрузки и выгрузки труб. Давление в трубе определяется по формуле

$$p = \frac{2S[\sigma]}{d_в},$$

где $d_в$ и S — внутренний диаметр и толщина стенки трубы, $[\sigma]$ — допустимые напряжения, МПа. Труба считается выдержавшей испытание, если нет разрушения, течи рабочей жидкости или местного выпучивания.

Оценка качества проволоки. Для оценки качества проволоки используют технологические испытания скручиванием, знакопеременным изгибом и навиванием проволоки на оправку или на саму себя (рис. 7.26). При скручивании и перегибе в технических условиях указывается минимально допустимое число оборотов или число гибов. При навивании обеспечивается плотное прилегание витков на стержне, диаметр которого зависит от диаметра проволоки. Число витков должно быть 5...10. Во всех технологических пробах критерием годности продукции является отсутствие трещин и расслоений.

Выше приведены технологические испытания, которые стандартизированы, однако, по согласованию производителя и потребителя в технических условиях могут использоваться нестандартные технологические пробы, если они лучшим образом удовлетворяют требованию моделирования условий обработки продукции у потребителя.

В некоторых случаях изделия, например, пружины, сильфоны и т. п. испытывают на циклическое нагружение на специальных стендах. Специализированные стенды, оснащенные возбудителями вибрационных и ударных нагрузок, широко используются для испытания машин, узлов машин и сооружений.

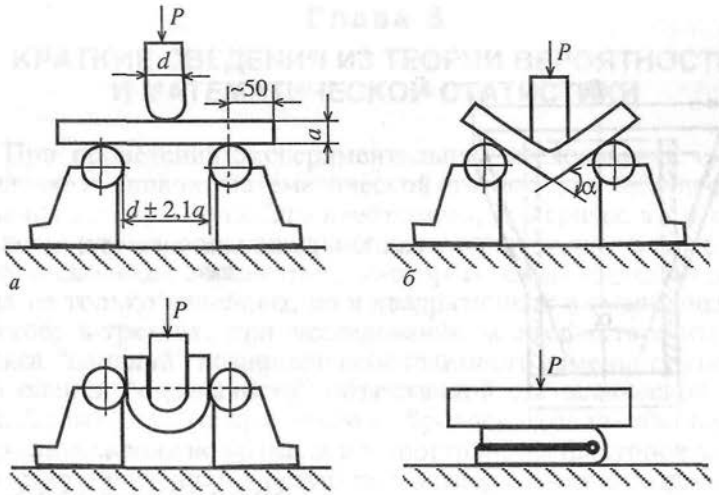


Рис. 7.21. Схема технологического испытания на изгиб:
а — установка образца; *б* — загиб до определенного угла; *в* — загиб до параллельности сторон; *г* — загиб до соприкосновения сторон

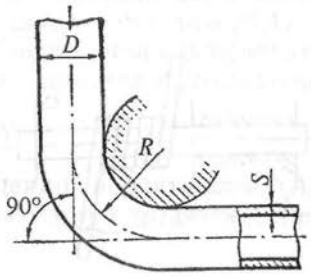


Рис. 7.22. Схема испытания труб на загиб

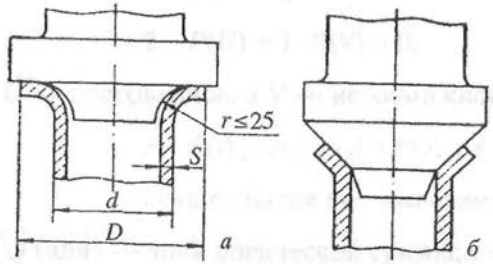


Рис. 7.23. Схема испытания труб на бортование:
а — отбортовка трубы; *б* — предварительная раздача на оправке

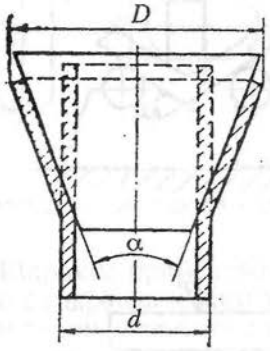
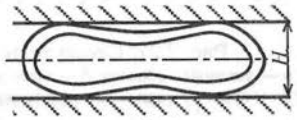


Рис. 7.24. Схема испытания труб на раздачу

Рис. 7.25. Схема испытания труб на сплющивание



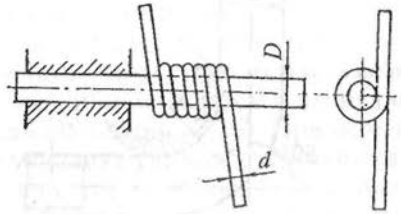


Рис. 7.26. Проба на навивание проволоки

Глава 8

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

При проведении экспериментальных исследований следует привлекать аппарат математической статистики и теории планирования эксперимента. Это необходимо, во-первых, в тех случаях, когда исследуется одновременно влияние на изучаемую величину нескольких параметров; во-вторых, когда выявляется влияние не только линейных, но и квадратичных и смешанных эффектов; в-третьих, при исследовании многофакторного комплекса "влияний" возникает необходимость замены субъективной оценки "очевидности" объективной статистической оценкой. Кроме того, от правильно выбранного количества опытов, их расположения во времени и в пространстве факторов зависит качество полученной в результате эксперимента информации.

В результате осуществления комплекса условий, называемого испытанием, произойдет или не произойдет то или иное событие A. Мера объективной возможности того, что произойдет событие A, называется его вероятностью и обозначается символом $P(A)$. На практике можно сделать оценку величины $P(A)$. Если существует возможность провести N испытаний и определить количество исходов K с осуществлением события A, то величина

$$W_A = K/N \tag{8.1}$$

называется частостью и является оценкой вероятности $P(A)$.

Основные аксиомы теории вероятностей сводятся к следующему:

1. $0 \le P(A) \le 1$;
2. $P(U) = 1$; $P(V) = 0$,

где U — достоверное, а V — невозможное событие.

3. $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$,

если события несовместимы $A_i \cap A_j = V$,

где $\cup$ (или) — знак логической суммы; $\cap$ (и) — знак логического произведения.

Математическая статистика занимается исследованием закономерностей, свойственных случайным величинам. Принципиально всякая встречающаяся на практике величина, полученная

экспериментальным путем, является случайной. При воспроизведении опыта эта величина будет принимать различные, отличающиеся в большей или в меньшей степени значения. При этом вероятность того, что эта величина примет то или иное значение или значение в каком-либо диапазоне числовой оси, будет определять случайную величину. Случайная величина будет задана, если заданы вероятности ее возможных значений; тогда говорят, что известен закон распределения случайной величины.

Различают дискретные и непрерывные случайные величины. В ряде случаев эти два вида случайных величин можно использовать для моделирования друг друга. Величина z называется дискретной случайной величиной, если множество ее возможных значений представляет собой конечную или бесконечную последовательность чисел $z_0, z_1, z_2, \ldots, z_i, \ldots$ и если каждое событие z_i имеет определенную вероятность $P(z_i)$.

Если известна вероятность $P(z_i)$ дискретных случайных величин, а i принимает значения от 0 до n, то

$$\sum_{i=0}^{n} P\left(z_i\right) = 1.$$

Вероятность

$$P(z_k) = \sum_{i=0}^{n} P\left(z_i\right), \tag{8.2}$$

где $k \le n$ называется коммулятивной функцией распределения дискретной величины z и определяет вероятность того, что величина z примет любое значение z_i от z_0 до z_k.

Случайные величины, возможные значения которых сплошь заполняют некоторый интервал, называются непрерывными случайными величинами. Функция

$$p(x) = \lim \frac{P\left(x \le \xi \le x + \Delta x\right)}{\Delta x}, \tag{8.3}$$

где $P(x \le \xi \le x + \Delta x)$ — вероятность попадания случайной величины в интервал $(x, x + \Delta x)$ называется плотностью распределения вероятностей.

Поскольку событие x обязательно попадет в интервал $(-\infty, +\infty)$, то достоверность этого требует, чтобы

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)\, dx = 1. \tag{8.4}$$

Величина

$$P(x_k) = \int_{-\infty}^{x_k} p(x)\, dx \tag{8.5}$$

называется интегральной (коммулятивной) функцией распределения непрерывной случайной величины.

Законы распределения случайных величин могут быть самыми разнообразными и в большинстве случаев неизвестными. Однако не всегда обязательно случайную величину задавать законом распределения, порой достаточно определить центр группирования случайной величины, ее рассеяние относительно этого центра, симметричность кривой распределения и т. п.

Центр распределения обычно характеризуют математическим ожиданием

$$m = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)\, dx, \tag{8.6}$$

которое при обработке экспериментальных данных оценивается средним значением результатов всех наблюдений

$$m \approx \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i \tag{8.7}$$

Рассеяние случайной величины относительно центра группирования может быть охарактеризовано различными величинами (размахом, средним абсолютным отклонением и т. д.). Однако наиболее эффективной оценкой рассеяния случайной величины является ее дисперсия, определяемая как

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m)^2 p(x)\, dx. \tag{8.8}$$

Величина σ называется среднеквадратическим отклонением. Дисперсия дискретных наблюдений может быть определена по формуле

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(x_i - m\right)^2. \tag{8.9}$$

Для характеристики симметричности распределения случайной величины относительно центра используется параметр

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m)^3 p(x)\,dx, \qquad (8.10)$$

а для характеристики крутости распределения — параметр

$$Э = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m)^4 p(x)\,dx - 3. \qquad (8.11)$$

В литературе по статистике величины A и $Э$ носят различные названия. Мы будем называть величину A — ассиметрией распределения, а величину $Э$ — эксцессом.

Распределение непрерывных случайных величин описывается различными законами. Центральное место среди них занимает нормальный закон распределения, описывающий вероятность случайной величины, являющийся результатом сложения большого количества примерно равных воздействий. Плотность вероятности нормального распределения имеет вид:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right]. \qquad (8.12)$$

Для задания нормально распределенной случайной величины достаточно два параметра: m и σ. Для нормального распределения $A = 0$ и $Э = 0$.

В математической статистике имеется довольно большое количество ставших уже классическими законов распределения непрерывных случайных величин, позволяющих моделировать различные характеристики реальных явлений. Это, например, логарифмическое нормальное распределение, полунормальное распределение, гамма-распределение, бета-распределение и др. Подробное описание этих распределений, а также таблицы значений их характеристик и вероятностей можно найти в соответствующей литературе. Здесь важно отметить, что случайные величины могут быть описаны каким-либо законом распределения, а их эмпирические характеристики в ряде случаев определяются известными формулами.

На практике в большинстве случаев приходится иметь дело с ограниченными выборками из более или менее обширных совокупностей объектов, наделенных определенными признаками, а

результаты исследований распространять на всю совокупность. Поэтому все статистические характеристики оцениваются выборочными данными с той или иной точностью. Эта оценка может быть точечной, когда генеральная характеристика оценивается одним значением, или интервальной, когда вместо одной величины используется так называемый доверительный интервал, в котором с определенной вероятностью содержится значение оцениваемой характеристики.

Выборочные оценки должны обладать определенными свойствами. Необходимо стремиться к тому, чтобы они были несмещенными, состоятельными и эффективными. Оценка параметра будет несмещенной, если ее математическое ожидание, определенное по бесконечному числу выборок, равно истинному значению параметра. Она будет состоятельной, если сходится к параметру с ростом числа измерений, и эффективной, если имеет наименьшую по сравнению с другими оценками дисперсию.

Заметим, что выборочное среднее $\bar{x}$, подсчитываемое по формуле (8.7), отвечает этим требованиям при оценке генерального среднего значения. В то же время для устранения несмещенности оценки генеральной дисперсии выборочной дисперсией в расчетную формулу последней (8.9) вводится поправка

$$s^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \approx \sigma^2. \qquad (8.13)$$

Выборочные характеристики — случайные величины, и для оценки их достоверности важно знать законы распределения. Установлено, что выборочное среднее при известной генеральной дисперсии распределено нормально с дисперсией σ^2/N. Если же σ^2 неизвестна, то величина t, характеризующая выборочное среднее

$$t = \frac{\bar{x} - m}{s}\sqrt{N-1}, \qquad (8.14)$$

распределена по закону, носящему название распределения Стьюдента или t-распределения. Оно сходится к нормальному при $N \to \infty$ (практически при $N \approx 100$).

Важное значение имеет распределение Фишера (F-распределение), описывающее вероятность распределения величины

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}, \qquad (8.15)$$

где s_1^2 и s_2^2 — какие-либо выборочные дисперсии.

Достоверность статистических выводов обычно основывается на проверке высказанных априори гипотез, например, о равенстве случайных величин, их дисперсий или законов распределения. Проверка гипотез выполняется в таком порядке:

а) формулируется гипотеза и ее альтернатива (т. е. высказывается какое-либо суждение о параметре генеральной совокупности);

б) устанавливается уровень статистической значимости α (характеризует вероятность отвергнуть правильную гипотезу, т. е. допустить ошибку первого рода);

в) определяется характеристика для проверки гипотезы;

г) определяется выборочное распределение этой характеристики при условии, что гипотеза верна;

д) устанавливается критическая область для выдвинутой гипотезы, соответствующая уровню вероятности $1 - \alpha$;

е) вычисляется выборочное значение характеристики и определяется вероятность гипотезы.

При проверке гипотезы существует возможность ошибки второго рода — с вероятностью β принять выдвинутую гипотезу, когда верна альтернативная. Поэтому в ряде случаев это следует учитывать, назначая уровни вероятностей α и β, а также количество проводимых экспериментов.

Рассмотрим некоторые случаи проверки гипотез.

1. Сравнение двух средних, если известны $\bar{x}_1, \bar{x}_2, s_1^2, s_2^2, N_1, N_2$.

а) выдвигается гипотеза, что $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$; $\Delta\bar{x} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0$.

б) выбирается уровень значимости α (обычно $\alpha = 0{,}05$).

в) вследствие того, что $\Delta\bar{x}$ распределена по закону Стьюдента с дисперсией $s^2\left(\frac{1}{N_1}+\frac{1}{N_2}\right)$, где

$$s^2 = \frac{(N_1-1)s_1^2 + (N_2-1)s_2^2}{N_1+N_2-2}$$

средневзвешенная дисперсия, выбираем характеристику

$$t = \frac{(\Delta\bar{x}-0)}{s\sqrt{\frac{1}{N_1}+\frac{1}{N_2}}}. \qquad (8.16)$$

г) эта характеристика имеет t-распределение с $f = N_1 + N_2 - 2$ степенями свободы.

д) критическая область зависит от уровня вероятности α и числа степеней свободы f и определяется по таблицам t-распределения.

е) если вычисленная характеристика t содержится в интервале критической области, то принимается гипотеза, что средние $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ не отличаются.

Приведенный пример проверки гипотезы равенства двух средних значений выполнен правильно, если выборочные дисперсии статистически не отличаются. В ином случае для проверки выбирается другая характеристика.

2. Сравнение дисперсий. Производится по тем же правилам, что и сравнение средних, но в качестве рабочей гипотезы выдвигается положение, что $s_1^2/s_2^2 = 1$. Известно, что отношение $\frac{s_1^2}{s_2^2}$ распределяется по закону Фишера, поэтому для проверки гипотезы выбирается характеристика F при уровне значимости α, и если оказывается, что $F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \geq F_{\alpha,(f_1;f_2)}$, где $F_{\alpha,(f_1;f_2)}$ — табличное значение при $f_1 = N_1 - 1$ и $f_2 = N_2 - 1$, то гипотеза отвергается. Для сравнения нескольких дисперсий выбираются другие характеристики: критерий Бартлета или критерий Кохрена, однако сама процедура остается неизменной.

Критерии согласия законов распределения. Для проверки соответствия результатов эксперимента предполагаемому теоретическому распределению служат следующие критерии: критерии Пирсона

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\omega_i - \omega_i')^2}{m_i'} \leq \chi^2_{\alpha,(k-1)}, \qquad (8.17)$$

где ω_i — эмпирические частоты; ω_i' — теоретические частоты в i-том интервале разбиения числовой оси случайной величины на k интервалов; критерий Романовского

$$\frac{\chi^2 - f}{2f} \leq 3 \qquad (8.18)$$

и другие критерии.

Дисперсионный анализ базируется на следующем соотношении:

$$S_y^2 = \sum_{i-1}^{k} S_{iy}^2 + S_\varepsilon^2 \qquad (8.19)$$

где S_y^2 — сумма квадратов отклонений величины от среднего значения; S^2_{iy}—n_i-кратная сумма квадратов отклонений, связанная с изменением фактора i; S_ε^2 — остаточная (случайная) сумма квадратов отклонений.

С помощью дисперсионного анализа можно решать ряд следующих задач.

1. Определение значимости влияния фактора i путем вычисления

$$F = \frac{S_{iy}^2}{S_\varepsilon^2} \cdot \frac{f_\varepsilon}{f_i} \geq F_{\alpha,(f;f_\varepsilon)}, \qquad (8.20)$$

где f — соответствующие степени свободы.

2. Определение существенности и неслучайности улучшения описания выбранной математической модели по сравнению с моделью $y = \bar{y}$, подсчитывая

$$F = \frac{S_y^2}{S_\varepsilon^2} \cdot \frac{f_\varepsilon}{f} \geq F_{\alpha,(f;f_\varepsilon)}. \qquad (8.21)$$

3. Определение целесообразности поиска более совершенной модели в рамках рассматриваемых факторов, вычисляя

$$F = \frac{S_\varepsilon^2}{S_b^2} \cdot \frac{f_b}{f_\varepsilon} \geq F_{\alpha,(f_\varepsilon;f_b)} \qquad (8.22)$$

где $\frac{S_b^2}{f_b}$ — дисперсия воспроизводимости, подсчианная по опытам в строго определенных условиях. Соответствующие суммы квадратов и числа степеней свободы подсчитываются по следующим формулам:

$$S^2_{iy} = \sum_{j=1}^{p_i} n_{ij}\left(\bar{y} - \bar{\bar{y}}\right)^2;$$

$$S_\varepsilon^2 = \sum_{k=1}^{N} \left(y_k - y\right)^2;$$

$$S_y^2 = \sum_{k=1}^{N} \left(y_k - \bar{\bar{y}}\right)^2; \qquad (8.23)$$

$$f_i = p_i - 1; f_\varepsilon = N - \sum_{i=1}^{m} f_i - 1 \; f_y = N - 1.$$

здесь n_{ij} — число измерений на уровне j фактора i; y_{ij} — среднее значение, вычисленное по этим измерениям; p_i — число уровней фактора i; k — индекс единичного измерения; N — общее число измерений; y — детерминированное значение y, соответствующее математической модели; $\bar{\bar{y}}$ — общее среднее во всех опытах; m — число переменных.

Для исследования наличия между переменными статистической линейной связи, как правило, используют корреляционный анализ. Коэффициент корреляции определяется по формуле

$$r_{yx} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \frac{\left(x_k - \bar{x}\right)\left(y_k - \bar{y}\right)}{s_s s_y} \qquad (8.24)$$

и характеризует тесноту статистической связи между переменными x и y. При $r_{yx} = 0$ переменные независимы или ортогональны, при $|r_{yx}| = 1$ наблюдается функциональная линейная связь. Квадрат коэффициента корреляции называется коэффициентом детерминации и характеризует, какая доля дисперсии одной переменной определяется изменением другой.

Коэффициент множественной корреляции $R_{yx_i}(1 \leq i \leq m)$ можно определить как модуль коэффициента корреляции $|r_{yx}|$, где z — линейная функция от x_i.

Вообще

$$R_{yx_i} = \sqrt{1 - \frac{P}{P_{1i}}}, \qquad (8.25)$$

где P — определитель матрицы коэффициентов корреляции; P_{1i} — алгебраическое дополнение по элементу $(1i)$.

Важно, что $R^2_{yx_i}$ характеризует дисперсию, связанную с варьированием параметров; следовательно, остаточную дисперсию характеризует разность $1 - R^2_{yx_i}$, а их отношение, взятое с соот-

ветствующими степенями свободы, соответствует условию дисперсионного анализа (8.20) для линейного уровня регрессии

$$F = \frac{R^2_{yx_i}}{1-R^2_{yx_i}} \cdot \frac{N-m-1}{m-1}, \qquad (8.26)$$

или является критерием проверки значимости R_{yx_i}.

Другое отношение

$$F = \frac{1}{1-R^2_{yx_i}} \cdot \frac{N-m-1}{N-1} \qquad (8.27)$$

представляет собой отношение общей дисперсии к остаточной, соответствующее условию (8.21).

В множественном корреляционном анализе для оценки статистической связи между переменными используется парциальный коэффициент корреляции (r_{yx}), квадрат которого отражает долю остаточной дисперсии функции, связанную с независимым изменением параметра, т. е. если

$$y' = y - \sum_{i=0}^{m-1} b_i x_i \qquad (8.28)$$

$$x_j' = x_j - \sum_{i=0}^{m-1} c_i x_i, \quad i \neq j, \qquad (8.29)$$

где $\sum_{i=0}^{m-1} b_i x_i$ и $\sum_{i=0}^{m-1} c_i x_i$ — статистические уравнения для y и x_i, то $r_{yx_j} = r_{y'x'_j}$.

Парный корреляционный анализ применим лишь тогда, когда случайные величины распределены по закону, близкому к нормальному. В этом случае значимость коэффициента парной корреляции проверяется обычным путем проверки статистических гипотез. Среднее квадратическое отклонение коэффициента корреляции равно $s_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{N}}$, а доверительный интервал для $r = 0$ находится в пределах $\pm t_{\alpha,(N-2)} \cdot S_r$, где $t_{\alpha,(N-2)}$ определяется по таблицам распределения Стьюдента для уровня вероятности α и $N - 2$ числа степеней свободы.

В отличие от корреляционного анализа, в регрессионном анализе предполагается, что одна из случайных величин — функция, а другая — аргумент. Задача регрессионного анализа установить не только статистическую связь между параметрами, но и получить количественную зависимость $y = f(x_i)$ (обычно методом наименьших квадратов). Для проведения регрессионного анализа необходимо выполнение следующих предпосылок: y — нормально распределенная случайная величина; выборочные дисперсии s_y^2 однородны; переменная x_i измеряется с ошибкой, пренебрежимо малой по сравнению с ошибкой определения y.

Рассмотрим линейное уравнение регрессии

$$\hat{y} = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots, \qquad (8.30)$$

где x_i — независимые переменные или функции вида x_i^2, $\sin x_i$ и т. д.

Коэффициенты b_i, определяются из решения системы уравнений

$$\frac{\partial S^2}{\partial b_i} = 0, \qquad (8.31)$$

которая следует из условия минимума суммы квадратов отклонений опытных данных y_j от приближенного значения по формуле (8.30)

$$S^2 = \sum_{j=1}^{N} \left(y_j - \hat{y}\right)^2.$$

Использование аппарата математической статистики не только для анализа выполненного эксперимента, а также при его постановке позволяет получить эффект, выражающийся в уменьшении ошибки эксперимента, в сокращении числа опытов, в целенаправленности собранной информации и повышении ее качества, в возможности использования четких формализованных правил.

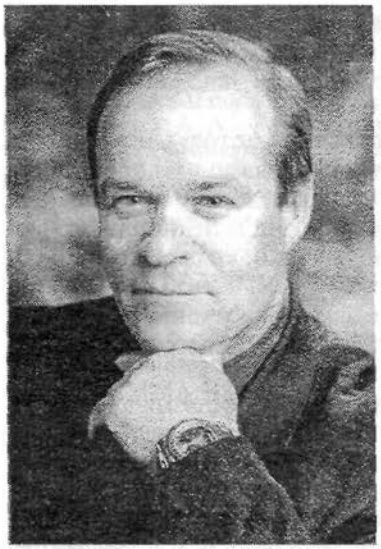
Эффективность дисперсионного и регрессионного анализов повышается, если применять идеи планирования эксперимента. Постановка эксперимента требует так распределить опыты во времени и пространстве факторов, чтобы были найдены ответы на поставленные вопросы, и чтобы эти ответы были достоверны. Исходя из множества предпосылок экспериментатор выбирает план проведения опытов, отвечающий каким-то оптимальным требованиям. Важнейшими являются следующие предпо-

сылки: наличие априорной информации, форма представления результатов, уровень вероятности оценок, технические, экономические и иные ограничения. Для уменьшения ошибки эксперимента опыты должны быть рандомизированы, т. е. выполнены в случайном порядке во времени и в пространстве имеющихся источников неоднородности. В пространстве же варьируемых параметров опыты можно распределить согласно одному из критериев оптимальности.

Одним из таких критериев является ортогональность параметров, т. е. в тех случаях, когда $r_{x_i x_j} = 0$ влияние каждого параметра определяется независимо от другого. При этом, если исследователя интересует лишь линейная или полуквадратическая связь функции цели с варьируемыми параметрами, то применяются ортогональные планы вида 2^m, т. е. планы, в которых параметры варьируются на двух уровнях.

Для уменьшения ошибки результатов, помимо ортогональности, здесь обычно соблюдается условие симметричности $\sum_{k=1}^{N} X_i X_j = 0$ и условие равенства дисперсии единице $\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_{ik}^2 = 1$. В этом случае коэффициенты линейного влияния (линейной регрессии) определяются с минимальными и равными дисперсиями. Когда знания линейного влияния недостаточно, применяют планы 3^m, 4^m и т. д., или их дробные реплики. Идея дробных реплик заключается в стремлении минимизировать число степеней свободы остаточной дисперсии f_ε вплоть до $f_\varepsilon = 0$ (число уравнений и неизвестных равно). Однако в этом случае одновременно с ортогональностью переменных наблюдается линейная зависимость некоторых из них, как правило, от факторов вида $X_i X_j$. Такие дробные реплики при числе уровней факторов больше двух называются латинскими или греколатинскими квадратами.

Могут применяться также сложные планы с варьированием переменных на разном числе уровней, с различными ограничениями на рандомизацию и т. д.



Александр Александрович Богатов родился 10 сентября 1942 года в гор. Ивделе Свердловской области. В 1965 году с отличием окончил Уральский политехнический институт; учился в аспирантуре и работал научным сотрудником Уральского НИИ черных металлов (1965—1970 гг.). С 1970 г. работал в УПИ ассистентом, доцентом, профессором, а с 1986 г. по настоящее время — заведующим кафедрой "Обработка металлов давлением". С 1985 г. по 1987 г. был деканом металлургического факультета. В 1969 г. он защитил кандидатскую, в 1984 г. — докторскую диссертацию. В 1994 г. А.А. Богатов избран действительным членом Академии инженерных наук РФ. Он имеет образовательный сертификат университета им. Дж. Вашингтона (США) и два сертификата международных ассоциаций производителей и потребителей труб (ITA и TPA).

А.А. Богатов является известным специалистом в области механики разрушения материалов. Он предложил модели накопления и залечивания поврежденности металла, разработал модель вязкого распространения трещины. Под его руководством созданы новые методики и уникальное оборудование для исследования пластичности сталей и сплавов и определения реологических свойств технологических смазок, разработана экспертная система для математического моделирования, автоматизированного проектирования и оптимизации технологических комплексов для производства холоднодеформированных труб. Эта система используется в учебном процессе и при проведении научно-исследовательских работ. Ее применение способствовало внедрению на ряде предприятий отрасли новых технологических процессов и оборудования для изготовления холоднодеформированных труб, в том числе на высокопроизводительных поточных линиях прокатки, сварки, волочения и отделки.

В последние годы А.А. Богатов, продолжая развивать теорию разрушения металлов при пластической деформации, методы изучения определяющих соотношений механики деформируемого тела, большое внимание уделяет работам, направленным на экономию энергоресурсов и повышение экологической безо-

пасности металлургического производства. Он активно работает, внедряя новые виды продукции и технологические процессы на металлургических и машиностроительных заводах Уральского региона.

А.А. Богатов развивает эффективные методы подготовки инженерных кадров по индивидуальным учебным планам. Ряд его учеников стали призерами Международного и Региональных студенческих конкурсов, а также Российской олимпиады по механике деформируемого тела и информатике, которая более 10-ти лет проводится под его руководством в УГТУ-УПИ. Многие из его выпускников в настоящее время стали крупными руководителями на заводах, в академических и отраслевых институтах, преподавателями вузов.

А.А. Богатов проводит активную научно-организационную деятельность. В течение многих лет он был председателем диссертационного совета, руководителем секции в Региональном уральском отделении Академии инженерных наук, председателем Совета по пластичности и деформируемости при ЦП НТО Машпром СССР, членом ряда административных и диссертационных советов. В 1999 г. он возглавлял группу экспертов, работавшую на заводе "Альфатьюб" (Алжир).

Работая деканом металлургического факультета, А.А. Богатов способствовал созданию факультетского вычислительного центра и широкому внедрению современных информационных технологий в учебном процессе.

А.А. Богатов имеет 37-летний стаж научно-педагогической деятельности, из них 32 года проработал в Уральском государственном техническом университете. Он автор 61 изобретения, двух учебников, четырех монографий и более 250 научных статей. Его работы были доложены на международных конференциях и конгрессах в Японии, США, Англии, Франции, Швеции, Чехии и других странах. Под его руководством защищены 23 кандидатских и два ученика защитили докторские диссертации.

А.А. Богатов награжден знаком "Почетный работник высшего профессионального образования России" (2002 г.), медалью "Ветеран труда" (1991 г.), Бронзовой и двумя Золотыми медалями ВДНХ СССР (1975, 1986, 1989 г.г.), премией Минвуза СССР (1987 г.).

Список рекомендованной литературы

1. Бернштейн М.Л., Займовский В.А. Механические свойства металлов. М: Металлургия, 1979, 495 с.
2. Богатов А.А., Мижирицкий О.И., Смирнов С.В. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением. М.: Металлургия, 1983, 144 с.
3. Гольдштейн М.И., Бронфин Б.М., Литвинов В.С. Металлофизика высокопрочных сплавов. М.: Металлургия, 1986, 312с.
4. Гольдштейн М.И., Грачев С.В., Векслер Ю.Г. Специальные стали. Изд. 2-е М.: МИСиС, 1999, 408с.
5. Золотаревский В.С. Механические свойства металлов. М.: МИСиС, 1998, 400с.
6. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. Изд. 2-е М.: МГУ, 1978, 288с.
7. Испытание материалов. Справочник под ред. Х. Блюменаура. М.: Металлургия, 1979, 446с.
8. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. Изд. 2.е М.: Наука, 1969, 420с.
9. Колмогоров В.Л. Механика обработки металлов давлением. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2001,
10. Механика деформирования и разрушения. Под научн. ред. А.А. Богатова. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2001, 404с.
11. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упруго-пластического разрушения. М.: Наука, 1974, 416с.
12. Полухин П.И., Горелик С.С., Воронцов В.К. Физические основы пластической деформации. М.: Металлургия, 1982, 584с.
13. Полухин П.И., Гун Г.Я., Галкин А.М. Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов. Справочник. М.: Металлургия, 1978, 488с.
14. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Металлургия, 1986, 244с.
15. Физическое металловедение. С.В. Грачев, В.Р. Бараз, А.А. Богатов и В.П. Швейкин. Екатернбург: УГТУ-УПИ, 2001, 404с.

Предметный указатель

Аддитивность поврежденности 140
Альманси тензор 47
Анализ:
— дисперсионный 314
— корреляционный 315
— регрессионный 317
— структурный 23
— фазовый 32
Анизотропия механических свойств 12
Асимметрия распределения 310
Базис ортогональный 37
Баушингера эффект 57
Бринелля метод 286
Бюргерса:
— вектор 18
— контур 18
Вектор:
— напряжения 37
— силы 37
— скорости 44
Вероятность:
— проверки гипотезы 312
— разрушения 165
Виккерса метод 286
Возврат: 24
— динамический 25
— статический 25
Выносливость 284
Вязкость:
— динамическая 191
— кинематическая 193
— разрушения 25
— ударная 272
Гипотеза:
— единой кривой 204
— изотропности 12
— несжимаемости 50
— однородности 50
— сплошности 8
Гистерезис 189
Граница области 49
Грина тензор 47
Гриффитса:
— критерий 177
— трещина 176
Гука закон 53
Давление гидростатическое 41
Двойникование 20
Девиатор:
— напряжения 39
— приращения деформации 47
— скорости деформации 45
Деформация:
— горячая 25
— знакопеременная 48
— конечная или логарифмическая 48
— монотонная 48
— неоднородная 167
— однородная 171
— пластическая 56
— упругая 53
— холодная 62
Дефект упаковки 12
Деформационное упрочнение 57
Деформированное состояние 43
Диаграмма:
— «залечивания» 145
— нагружения 64
— пластичности 132
— ползучести 296
— усталости 284
Дивергенция вектора 49
Дислокация:
— винтовая 18
— краевая 17
— полная 27
— расщепленная 27
— сидячая 27
— смешанная 27
— частичная 27
Дисперсия 309
Диффузия 16, 127
Длительная прочность 297
Долговечность 263
Жаропрочность 294
Жаростойкость 294
Железо 22
Жесткость 83
Задача краевая 63
Закалка 291
Закон:
— внешнего трения 166
— движения 43
— сохранения массы 49
— количества движения 49
— энергии 51
Залечивание дефектов 127
Зарождение трещины 124
Зерно 19
Зона:
— жесткая 95
— пластическая 69
— упругая 68
Изгиб 97
Излом:
— вязкий 129
— усталостный 130
— хрупкий 129
Изнашивание:
— абразивное 289
— адгезионное 289
— окислительное 289
— усталостное 289
Износ 289
Износостойкость 289
Инвариант тензора:
— деформации 45
— напряжений 39
— скорости деформации 45
Индексы Миллера 14
Интенсивность:
— скорости деформаций сдвига 45
— касательных напряжений 40
Интерметаллидные фазы 33
Иоффе диаграмма 134
Испытание:
— динамическое 271
— на выносливость 283
— вязкость разрушения 275
— длительную прочность 297
— изгиб 97
— кручение 225
— ползучесть 295
— растяжение 63
— сжатие 80
— твердость 285
— статическое 270
— технологическое 301
— ударное 263
Ионная связь 10
Источник Франка-Рида 23
Кавитация 289
Карбиды 288
Кластер 28
Ковалентная связь 11
Количество фаз 31
Компоненты тензора:
— главные 39
— напряжений 38
— приращение деформации 47
— скоростей деформации 45
Конструкционная прочность 304
Копер 272
Координаты:
— декартовые 43
— сопутствующие 43
— сферические 76
— цилиндрические 63
Коши формула 38
Корреляция:
— коэффициент 315
— множественная 315
Коэффициент:
— Баушингера 201
— Диффузии 16
— Коффина 151
— Лоде 39

— объемного сжатия 54
— Пуассона 54
— трения 171
— упрочнения 198
Красноломкость 250
Кривая:
— ползучести 296
— растяжения 64
— упрочнения 198
— усталости 284
Кристаллизация 30
Кристаллографические системы 12
Кристаллическое строение 10
Критерии:
— Колмогорова 313
— Микроразрушения 138
— Макроразрушения 120
— Пирсона 313
— Стьюдента 154, 312
— Фишера 313
Кронекера символ 38
Круги Мора 39
Кручение 225
Легированные стали 231
Ликвация:
— внутризеренная 257
— зональная 257
Линия скольжения 89
Ляме уравнения 55
Макротвердость
Макротрещина 138
Мартенсит 269
Математическое ожидание 309
Матрица 32, 38
Машина для испытания 227
Медь 12, 185
Металл 1
Металлическая связь 11
Механизм:
— зарождения трещин 124
— пор 125
— пластической деформации 20
— торможения дислокации 18
— развития трещин 126
Механика:
— твердого деформируемого тела 37
— разрушения 133,176
— трещин 176
Микротвердость 286
Микротрещина:
— зарождение 124
— развитие 124
Моделирование:
— математическое 138
— физическое 227
— технологического процесса 165
Модель:
— деформируемой среды 53
— разрушения металла 138
— реологическая 59
Модуль:
— сдвига 54
— Юнга 54
— упругого изменения объема 51
Молибден 185
Момент:
— изгибающий 99
— кручения 199
Монокристалл 12
Мора круги 39
Навье-Стокса уравнение 192
Нагружение 64
Наклеп при обработке давлением 20
Направляющий косинус 37
Напряжение:
— главное 39
— интенсивность 40
— касательное 38
— нормальное 38
— среднее нормальное 40
Напряженное состояние:
— интенсивность 38
— схема 41
Неупругость 189
Никель 185
Ниобий 189
Обработка:
— давлением 5
— термическая 5
— термомеханическая 5
— химико-термическая 266
Образцы для испытания 63
Оператор 62
Орована механизм 27
Осадка 41
Оси:
— координат 37
— симметрии 63
Отдых 24
Отжиг:
— гомогенизационный 25
— рекристаллизационный 25
Отпуск 264
Отрыв 124
Параметры:
— внешние 170
— внутренние 171
— технологические 173
Парность касательных напряжений 38
Паерлса-Набарро напряжение 21
Петча-Холла уравнение 28
Перегрев 250
Пережог 250
Перемещение 46
Переползание дислокаций 28
Пересечение дислокаций 26, 125
Пирсона критерий 313
Пластичность:
— диаграмма 132
— закон распределения 173
— испытание 223
Плотность дислокаций 19
Плоскость симметрии 13
Плотная упаковка атомов 12
Поверхностная энергия 176
Поверхность разрыва:
— напряжений 81
— скоростей 92
Показатель:
— напряженного состояния 40
— деформированного состояния 48
Поле:
— напряжений 83
— скоростей 62
Ползучесть:
— высокотемпературная 295
— диффузионная 295
— обратимая 295
— установившаяся 295
Порог хладноломкости 273
Полигонизация 24
Полиморфное превращение 35
Поры:
— кристаллографические 12
— макроскопические 157
— микроскопические 125
Последействие упругое 116
Превращение:
— бездиффузионное 28
— в жидком состоянии 29
— в твердом состоянии 31
— диффузионное 29
Предел:
— выносливости 284
— длительной прочности 297
— ползучести 296
— пропорциональности 64
— прочности 64
— текучести 64
— упругости 64
Роквелла метод 287
Рост зерна 31
Сверхпластичность 250
Свойства:
— механические 10
— физические 10

Связь:
— химическая 34
— ионная 10
— ковалентная 11
— молекулярная 11
— металлическая 11
Сдвиг 14,41
Сжатие:
— одноосное 41
Силоизмеритель 270
Символы:
— Кронекера 38
— направлений 14
— плоскостей 14
Симметрия:
— в кристаллах 10
— тензора 38
Синеломкость 250
Система:
— кристаллографическая 22
— отсчета 37,44
Скольжение:
— дислокаций 17
— линии 89
— межзеренное 128
— плоскости 13
— системы 24
Скорость:
— движения дислокаций 19
— точки 44
— деформации сдвига 45
— зарождения центров 31
— роста трещины 128,176
Скопление:
— атомов 16
— вакансий 16
— дислокаций 19,125
Соединение 10
Сопротивление:
— деформации 131
— разрушению 131
Среда:
— вязкая 56
— вязко-пластическая 60
— пластическая 56
— сплошная 7
— упругая 53
— упруго-вязкая 58
— упруго-вязко-пластическая 60
— упруго-пластическая 56
Срез 138
Стадия 146
Сталь 209
Стенка дислокационная 20
Степень:
— деформации сдвига 47
— переохлаждения 30
— разрушения 138
Структура:
— многофазная 250
— однофазная 250
— субзеренная 19
— ячеистая 19
— Стьюдента критерий 311
Сужение относительное 65
Схема:
— деформированного состояния 43
— напряженного состояния 37
Твердость:
— статическая 285
— динамическая 285
— по Бринеллю285
— Виккерсу 286
— Роквеллу 287
— Шору 287
Текстура:
— деформации 24
— рекристаллизации 25
Текучесть 56
Температура:
— вязко-хрупкого перехода 131
— гомологическая 186
— плавления 24
— рекристаллизации 25
— стеклования 194
— деструкции 193
Тензор:
— антисимметричный 45
— главные направления 48
— деформации 48
— единичный 38
— значения собственные 38
— инварианты 40
— компоненты 38
— конечной деформации 48
— несимметричный 44
— приращения деформации 47
— симметричный 38
— скорости деформации 45
— шаровый 39
Теория 28
Теплота 29
Теплостойкость
Термодинамика 29
Течение:
— вязкое 53
— объемное 43
— пластическое 78
— плоское 87
Титан 185
Точка 43
Траектория 47,62
Трение:
— внешнее 172
— внутреннее 56
Трещина:
— микроскопическая 125
— макроскопическая 133
Трещиностойкость:
— циклическая 283
Углерод
Угол:
— загиба 302
— закручивания 304
Удлинение:
— абсолютное 65
— относительное 65
Упрочнение:
— вязкое 191
— деформационное 197
— дисперсионное 196, 221
— растворное 32
Условия:
— граничные 62
— краевые 62
— начальные 62
— несжимаемости 50
— пластичности 56
— разрушения 120
— устойчивости 55
Усталость:
— малоцикловая 131
— многоцикловая 131
— термическая 131
Фаза:
— внедрения 33
— вычитания 33
— Лавеса 33
— промежуточная 33
— сигма 33
Фасетка излома 128
Флуктуация 16
Фрактография 130
Френкеля дефект 16
Функционал 119
Функция 119
Хладноломкость 273
Холла-Петча уравнение 28
Хрупкое разрушение 128
Цикл:
— напряжений 283
— деформаций 283
Чернова-Людерса:
— линия 89
— полоса 89
Число координационное 12
Чугун 286
Шейка (при растяжении) 65
Ширина:
— дефекта упаковки 27
— дислокации 17
— линии скольжения 88
Шмида закон 22
Шоттки дефект 16

Эйлера переменные 43
Экстраплоскость 17
Электронная концентрация 12
Энергетическое уравнение 52
Энергия:
— внешняя 52
— внутренняя 52
— дефекта упаковки 12
— поверхностная 30
Энтальпия 29
Энтропия 29
Эрозия 289
Юнга модуль 54
Ядро дислокации 17
Ячейка элементарна

Научное издание

Александр Александрович Богатов

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И МОДЕЛИ РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛОВ

Компьютерная верстка **И. И. Глазыриной, И. М. Козловой, Г. П. Чащиной**

ИД № 06263 от 12.11.2001 г.

Подписано в печать 21.01.03. Формат 60×90 1/16. Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 20,63. Тираж 1000 экз. Заказ 10.

Издательство ГОУ ВПО
"Уральский государственный технический университет—УПИ"
620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19.

Отпечатано в типографии УрО РАН
620219, Екатеринбург ГСП-169, ул. С. Ковалевской,18.